
	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HÉCTOR ABAD GÓMEZ</b>		
	<b>Proceso: GESTIÓN CURRICULAR</b>	<b>Código</b>	
<b>Nombre del Documento: GUÍA VIRTUAL PARA DESARROLLAR EN CASA - Sabatino y Nocturno</b>		<b>Versión 01</b>	<b>Página 1 de 5</b>

<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HÉCTOR ABAD GÓMEZ</b>			
<b>DOCENTES:</b> JUAN CARLOS MÁRQUEZ		<b>NÚCLEO DE FORMACIÓN:</b> LÓGICO MATEMÁTICO	
<b>CLEI:</b> VI	<b>GRUPOS:</b> 602-603	<b>PERIODO:</b> 2	<b>SEMANA:</b> 21
<b>NÚMERO DE SESIONES:</b> 1	<b>FECHA DE INICIO:</b> 11 DE JUNIO DE 2022	<b>FECHA DE FINALIZACIÓN:</b> 17 DE JUNIO DE 2022	

## PROPÓSITO

Al terminar el trabajo con esta guía los estudiantes del CLEI VI de la Institución Educativa Héctor Abad Gómez estarán en capacidad de comprender que los límites se utilizan para determinar la continuidad o discontinuidad, son valores a los cuales se acerca una función dependiendo del valor al que se aproxime la independiente ( $x$ ).

## ACTIVIDAD 1 (INDAGACIÓN)

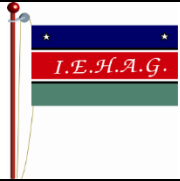

### Lo que vamos a aprender, para qué nos sirve?

Hay muchas aplicaciones de los límites, sin embargo, podemos mencionar que estudiar el concepto de límite y su uso nos va a servir para conocer el crecimiento de bacterias.

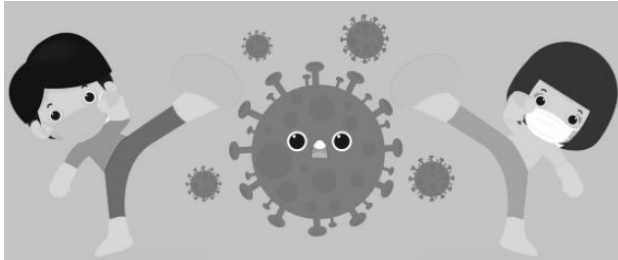
Los microorganismos son seres vivos, en su gran mayoría unicelulares, cuya reproducción depende de las condiciones en las que habitan. Entre los microorganismos cuya reproducción es importante controlar están las bacterias. Así, el control adecuado del crecimiento de un cultivo de bacterias permite obtener alimentos de calidad y conocer la situación de una epidemia en una población.

Normalmente, el crecimiento de un cultivo de bacterias se puede determinar mediante la aplicación de funciones lineales, cuadráticas, logarítmicas o exponenciales (algunas de estas, estudiadas en semanas

anteriores). Sin embargo, en algunas situaciones se utilizan funciones por partes, a las que se les analiza su continuidad para establecer si hay cambios considerables en el patrón de crecimiento del cultivo de

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HÉCTOR ABAD GÓMEZ</b>		
	Proceso: <b>GESTIÓN CURRICULAR</b>	<b>Código</b>	
<b>Nombre del Documento: GUÍA VIRTUAL PARA DESARROLLAR EN CASA - Sabatino y Nocturno</b>		<b>Versión</b> 01	<b>Página</b> 2 de 5

bacterias (como un virus).



## ACTIVIDAD 2 (CONCEPTUALIZACIÓN)

### LÍMITES



Un **límite** es una aproximación, una tendencia, es un punto al que puede llegar un valor. También, podemos decir que un **límite** es un topo, algo que no puedes sobrepasar. Los límites son valores a los cuales se acerca una función  $f(x)$  dependiendo del valor al cual se aproxime  $x$ . Se definen o se simbolizan formalmente así:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

Pero, ¿Qué significa esa simbología?, cuando  $n$  está muy próximo a  $(a)$ , entonces se aproxima a  $L$ .

Algunos límites son laterales, de funciones racionales, de funciones indeterminadas, de funciones radicales y de funciones trigonométricas.

