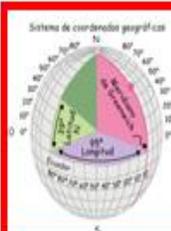
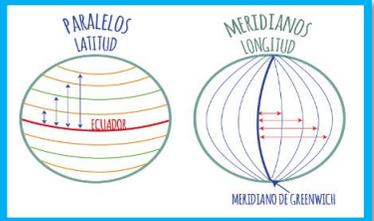


	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 1 de 17

DOCENTE: Janny Lucia Bueno Y		NUCLEO DE FORMACIÓN: Lógico - Matemática	
GRADO:	GRUPOS: 10-1, 10-2, 10-3, 10-4.	PERIODO: Tres	FECHA:
NÚMERO DE SESIONES:	FECHA DE INICIO.	FECHA DE FINALIZACIÓN	
Temas	Situaciones y fenómenos de la vida cotidiana donde el concepto ángulos, sistema de medición, sectores circulares y técnicas de conteo permiten reconocer, comprender, localizar, establecer relación entre los sistemas de medición de ángulo y resolver problemas en contextos reales.		
Propósito de la actividad			
Al final del desarrollo de la guía los estudiantes de grado décimo, comprenderán el concepto de ángulos, sus sistemas de medición de ángulos y técnicas de conteo, reconocerán contextos donde estos tienen aplicación y los utilizarán en la solución de problemas en contextos reales en contextos matemáticos como de otras ciencias. La realización de esta guía les permitirá a los estudiantes desarrollar competencias como: interpretación, representación, razonamiento, argumentación y resolución de problemas.			

ACTIVIDADES	
ACTIVIDAD 1: INDAGACIÓN	
<p style="text-align: center;"> LOS ÁNGULOS, SU IMPORTANCIA EN LA LOCALIZACIÓN Y NAVEGACIÓN. </p> <p> Hace más de 3.000 años los babilonios y los egipcios ya empleaban los ángulos de un triángulo para realizar medidas en agricultura los babilonios y los egipcios en la construcción de sus pirámides. También los ángulos se aplicaron en los primeros estudios de astronomía para el cálculo de las posiciones de los cuerpos celestes, para la predicción de sus órbitas, en los calendarios, en el cálculo del tiempo, en la navegación para mejorar la exactitud de la posición y de las rutas. El uso de los ángulos se ha convertido en un concepto fundamental en el diseño de grandes estructuras como también nos permiten la localización de cualquier punto en el planeta tierra mediante el uso de coordenadas geográficas, la cual está formada por un conjunto de líneas imaginarias (paralelos y meridianos) traza y es dos sobre la superficie terrestre . Donde los paralelos que permiten medir la latitud, que es la distancia que existe entre cualquier punto de la superficie terrestre y el Ecuador, estos pueden ser Norte o Sur y Los meridianos, permiten medir la longitud, que es la distancia que existe entre un punto cualquiera de la superficie de la terrestre y el meridiano de Greenwich. Estos pueden ser de Este u Oeste. El concepto de coordenadas geográfica es fundamental para ubicar o localizar cualquier punto o lugar en el planeta tierra y es un concepto importante para facilitar la </p>	<div style="display: flex; justify-content: space-around;">   </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;">  </div>

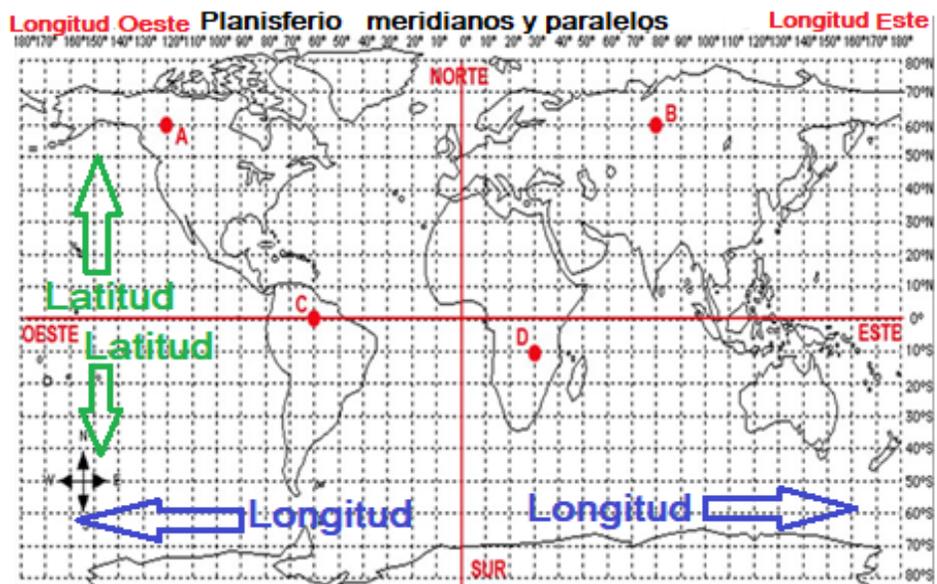
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 2 de 17

movilidad de barcos y aviones. Imagen to nada de <https://materialescienciassociales.files.wordpress.com/2014/10/latitud-y-longitud1.png?w=531&h=373>

1. ¿Qué es latitud y longitud y en que unidades se expresan?

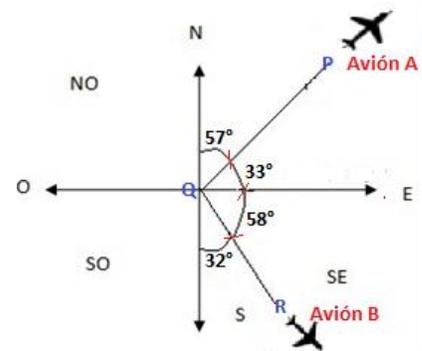
2. ¿Si te piden localizar una ciudad o un país en la superficie terrestre que datos o información necesitas para ubicarlos?

3. Determina las coordenadas geográficas de los puntos marcados (A y C) e identifica la coordenada geográfica de Colombia. Ver imagen del planisferio.



