

INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION					
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :	MATEMÁTICAS			
	ASIGNATURA:	MATEMÁTICAS			
	DOCENTE:	JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO			
	TIPO DE GUIA:	CONCEPTUAL - EJERCITACION			
	PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACION
	1	11º	3	Marzo 6 de 2020	3 UNIDADES

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ♣ Realiza responsablemente la consulta sobre inecuaciones con valor absoluto y las aplica.
- ♣ Propone alternativas de solución a las actividades planteadas.

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Recuerda que el valor absoluto de un número a , notado $|a|$ siempre es positivo ó como mínimo 0. Ejemplo: $|-3| = 3$, $|3| = 3$ y $|0| = 0$; por lo tanto siempre será válida la siguiente definición:

$$|x| \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

Inicias hoy el estudio de las inecuaciones con valor absoluto; para resolverlas existen unas propiedades por medio de las cuales tú puedes suprimir el valor absoluto resultando ecuaciones e inecuaciones sencillas que ya tú has aprendido a manejar.

• Inecuaciones de la forma $|f(x)| < \text{Algo}$

Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones ó expresiones que contienen la variable x , tenemos que:

Propiedad 1 (P1) : $|f(x)| < a, a > 0 \Leftrightarrow -a < f(x) < a \Leftrightarrow -a < f(x) \text{ y } f(x) < a$.

Resultan dos inecuaciones que se resuelven y la solución total es la intersección de la solución de las dos inecuaciones.

Propiedad 2 (P2) : $|f(x)| < a, a < 0$; en este caso no hay solución porque el valor absoluto nunca es menor que un número negativo, por lo tanto $S_{In} = \phi$.

Propiedad 3 (P3) : $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) \text{ y } f(x) < g(x) \text{ y } g(x) > 0$

Resultan tres inecuaciones y la solución total es la intersección de las soluciones de cada una de estas inecuaciones.

Propiedad 4 (P4) : $|f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow f(x)^2 < g(x)^2$, se desiguala a cero, se factoriza la diferencia de cuadrados, se reúnen los términos semejantes en cada paréntesis y se resuelve como la polinómica.

NOTA: Si tuviera \leq entonces a todas las desigualdades se les coloca el $=$.

• **Inecuaciones de la forma $|f(x)| > \text{Algo}$.**

Sean $f(x)$ y $g(x)$ dos funciones ó expresiones que contienen a la variable x , tenemos que :

Propiedad 5 (P5) : $|f(x)| > a, a > 0 \Leftrightarrow f(x) > a \text{ ó } f(x) < -a$

Resultan dos inecuaciones que se resuelven y luego la solución de cada inecuación se une y el resultado es la solución de la inecuación planteada .

Propiedad 6 (P6) : $|f(x)| > g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x) \text{ ó } f(x) < -g(x)$.

Resultan dos inecuaciones que se trabajan de igual forma que la P9 .

Propiedad 7 (P7) : $|f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow f(x)^2 > g(x)^2$ se desiguala a cero, se factoriza la diferencia de cuadrados, se reúnen los términos semejantes en cada paréntesis y se resuelve como la polinómica.

Propiedad 8 (P8) : $|f(x)| > a, a < 0$, entonces se analiza lo siguiente:

Si $f(x)$ no tiene denominadores, entonces la solución son todos los reales, es decir, **Sln : $x \in \mathbb{R}$** , pero si $f(x)$ tiene denominador entonces se iguala el denominador a cero, se despeja a X y luego la solución será todos los reales sin incluir los valores despejados de X en el denominador, es decir, **Sln : $x \in \mathbb{R} - \{ \text{valores despejados de } x \text{ en el denominador} \}$** .

NOTA : Si la desigualdad fuera con \geq entonces a todo se le coloca el $=$.

ACTIVIDADES

1. **OBSERVO Y ANALIZO** detenidamente los siguientes ejemplos, aplicando los teoremas anteriores.

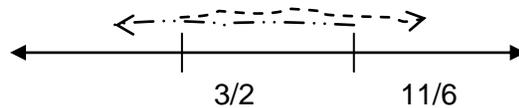
Resuelvo para X las siguientes inecuaciones.

a. $|3X - 5| < 1/2$

Toma la forma de la P1, por lo tanto me queda:

$$-1/2 < 3x - 5 \text{ y } 3x - 5 < 1/2 \Rightarrow -1 < 6x - 10 \text{ y } 6x - 10 < 1 \text{ (puedo multiplicar en cruz porque es entera)} \Rightarrow -6x < -9 \text{ y } 6x < 11$$

$\Rightarrow 6x > 9 \text{ y } 6x < 11 \Rightarrow x > 3/2 \text{ y } x < 11/6$; ubicando en la recta los dos valores para mirar la intersección tengo que:



Luego la intersección será la solución de la inecuación planteada: $\text{Soln : } x \in (3/2, 11/6)$

b. $|3X - 2| \leq -5$

Analizando la P2 puedo observar que dicha inecuación no tiene solución, es decir: $\text{Soln} = \emptyset$

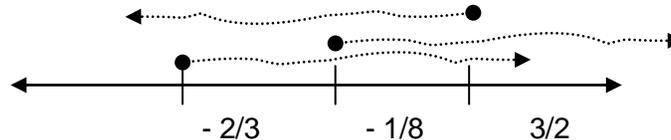
c. $|5X - 1| \leq 3X + 2$

Aplicando la P3 obtengo que: $-(3x+2) \leq 5x-1$ y $5x-1 \leq 3x+2$ y $3x+2 \geq 0$

$$\Rightarrow -3x-2 \leq 5x-1 \text{ y } 5x-1 \leq 3x+2 \text{ y } 3x+2 \geq 0$$

$$\Rightarrow -3x - 5x \leq -1 + 2 \text{ y } 5x - 3x \leq 2 + 1 \text{ y } 3x \geq -2 \Rightarrow -8x \leq 1 \text{ y } 2x \leq 3 \text{ y } x \geq -2/3$$

$\Rightarrow 8x \geq -1 \text{ y } x \leq 3/2 \text{ y } x \geq -2/3 \Rightarrow x \geq -1/8 \text{ y } x \leq 3/2 \text{ y } x \geq -2/3$. Ubicando en la recta estos valores para mirar la intersección de los tres intervalos tengo:



Luego la intersección de las tres es la solución, es decir: $\text{Soln : } [-1/8, 3/2]$

d. $|2X - 1| < |X + 2|$

Si analizo la forma del ejercicio me doy cuenta que es necesario aplicar la P4 para solucionarla, y mediante esta propiedad obtengo:

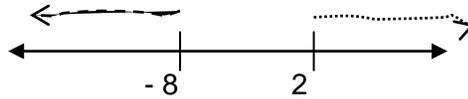
$$(2x - 1)^2 < (x + 2)^2 \Rightarrow (2x - 1)^2 - (x + 2)^2 < 0 \Rightarrow (2x - 1 + x + 2)(2x - 1 - x - 2) < 0 \Rightarrow (3x + 1)(x - 3) < 0$$

, luego resolviéndola como polinómica y haciendo la recta con los signos obtengo como solución:

$$\text{Soln : } (-1/3, 3)$$

e. $|X + 3| > 5$

Toma la forma de P5, por lo tanto me queda que: $x + 3 > 5$ ó $x + 3 < -5 \Leftrightarrow x > 2$ ó $x < -8$. Ubicando en la recta los despejes para mirar su unión me queda:



La solución será la unión de estos intervalos ó sea: $\boxed{\text{Soln} = x \in (-\infty, -8) \cup (2, +\infty)}$.

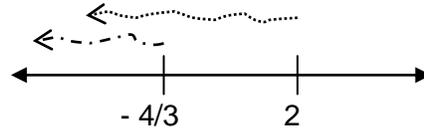
f. $|X - 3| \geq |2X + 3|$

Toma la forma de la P7 y resulta: $(x - 3)^2 \geq (2x+3)^2$, luego hago las operaciones indicadas y resulta una ecuación polinómica, la cuál resuelvo (como yo ya sé) y obtengo que su solución es:

$$\boxed{\text{Soln} = x \in [-6, 0]}$$

g. $|X + 3| > 2x + 1$

Aplicando la P6 tengo que: $x + 3 > 2x + 1$ ó $x + 3 < -(2x + 1)$; transponiendo términos, reuniendo los semejantes y despejando x de cada inecuación obtengo que: $x < 2$ ó $x < -4/3$ y ubicando en la recta para mirar su unión esta nos queda:



Luego la solución total es la unión de estos intervalos, por lo tanto: $\boxed{\text{Soln} = x \in (-\infty, 2)}$.

h. $|2X + 5| > -1/3$

Por la P8 como no hay denominadores con x dentro del valor absoluto su solución es: $\boxed{\text{Soln} = \mathbb{R}}$

i. $(X - 3)/(X - 4) > -5$

Por la P8 como hay denominador con x dentro del valor absoluto es necesario igualar a cero dicho denominador y despejar a x, así:

$$X - 4 = 0 \Rightarrow (x + 2)(x - 2) = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \text{ ó } x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ ó } x = 2.$$

Luego la solución será: $\boxed{\text{Soln} : x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}}$.

2. SOLUCIONO EN CASA PARA ENTREGAR EL LUNES 16 DE MARZO a primera hora (a la entrada del salón de profesores) los siguientes ejercicios:

a. $|7x + 8| \leq 9$ b. $|11 - 3x| > 10$ c. $|5x - 8| < 2/3$

d. $|3x - 5| \leq 4x + 7$ e. $|3X + 2| \leq |7X - 5|$

*"Nada se olvida más despacio que una ofensa
y nada más rápido que un favor"*