<b>Laterales: los acercamientos de <math>x</math> a <math>a</math> son por la izquierda o por la derecha</b>	Por la izquierda $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$
	Por la derecha $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$
<b>De funciones radicales</b>	$\lim_{x \rightarrow a} \frac{P(x)}{Q(x)}$
<b>De funciones indeterminadas</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \pm\infty$
	$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \pm\infty$
	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P(x)}{Q(x)}$

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HÉCTOR ABAD GÓMEZ</b>		
	<b>Proceso: GESTIÓN CURRICULAR</b>	<b>Código</b>	
<b>Nombre del Documento: GUÍA VIRTUAL PARA DESARROLLAR EN CASA - Sabatino y Nocturno</b>		<b>Versión 01</b>	<b>Página 3 de 5</b>

	Tiene variaciones en los resultados, si la función que está en el numerados es mayor o menor que la función que está en el denominador.
<b>De funciones radicales</b>	$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt{f(x)}$
<b>De funciones trigonométricas</b>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x}$

Ejemplos:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$$

a) Al sustituir el valor de  $x$  por 1 (sustituimos por 1, porque la  $x$  tiende a 1, obtenemos:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1^2 - 1}{1 + 1} &= \\ \frac{(1)(1) - 1}{2} &= \\ \frac{1 - 1}{2} &= \frac{0}{2} = 0 \end{aligned}$$

b) También, se puede resolver el ejercicio haciendo uso de los productos notables, así:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x + 1)(x - 1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)},$$

se simplifica  $(x + 1)$  que está en el numerador y denominador

$$\lim_{x \rightarrow 1} x - 1, \text{ al quedar } x=1, \text{ se sustituye la } x \text{ por } 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} 1 - 1 = 0, \text{ de igual forma el resultado es cero.}$$

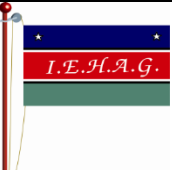

$$2. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

a) Al sustituir la  $x$  por  $-3$ , queda:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{-3^2 - 9}{-3 + 3} = \frac{(-3)(-3) - 9}{0} = \frac{0}{0}$$

Sin embargo, podemos resolver el límite usando productos notables, así:

$$b) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3}$$

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HÉCTOR ABAD GÓMEZ</b>		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: GUÍA VIRTUAL PARA DESARROLLAR EN CASA - Sabatino y Nocturno		Versión 01	Página 4 de 5

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x + 3} &= \\
 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x + 3)(x - 3)}{(x + 3)} &= \\
 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\cancel{(x + 3)}(x - 3)}{\cancel{(x + 3)}} &= \\
 \lim_{x \rightarrow -3} (x - 3) &= \\
 -3 - 3 &= -6
 \end{aligned}$$

Es el momento de recordar algunos productos notables que son útiles para resolver límites:

Producto notable	=	Expresión algebraica	Nombre
$(a + b)^2$	=	$a^2 + 2ab + b^2$	Binomio al cuadrado
$(a + b)^3$	=	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	Binomio al cubo
$a^2 - b^2$	=	$(a + b)(a - b)$	Diferencia de cuadrados
$a^3 - b^3$	=	$(a - b)(a^2 + b^2 + ab)$	Diferencia de cubos
$a^3 + b^3$	=	$(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$	Suma de cubos
$a^4 - b^4$	=	$(a + b)(a - b)(a^2 + b^2)$	Diferencia cuarta
$(a + b + c)^2$	=	$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$	Trinomio al cuadrado

### ACTIVIDAD 3 (APLICACIÓN Y EVALUACIÓN)

Teniendo en cuenta lo anterior, resuelve cada límite aplicando los productos notables si es el caso:



1.  $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 5x + 4)$

4.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - x - 10}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x + 2}$

5.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 - x - 10}$

3.  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x + 3}$

	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA HECTOR ABAD GOMEZ</b>		
	Proceso: GESTIÓN CURRICULAR	Código	
Nombre del Documento: GUÍA DE TRABAJO PARA LA ATENCIÓN DE ESTUDIANTES EN LA PRESENCIALIDAD – JORNADA SABATINA		Versión 01	Página 5 de 5

**FUENTES DE CONSULTA:**

<https://www.problemasyequaciones.com/limites/calculo-limites-explicados-metodos-reglas-procedimientos-indeterminaciones-grados-infinito-resueltos.html>