4. La tierra realiza un movimiento llamado rotación en el cual la tierra da una vuelta completa sobre su propio eje en un tiempo de 24 horas. ¿Cuántos grados mide el giro realizado por la tierra durante el movimiento de rotación el cual tarda 24 horas? ¿Cuántos grados gira o rota la tierra en una hora?

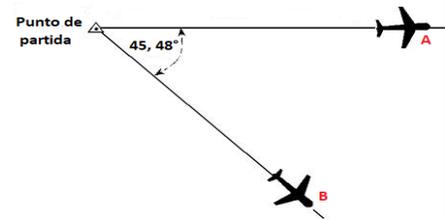
5. En el aeropuerto el Edén de una ciudad de Colombia, dos aviones A y B despegan al mismo tiempo, El ángulo que se forma entre la línea de desplazamiento del avión A y la línea Este es de 33° y el ángulo que se forma entre la línea de desplazamiento del avión B y la línea Este es de 58° . Los ángulos según su medida pueden ser agudos (miden menos de 90°), recto (mide 90°), obtusos (mide más de 90° y menor de 180°), cóncavo (mide más de 180° y menos de 360°) y completo (mide 360°).



¿Cuánto mide el ángulo PQR que se forma entre las dos líneas de desplazamiento de los aviones A y B? ¿Cómo se clasifica dicho ángulo según su medida?

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 3 de 17

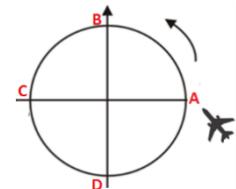
6. Desde el aeropuerto el Edén salen dos aviones A y B, los cuales entre sus líneas de vuelo se forma un ángulo de $45,48^\circ$, si este corresponde a un ángulo decimal porque tiene una parte entera y una parte decimal, esto permite determinar que dicho ángulo se puede expresar en grados ($^\circ$) minutos ($'$) y segundos ($''$). La parte entera del ángulo define los grados y la parte decimal de grado se convierte en minutos teniendo en cuenta que en $1^\circ = 60$ minutos ($60'$).



- ¿Cuántos grados exactos mide el ángulo, si la parte entera define los grados que tiene el ángulo?
- Teniendo en cuenta que la parte decimal del ángulo se encuentra en grados y permite calcular el número de minutos que tiene el ángulo. Si en un grado $1^\circ = 60$ minutos, ¿Cuántos minutos hay en $0,48^\circ$? No olvidar que la parte entera de los minutos permite definir el número de minutos que tiene el ángulo.
- Si la parte decimal obtenida de los minutos permiten calcular el número de segundos y 1 minuto = 60 segundo ¿Cuántos segundos hay en la parte decimal de los minutos obtenida en el punto 6B?

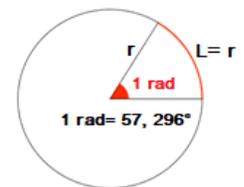
RESPONDE LAS PREGUNTAS 7, 8 y 9 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

En una base aérea un avión se dispone a realizar algunas maniobras, para ello debe realizar algunos giros (ver imagen)



7. Si el avión parte del punto A y describe la trayectoria ABCDA, la cual tiene circular (realizando de giro completo), ¿Qué valor tiene el ángulo que se describe con dicho giro?

8. Existe un sistema de medición, llamado sistema **cíclico o circular**, donde el patrón de medida es el Radian. Un **radian** es la medida de un ángulo central cuyo radio tiene la misma medida del arco que describe dicho ángulo (ver figura). La medida de un radian equivale a $57,296^\circ$. Si el avión realiza un giro que describe una circunferencia completa. ¿Cuántos radianes mide este ángulo?



9. Si el número de radianes que hay en 360° , el cual calculaste en el punto 8, lo queremos expresar en función del número irracional ($\pi = 3,1415\dots$, el cual se puede asumir como $\pi \cong 3,1415$) y un factor multiplicativo, ¿Cuál de las siguientes expresiones nos permite representar el número de radianes que hay en un ángulo de 360° ? Argumenta tu respuesta.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 4 de 17

- A. $6, 2831 \text{ rad} = 2 \cdot 3, 1415 \text{ rad} = \pi \text{ rad}$ B. $9, 4245 \text{ rad} = 3 \cdot 3, 1415 \text{ rad} = 3 \pi \text{ rad}$
 C. $12, 566 \text{ rad} = 4 \cdot 3, 1415 \text{ rad} = 4 \pi \text{ rad}$ D. $3, 1415 \text{ rad} = \pi \text{ rad}$

10. A partir de los resultados obtenidos en los puntos 9 podemos concluir que:

- A. $360^\circ = \pi \text{ rad}$ B. $360^\circ = 2 \pi \text{ rad}$ C. $360^\circ = 3 \pi \text{ rad}$ D. $360^\circ = 4 \pi \text{ rad}$

11. Alejandro desea comprar un tiquete de avión para viajar a España. Para comprar su tiquete decide visitar tres aerolíneas. Si cada una de la aerolínea le prepone dos planes de tiquete. ¿De cuántas opciones dispone Alejandro para comprar su tiquete de avión?

12. Por el sector donde está ubicada la casa de Alejandro hay tres paraderos por cada uno de esos paraderos pasan tres rutas de buses que lo llevan a el aeropuerto. ¿Cuántas opciones tiene Alejandro para tomar un bus que lo lleve del paradero cercano a su casa al aeropuerto? Argumenta.

ACTIVIDAD 2: CONCEPTULIZACIÓN.

LOS ÁNGULOS

Un ángulo está determinado por dos semirrectas llamadas lado inicial y lado final, que parten de un mismo punto denominado vértice del ángulo. Para medir ángulos usualmente se utilizan dos unidades de medidas: Los grados sexagesimales ($^\circ$) y radianes (rad). Los ángulos se pueden representar mediante letras del alfabeto griego ($\beta, \theta, \alpha, \varphi$).

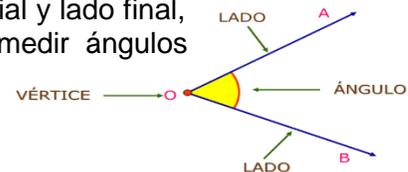
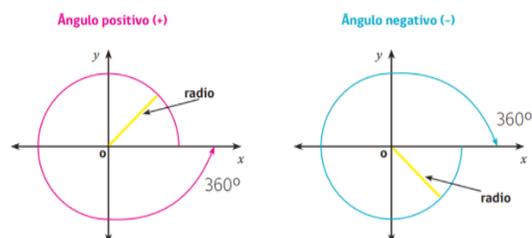


Imagen tomada de: <https://www.partesdel.com/wp-content/uploads/partes-del-angulo.png>

Desde la trigonometría, el ángulo es la amplitud de rotación. La orientación de un ángulo puede ser positiva o negativa. Un ángulo tiene una orientación **positiva**, si su lado inicial rota hasta su lado final en sentido contrario de las manecillas del reloj. Si su lado inicial rota hasta el lado final en sentido de las manecillas del reloj su orientación es **negativa**.



Tomada de : <https://epja.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/43/2019/06/Gu%C3%ADa-N%C2%B0-4-Matem%C3%A1tica-Geometr%C3%ADa-y-trigonometr%C3%ADa-herramientas-para-resolver-problemas.pdf>

Para medir ángulos, se puede emplear distintos sistemas de medición. Los más usados son: **Sistema sexagesimal** y **el sistema circular**.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 5 de 17

SISTEMA SEXAGESIMAL

El sistema sexagesimal es un sistema de unidades muy empleado, cuyo fundamento es que cada unidad se divide en 60 unidades de orden inferior, es decir es un sistema de numeración en base 60, se aplica en la actualidad fundamentalmente para medir ángulos y también en la medida del tiempo.

La unidad de medida de ángulos en el sistema sexagesimal es el grado ($^{\circ}$). En el sistema sexagesimal, se emplean algunos submúltiplos del grado ($^{\circ}$) como son: **minuto**, se simboliza ($'$) y **segundo** se simboliza ($''$). De esta manera, cada grado ($^{\circ}$) se divide en $60'$ (60 minutos) y cada minuto ($'$) se divide en $60''$ (60 segundos).

$$1 \text{ grado } (^{\circ}) = 60 \text{ minutos } (') \text{ ----- } 1^{\circ} = 60'$$

$$1 \text{ minuto } (') = 60 \text{ segundo } (') \text{ ----- } 1' = 60''$$

En general, un ángulo en el sistema sexagesimal se escribe en grados ($^{\circ}$), minutos ($'$) y segundos ($''$).

Ejemplo.

A partir de la medida de cada ángulo, identifica en cada caso, los grados ($^{\circ}$), los minutos ($'$) y los segundos.

A. $38^{\circ} 27' 6''$

Este ángulo tiene 38 grados, 27 minutos y 6 segundos.

B. 52°

En este ángulo se evidencia que no está escrito la parte de los minutos y de los segundos lo cual indica que este ángulo tiene $52^{\circ} 0' 0''$, lo que significa que este ángulo tiene 52 grados completos, cero minutos y cero segundos.

Los ángulos enteros se pueden expresar principalmente en grados y los ángulos decimales, los cuales tienen una parte entera y una parte decimal se pueden expresar en grados, minuto y segundo.

CONVERSIÓN DE UN ÁNGULO EN GRADOS DECIMAL EN GRADOS MINUTOS Y SEGUNDOS.

Para expresar un ángulo decimal (ángulo decimal expresado en grados) en grados, minutos y segundos, se realiza el siguiente procedimiento:

Paso 1, la parte entera de los grados decimales serán también los grados del ángulo.

Paso 2, la parte decimal en grados se convierten a minutos multiplicando la parte decimal por 60.

Paso 3, la parte decimal de los minutos se convierten a segundo multiplicándola por 60.

Paso 4. Con los resultados obtenidos se expresa el ángulo en grados, minutos y segundos.

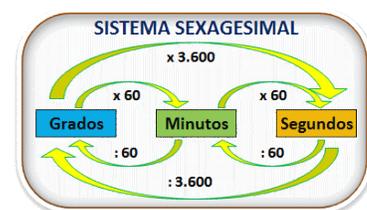
Imagen

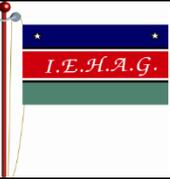
tomada

de

:

https://static.wixstatic.com/media/8b4b64_671d938d90524fbc8f8114d4b330d42f~mv2.gif



	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 6 de 17

CONVERSIÓN DE UN ÁNGULO EXPRESADO EN GRADOS MINUTOS Y SEGUNDOS A GRADOS DECIMALES.

Para convertir un ángulo en grados minutos y segundos en grado decimal.

Paso 1, La parte de los grados se conserva debido a que ya está expresada en grados.

Paso 2, Se convierten los minutos a grados, dividiendo los minutos entre 60, porque en un grado hay 60 minutos.

Paso 3, Se convierten los segundos a grados, dividiendo los segundos en 3.600, porque en un grado hay 3.600 segundos.

Paso 4, se suman los resultados obtenidos en los pasos 1,2 y 3, y se obtiene la medida del ángulo en grados

Esto pasos se sintetiza en la siguiente expresión:

$$\text{Ángulo en grados, minutos y segundo} = \text{parte del ángulo en grados} + \text{parte del ángulo minutos} * \frac{1^\circ}{60'} + \text{parte del ángulo en segundo} * \frac{1^\circ}{3.600''}$$

EJEMPLO

- Expresar los siguientes ángulos decimales en grados, minutos y segundos.

A. $57,348^\circ$.

Para expresar este ángulos en grados, minutos y segundo, se realiza los siguientes pasos:

Primero, Se identifica cuan es la parte entera y cuál es la parte decimal del ángulo.

$$57,348^\circ = 57^\circ + 0,348^\circ$$



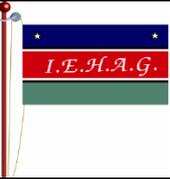
Con la parte entera del ángulo se determina los grados que tiene el ángulo dado, por lo tanto el número de grados es 57° .

Pasó 2, la parte decimal del ángulo en grados se convierte a minutos, multiplicando la parte decimal por 60 grados, debido a que en un grado hay 60 minutos.

$0,348^\circ * \frac{60'}{1^\circ} = 0,348 * 60' = 20,88'$ los grados se cancelan y esta cantidad queda expresada en minutos. La parte entera de 20, 88' determina los minutos, por lo tanto el ángulo tiene 20 minutos = $20'$.

Paso 3, con la parte decimal de los minutos se calculan los segundos que tiene el ángulo, para ello se convierte la parte decimal de minutos a segundo, multiplicando esta por 60, debido a que en un minuto hay 60 segundos.

$$20,88' = 20' + 0,88'$$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 7 de 17

$0,88 \cdot \frac{60''}{1'} = 0,88 \cdot 60'' = 52,8'' \cong 53''$
 Por lo tanto el ángulo **57, 348° = 57° 20' 53''**

El ángulo 57 grados con 348 milésimas de grado (57, 348°) equivale a 57 grados 20 minutos y 53 segundos (57° 20' 53'')

2. Expresa el siguiente ángulo $24^\circ 37' 32''$ en grados decimales.

Solución.

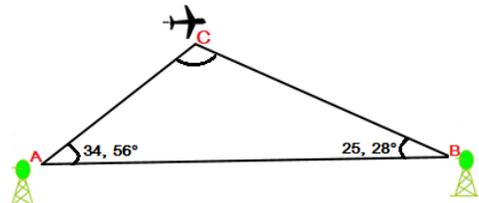
Para expresar el ángulo $24^\circ 37' 32''$ en grados decimales se convierte la parte de minutos a grados, dividiendo el número de minutos entre 60 porque en un grado hay 60 minutos y la parte de segundo convierte a grados dividiendo a los segundos entre 3.600 porque en un grado hay 3.600 segundos, finalmente se suman todos los valores, así:

$$\begin{aligned}
 24^\circ 37' 32'' &= 24^\circ + 37' \cdot \frac{1^\circ}{60'} + 32'' \cdot \frac{1^\circ}{3.600''} = 24^\circ + \frac{37^\circ}{60} + \frac{32^\circ}{3.600} \\
 &= 24^\circ + 0,61^\circ + 0,009^\circ = 24,619^\circ
 \end{aligned}$$

Por tanto, el ángulo $24^\circ 37' 32''$ expresado en grados decimales equivale a $24,619^\circ$

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 Y 4 DE ACUEDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Un avión vuela entre dos torres de control A y B. Desde la torre de comunicación A se mira al avión con un ángulo de elevación de $34,56^\circ$ y desde la torre de comunicación B se mira al avión con un ángulo de elevación de $25,28^\circ$. Ver imagen.



3. Expresa el ángulo de elevación que se forma entre la torre A y el avión ($\sphericalangle A$), en grados, minutos y segundos.

$$\sphericalangle A = 34,56^\circ = 34^\circ + 0,56^\circ$$

Solución

Para convertir el $\sphericalangle A$ en grados, minutos y segundo. La parte entera del ángulo corresponde a los grados, por lo tanto el número de grados que tiene dicho ángulo es 34° .

Parte del ángulo en grado = 34°

Para calcular los minutos se toma la parte decimal del ángulo en grado y se convierten en minutos, teniendo en cuenta que en cada grado hay 60 minutos ($1^\circ = 60'$), como se va a convertir de grados (unidad de orden mayor) a minutos (unidad de orden menor) se multiplica, así:

$$\text{Parte del ángulo en minutos} = 0,56 \cdot \frac{60'}{1^\circ} = 0,56 \cdot 60' = 33,6'$$

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 8 de 17

La parte entera de los minutos es 33´.

Con la parte decimal de los minutos la cual corresponde a 0,6´ se convierte a segundos teniendo en cuenta que en un minuto hay 60 segundos (1´ = 60"), así:

Parte del ángulo en segundo: $0,6' \times \frac{60''}{1'} = 0,6 \times 60'' = 36''$

La parte del ángulo en minutos es 33´

Por lo tanto el ángulo $\sphericalangle A = 34,56^\circ$ expresado en grados, minutos y segundos corresponde a $34^\circ 33' 36''$

4. ¿Cuál es la medida del ángulo $\sphericalangle C$, que se forma en el punto C y las torres de comunicación A y B, expresada en grados minutos y segundos?, teniendo en cuenta que entre los puntos A, B y C se forma un triángulo y la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° y cuál es la medida del su medida en grado, minutos y segundos?

Datos

$$\sphericalangle A = 34,56 \quad \sphericalangle B = 25,28 \quad \sphericalangle C = ?$$

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ \text{ La suma de los ángulos internos de un ángulo es } 180^\circ$$

Solución.

Para calcular la medida del ángulo $\sphericalangle C$, se utiliza la propiedad de los ángulos que dice que la medida de los ángulos internos de un triángulo es 180° y como se conocen los ángulo $\sphericalangle A$ y el $\sphericalangle B$, se puede calcular la medida del ángulo $\sphericalangle C$, así:

$$\sphericalangle A + \sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ \quad \text{en esta ecuación se reemplaza el valor de los ángulo conocidos}$$

$$A = 34,56^\circ \text{ y } \sphericalangle B = 25,28^\circ.$$

$$34,56^\circ + 25,28^\circ + \sphericalangle C = 180^\circ \quad \text{Despejamos el ángulo C.}$$

$$\sphericalangle C = 180^\circ - 34,56 - 25,28^\circ = 120,16^\circ$$

$$\text{El ángulo } \sphericalangle C = 120,16^\circ$$

Para expresar este ángulo en grados minutos y segundo, se debe tomar la parte decimal de los grados y convertirlas a minutos, luego la parte entera de los minutos corresponde a los minutos del ángulo y con la parte decimal de los minutos se convierte a segundos, así.

Parte entera del ángulo en grados 120°

$$\text{La parte del ángulo en minutos} = 0,16 \times \frac{60'}{1^\circ} = 9,6' \quad \text{La parte entera del grado en minutos es } = 9'$$

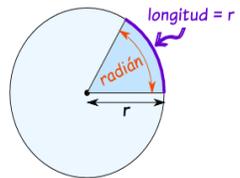
$$\text{La parte del ángulo en segundo es } 0,6 \times \frac{60''}{1'} = 0,6 \times 60 = 36''$$

El $\sphericalangle C = 120,16$ expresado en grados minutos y segundos es $120^\circ 9' 36''$.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 9 de 17

SISTEMA CÍCLICO O CIRCULAR

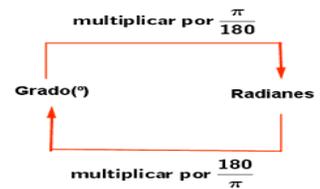
La unidad de medida de ángulos en el sistema cíclico es el **radian**. La medida de un ángulo en el sistema cíclico se determina a partir de la relación que existe entre un ángulo central en una circunferencia y el arco subtendido por dicho ángulo. Un **radian (rad)** es la medida de un ángulo central de una circunferencia cuya longitud del arco subtendido es igual al radio de la circunferencia.



RELACIÓN ENTRE GRADOS Y RADIANES.

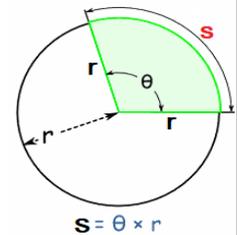
Como la medida en grado en una rotación completa es de 360° y su medida en radianes es $2\pi \text{ rad}$, entonces se tiene que $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$, donde $\pi \text{ rad} = 180^\circ$, a partir de lo cual se puede establecer que $1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi}$ y $1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$. A partir de esta relación se establecen los siguientes factores de conversión:

- ✚ Para convertir un ángulo que está en grados ($^\circ$) a radianes (rad), se multiplica el ángulo a convertir por el factor multiplicativo $\frac{\pi}{180^\circ}$.
- ✚ Para convertir un ángulo que está en radian (rad) a grados ($^\circ$), se multiplica el ángulo a convertir por el factor multiplicativo $\frac{180^\circ}{\pi}$.



LONGITUD DE UN ARCO (S)

Un **arco**, es una porción cualquiera de una circunferencia, para determinar la longitud de arco se considera un ángulo central θ , medido en radianes, que subtiende un arco de longitud s , en la circunferencia de radio de radio r , como se muestra en la imagen.



La longitud de un sector circular se calcula con la siguiente expresión :

$$S = r * \theta$$

Donde :

r : radio θ = ángulo central medido en radian S = longitud del arco

ÁREA DE UN SECTOR CIRCULAR.

El área de un sector circular subtendido por un ángulo central θ , en una circunferencia de radio r , se calcula mediante la siguiente expresión:

Donde:

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 10 de 17

A_{sc} = área del sector circular
 r = radio
 θ = Medida del ángulo central en radian.

$$A_{sc} = \frac{r^2 \theta}{2}$$

Ejemplo

1. Expresar en radianes los siguientes ángulos.

A. $\beta = 150^\circ$

Para convertir el siguiente el ángulo que está en radianes a grados se multiplica el ángulo por el siguiente factor multiplicativo $\frac{\pi}{180^\circ}$ y el resultado dará en radianes.

A. $150^\circ * \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} = \frac{150}{180} \pi \text{ rad}$ se simplifica el resultado

$$= \frac{150 \div 3}{180 \div 3} \pi \text{ rad} = \frac{15 \div 3}{18 \div 3} \pi \text{ rad} = \frac{5}{6} \pi \text{ rad}$$

$$\beta = 150^\circ = \frac{5}{6} \pi \text{ rad}$$

B. -225° ángulo negativo.

$-225^\circ * \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} = -\frac{225}{180} \pi \text{ rad}$ se simplifica la fracción.

$$-\frac{225 \div 5}{180 \div 5} \pi \text{ rad} = -\frac{45 \div 9}{36 \div 9} \pi \text{ rad} = -\frac{5}{4} \pi \text{ rad} \quad \text{por lo tanto } \beta = -225^\circ = -\frac{5}{4} \pi \text{ rad}$$

2. Expresar los siguientes ángulos en radianes a grados.

A. $\theta = \frac{4}{3} \pi$

Para convertir de radianes a grados se multiplica el ángulo por el factor multiplicativo $\frac{180^\circ}{\pi}$

$\frac{4}{3} \pi = \frac{4}{3} \pi * \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{4 * 180^\circ}{3}$ se realiza la multiplicación y se simplifica el π que multiplica con el π que divide.

$$= \frac{720^\circ}{3} \text{ se realiza la división (simplificación por 3)}$$

$$= 240^\circ$$

Por lo tanto, $\theta = \frac{4}{3} \pi = 240^\circ$

RESPONDER LAS SIGUIENTES PREGUNTAS 3, 4 Y 5 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 11 de 17

Dos aviones se encuentran a una misma distancia de una pista y entre sus líneas de vuelo forman un ángulo de $\theta = 60^\circ$.

3. ¿Cuánto mide el ángulo que forman entre las líneas de vuelo de los aviones θ en radianes?

Datos

$$\theta = 60^\circ$$

Solución.

Para convertir un ángulo que está en grados a radianes se debe multiplicar el ángulo por el factor multiplicador $\frac{\pi}{180^\circ}$ rad.

$$\begin{aligned} \theta &= 60^\circ = 60^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \text{ rad} = \frac{60}{180} \pi \text{ rad} \text{ ----- se realiza la multiplicación y se cancelan los grados.} \\ &= \frac{60 \div 10}{180 \div 10} \pi \text{ rad} = \frac{6 \div 6}{18 \div 6} \pi \text{ rad} = \frac{1}{3} \pi \text{ rad} \end{aligned}$$

$$\text{El ángulo } \theta = 60^\circ = \frac{1}{3} \pi \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

4. ¿Cuánto mide la longitud del arco que se forma entre las dos aeronaves B y C (\widehat{BC}) ?

Datos

$$\text{Angulo central } \theta \text{ en radianes} = \frac{1}{3} \pi \quad \text{Radio} = r = 2 \text{ km}$$

$$\text{Longitud del arco} = S = r \cdot \theta$$

$$\pi = 3,14$$

Solución

$$\text{Longitud del arco } (\widehat{BC}) = S = r \cdot \theta = 2 \cdot \frac{1}{3} \pi = \frac{2 \cdot 1}{3} \pi = \frac{2}{3} \pi = 0,67 \cdot 3,14 = 2,10 \text{ km}$$

La longitud de arco que hay entre los dos aviones B y C es de 2,10 km.

5. ¿Cuál es el área del sector circular **AscABC** que se forma entre los dos aviones (B y C) y el punto A desde donde partieron.

Datos

Distancia a la cual se encuentran los aviones del punto de partida A = r = 2 km

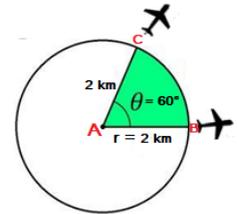
Angulo central que se forma entre el punto de partida A y la trayectoria de los aviones = $\theta = \frac{\pi}{3}$ rad

$$\text{Área del sector central } A_{\text{scABC}} = \frac{r^2 \theta}{2}$$

Solución

Para calcular el área cubierta por el del sector circular ABC se utiliza la fórmula $A_{\text{sc}} = \frac{r^2 \theta}{2}$ donde r es el radio y θ es la medida del ángulo central expresado en radianes, para calcular el valor del área se reemplazan los datos $r = 2 \text{ km}$ y $\theta = \frac{\pi}{3}$, así:

$$A_{\text{scABC}} = \frac{r^2 \theta}{2} = \frac{(2)^2 \cdot \frac{\pi}{3}}{2} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{3}}{2} = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2\pi}{3} \text{ se resuelven las multiplicaciones y se aplica la ley de medios y extremos (ley de de la oreja).}$$



	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 12 de 17

$$= \frac{4\pi}{6} = \frac{4 \cdot 3,14}{6} = 2,09 \text{ km}^2$$
 se reemplaza a $\pi = 3,14$ y se resuelven las operaciones indicadas.
 Por lo tanto el área del sector circular ABC que se forma entre el punto de partida A y la ubicación de los aviones es de $2,09 \text{ km}^2$ (kilómetros cuadrados).

TECNICA DE CONTEO

Son unos métodos matemáticos usados en estadística que permiten determinar el número total de combinaciones u opciones distintas se tienen de los elementos dentro de un mismo grupo de objetos. Las principales técnica de conteo son las siguientes: Multiplicativa, permutaciones y combinatoria.


Principio multiplicativo. Este metodo se aplica cuando una tarea A se realiza en M formas distintas , una segunda tarea B se realiza de N formas distintas y las tareas son independiente la una de la otra, entonces la realización sucesiva de ambas tareas constan de un número de formas diferentes igual a $M \cdot N$.

Número de formas de hacer las tareas = $M \cdot N$

M = Número de formas de hacer la tarea A

N= Número de forma de hacer la tarea B.

Ejemplo.

Alejandro al llegar al aeropueto el dia de su viaje decide almorzar en el restaurante del aeropuerto, el menú esta conformado por un plato principal, un vaso de jugo y un postre. Al pedir el menú se da cuenta que ofrecen 4 platos principales, tres tipos de jugos y dos tipos de postres. ¿ Cuántas opciones (combinaciones) dispone Alejandro para pedir su menú?

Datos

El menú que ofrece el restaurante consiste en un plato principal, un vaso de jugo y un postre.

Número de platos principales: M : 4

Número de tipos de Jugos: N: 3

Número de postres: P : 2

Solución

Número de combinaciones que ofrece el menú: ¿?

No. De combinaciones que ofrece el menú= $M \cdot N \cdot P = 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

De 24 formas diferentes se puede elegir el menú.


Permutaciones. Es un arreglo de varios elementos en los que es importante tener en cuenta **el orden de estos o posición de los elementos** (es decir, si importa el que vaya de primero, segundo, etc). En la permutación hay **n** cantidades de elementos distintos y se selecciona una cantidad de ellos, que sería **r**. En este caso para realizar el conteo se utiliza la fórmula :

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

n: Número de elementos distintos.

r: Número de elementos que se seleccionan

P: Número de posibilidades que pueden organizarse los elementos importando la posición.

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS	Versión 01	Página 13 de 17	

$n! = n \cdot \dots \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, se multiplica el número que aparece acompañado por el factorial por los números que se encuentran por debajo de el hasta llegar a 1.

Ejemplo: $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$ $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

Ejemplo

Debido al mal estado del tiempo, los vuelos en un aeropuerto se retrasarán, hasta el punto que de 5 vuelos (A, B, C, D, E,) solo pueden salir ese día 3 vuelos en un orden determinado. De cuantas formas se puede asignar el orden de salida de los tres vuelos que se seleccionen, teniendo en cuenta que el orden de salida es importante.

Datos

Número de vuelos : $n = 5$

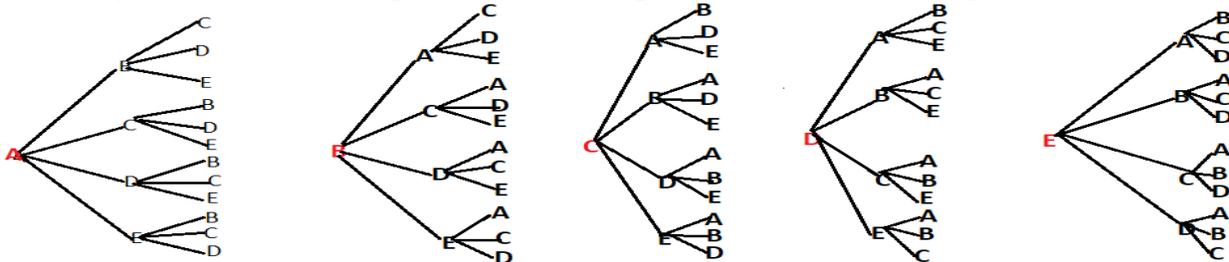
Número de vuelos permitidos : $r = 3$

$n!$ = factorial ($n \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$)

El orden en que salen los vuelos importa.

Solución

Para evidenciar y calcular con facilidad el número de posibilidades en que pueden organizarse los vuelos se puede realizar un diagrama llamado **diagrama de árbol** (ver imagen).



Al contabilizar todas las posibilidades en que pueden salir los vuelos se evidencia que el vuelo A tienen 12 posibilidades de que salga de primera si salen los tres vuelos, al igual que los vuelos B, C, D, E. Por lo tanto el número de posibilidades en que pueden salir los 3 vuelos de los 5 que se tenían planeado es

$$5P_3 = 5 \cdot 12 = 60 \text{ vuelos.}$$

Esto también se puede calcular con la fórmula $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$

${}^5P_3 = \frac{5!}{(5-3)!}$ **Se realiza la resta** Donde $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ el factorial (!) indica en este caso que se multiplican todos los números desde 5 hasta 1.

$$= \frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = \frac{120}{2} = 60$$

Si de los 5 vuelos solo salen 3 y el orden de salida de estos importa ya que no pueden salir todos al mismo tiempo, el número de posibilidades de organizar la salida de los vuelos es de 60.

 **Combinatoria.** Es una técnica de conteo en el cual **no importa el orden** a diferencia de lo que sucede con las permutaciones.

La fórmula a utilizar para calcular el número de combinaciones posibles es :

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 14 de 17

$${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Donde ${}_n C_r$ es el número de combinaciones que se pueden formar, n número de elementos y r , número de elementos de se selecciona.

Ejemplo

En la sala de espera de un aeropuerto hay 8 personas las cuales se encuentran de pie y solo hay un mueble en el que solo se pueden sentar 5 personas. ¿ De cuantas formas diferentes se pueden sentar u ocupar el banco?

Datos

Numero de personas = 8

Número de personas que se pueden sentar de las 8 = 5

Número de combinaciones que se pueden sentar 5 personas de las 8 = ${}_8 P_5 = ?$

Solución

Como no importa el orden de las personas que se sienten (es decir, no importa quien va primero, segundo o tercero), se puede calcular el número de posibilidades utilizando el concepto de combinatoria, utilizando la expresión ${}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ así:

${}_8 C_5 = \frac{8!}{(8-5)!5!} = \frac{8!}{(3)!(5)!} = \frac{8*7*6*5!}{3!*5!}$ el 8! Solo se desarrolla asi $8*7*6*5!$ Para que el 5! que está en el numerador se cancele con el 5! del denominador.

$= \frac{8*7*6}{3!} = \frac{8*7*6}{3*2*1} = \frac{8*7*6}{6}$ Se cancela el 6 que está multiplicando y el 6 que esta dividiendo en el denominador.

$$= 8 * 7 = 56$$

El número de combinaciones que se pueden forma 8 personas en grupos de 5 personas distintas es de 60.

ACTIVIDAD 3: APLICACIÓN Y EVALUACIÓN

- Realiza las siguientes conversiones de ángulos
 - Expresa el siguiente ángulo decimal $\beta = 35,425^\circ$ en grados, minutos y segundos.
 - Expresa el siguiente ángulo $\theta = 40^\circ 12' 54''$ en grado.

Realiza las siguientes conversiones

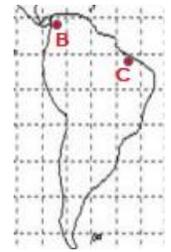
- 150° a radianes
- $-\frac{5}{4}\pi$ a grados

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 15 de 17

2. Las coordenadas geográficas de Colombia en grados decimales es Latitud 4, 5709° N y longitud 74, 2973° O. Expresa la coordenada geográfica de Colombia en grados (°), minutos (´) y segundos(“).

RESPONDE LAS PREGUNTAS 4 Y 5 DE ACUERDO LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Para calcular la diferencia horaria aproximada entre dos países o ciudades, primero se identifican las longitudes en las cuales se encuentran ubicados dichas ciudades o países, si estos valores se ubican en el **mismo** hemisferios (ya sea que los dos estén ubicados en el Este, o los dos estén ubicados en el Oeste), las coordenadas se **restan** y si se ubican en hemisferios **diferentes** (uno está ubicado en el Este y el otro en el Oeste) se suman las longitudes, el resultado obtenido se divide entre 15, el valor obtenido es la diferencia de hora que hay entre estos países o ciudades.



Una ciudad A de Brasil se ubica a una longitud de 45°O y Una ciudad B de Colombia se ubica a una longitud aproximada de 75°O.

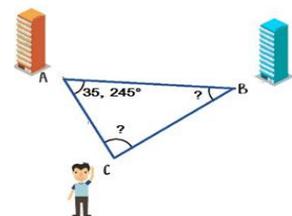
3. ¿Cuál es la diferencia de horas que hay entre la ciudad B de Colombia y la ciudad A de Brasil? Mostrar procedimiento.
4. Una vez tú conoces la diferencia horaria entre dos países, si conoces la hora de uno de estos dos países puedes determinar la hora en el otro país, para determinar su hora, te ubicas en el país del cual conoces su hora y si el país que deseas conocer la hora se ubica hacia el **Este** (a la derecha) se le suman las horas de la diferencia horaria entre estos y si se ubica al **Oeste** (a la izquierda) se le resta las horas y dicho resultado te permite determinar la hora. Si en Colombia son las 4:00 pm. ¿Cuál es la hora en la ciudad A de Brasil?



Si en Colombia son las 4: 00 pm. ¿Qué hora será en Brasil? Mostrar procedimiento

RESPONDE LAS PREGUNTAS 6 Y 7 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Tres ciudades se encuentran ubicadas como lo muestra la siguiente imagen. Si se sabe entre las carreteras que salen de la ciudad A forman un ángulo que mide 35, 245° y el ángulo que forma las carreteras que salen de la ciudad B es el doble del ángulo que forman las carreteras que salen la ciudad C.



	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 16 de 17

- ¿Cuánto mide el ángulo que forman las vías que salen de la ciudad B y cuánto mide el ángulo que forman las vías de la ciudad C?
- ¿Cuánto mide el ángulo que forman las carreteras que salen de la ciudad B, expresado en grados minutos y segundos?

Imagen transformada, Tomada de : <https://www.explicacion.net/wp-content/uploads/2019/04/Ley-de-cosenos-1.jpg>

RESPONDE LAS PREGUNTAS 8 Y 9 DE ACUERDO LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Dos barcos salen del puerto de una ciudad colombiana con diferentes rumbos. La línea de navegación del barco C forma un ángulo de N 50, 6° O con el Norte. Si el barco A está ubicado a un rumbo o dirección de S 57, 4° O. Ver imagen.

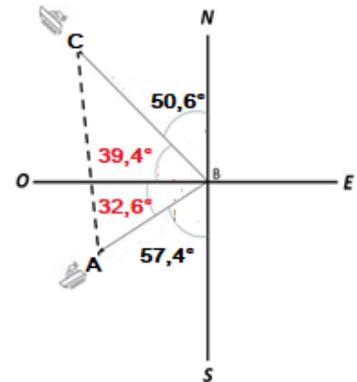


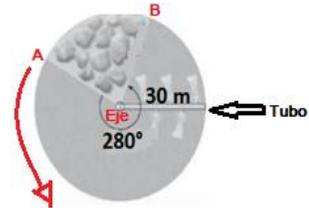
Imagen tomada y transformada de : <https://es-static.z-dn.net/files/df0/361f2e191b12f0d6d6a37bc2b9d2d82a.jpg>

- Calcula el ángulo que forma la línea de navegación del barco C con la línea Norte, en grados minutos y segundos y exprésalo como un rumbo o dirección, teniendo en cuenta que el rumbo o dirección de una nave se expresa ubicando la letra de los cuadrantes donde está ubicada la nave, primero se especifica si es norte (N) o Sur (S) dependiendo del cuadrante donde está ubicada luego se escribe el ángulo que forma con esta y de forma seguida la letra Este (E) u Oeste (O) dependiendo del cuadrante. Ejemplo S 34° 20' E significa que está ubicado en el cuarto cuadrante entre el sur y el Este y que el ángulo se forma con la línea sur y mide 34° 20'.
- ¿Cuánto mide es el ángulo CBA que se forma entre las líneas de navegación CB Y BA? ¿cuál es su valor en radianes?
- Si uno de los barcos debe visitar a 4 ciudades (A, B,C,D) para llevar mercancía pero por cuestión de tiempo solo puede visitar a 2 ciudades de las 4 . Si en este caso el orden de entrega es importante ¿De cuántas formas puede definir la ruta de entrega de la mercancía?
- Una firma transportadora en su depósito tiene 6 contenedores pero solo puede transportar grupos de 2 contenedores. ¿ Cuántas combinaciones se pueden formar para transportar dichos contenedores, si en este caso el orden no importa?
- Alejandro lleva para su viaje 5 camisas, 4 pantalones y 3 par de zapatos. Si el vestuario incluye camisa, pantalon y zapato. Mezclando las diferentes prendas . ¿ Qué medodo de conteo permite calcula el número de formas en que puede combinar su vestuario? Y ¿ De cuántas formas diferentes puede vestirse Alejandro?

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: TAREAS VIRTUALES PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES DE FORMA FLEXIBLE EN CASAS		Versión 01	Página 17 de 17

RESPONDE LAS PREGUNTAS 13 Y 14 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Alberto tiene un cultivo de Hotalizas, el cual requiere ser regado. Para ello se ubica un sistema de riego que utiliza un tubo aspensor de 30 metros de largo, que gira sobre su eje alrededor de un punto central, como se ve en la figura. Debido a un obstaculo que impide, se permite que el tubo solo gire 280° .



12. ¿ Cuánto mide la longitud del arco \widehat{AB} que recorre el tubo aspensor, el cual tiene 30m de largo y forma ángulo central de 280° ? . Si se desea cercar el cultivo cubriendo la longitud del arco \widehat{AB} , ¿Cuánto cuenta cercarlo si cada metro de cerca tiene un costo de \$4.250?
13. ¿Cuál es el área de cultivo regada por este sistema A_{scAB} , si el sector circular descrito tiene un radio de 30m y el ángulo central θ que describe el tubo aspensor mide 280° ?

FUENTES DE CONSULTA

Plan de Área de matemáticas. I.E. Héctor Abad Gómez. 2017.
M.E.N.; Derechos Básicos de aprendizajes. Bogotá D.C.; 2015.
M.E.N.; Estándares Básicos de Competencia. Bogotá. 2006.
M.E.N. Lineamientos curriculares; Bogotá; 1998.}
Quintero, Luis E; Conocimiento para el saber 10; Editorial los tres editores S.A.S; Cali – Valle; 2014.
López Héctor; Moreno Vladimir; Oscar Espinel; Maluendas Pedro Nel; Silva, Luz Helena; Avanza matemáticas 10; Editorial Norma; 2015; Bogotá.

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/anexo_7-matriz_de_referencia_matematicas.pdf

<https://epja.mineduc.cl/wp-content/uploads/sites/43/2019/06/Gu%C3%ADa-N%C2%B0-4-Matem%C3%A1tica-Geometr%C3%ADa-y-trigonometr%C3%ADa-herramientas-para-resolver-problemas.pdf>

https://ingemecanica.com/tutoriales/sistemas_de_medida_de_angulos.html

<https://psicologiaymente.com/miscelanea/tecnicas-de-conteo>

https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/SM/SM_M_G10_U02_L02.pdf

<https://es.slideshare.net/JEJG/concepto-de-rumbo-y-azimut>

<https://www.cecyc3.ipn.mx/ibiblioteca/mundodelasmatematicas/unidad1historia.html>

https://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/ContenidosAprender/G_10/M/SM/SM_M_G10_U02_L02.pdf