

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		MATEMÁTICAS		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		DE APRENDIZAJE		
	PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACION
	1	10	2	Febrero 10 de 2025	7 clases

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ✦ Análisis de expresiones trigonométricas dadas para hallar su valor numérico aplicando las razones trigonométricas en los triángulos rectángulos.
- ✦ Muestra interés y responsabilidad en la entrega de las actividades académicas que se le asignan.

LO QUE VOY A APRENDER...

LA TRIGONOMETRÍA y su objeto de estudio: Funciones y razones trigonométricas

Ahora que inicias tu décimo grado debes tomar conciencia que tu nivel de responsabilidad debe ser mayor para que así puedas alcanzar sin dificultad tus metas. Además, todo conocimiento nuevo que adquieras debe ser un **conocimiento activo**, un conocimiento que puedas aplicar. Por ello en este curso es de gran importancia que aprendas a manejar la trigonometría ya que en él te vas a dar cuenta de la serie de aplicaciones que tiene y que en tu vida cotidiana de una u otra forma encontrarás situaciones y problemas que no pueden estar desligadas de ella.



Hiparco de Nicea

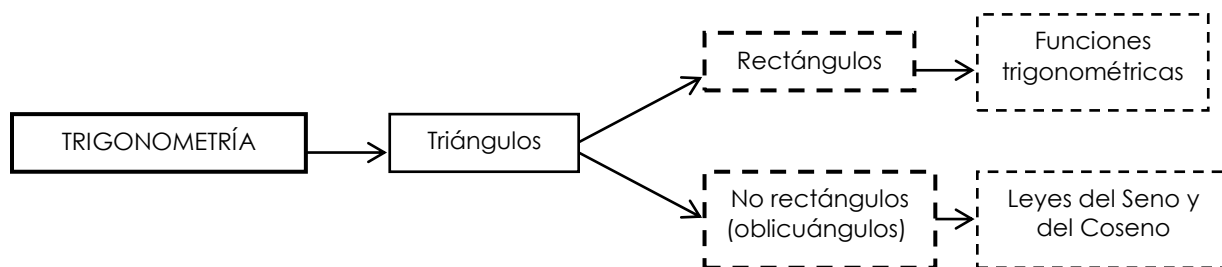
La trigonometría y sus funciones trigonométricas se utilizan actualmente en varias ramas de la física como en electromagnetismo, mecánica, termodinámica, aviación, navegación, ingeniería civil, astronomía, entre otras; así como para describir y analizar fenómenos periódicos como mareas, ondas sonoras y fenómenos eléctricos, entre otros.

Durante su estudio encontrarás variedad de fórmulas nuevas que aprenderás a **manejar**, **desarrollar** y **aplicar** de una manera sencilla con tu esfuerzo y dedicación.

La Trigonometría es la rama de las matemáticas que se encarga de estudiar y analizar la relación entre los seis elementos de un triángulo (tres lados y tres ángulos). La palabra tiene su origen en el griego "trigonos" que significa triángulo y "metron" que hace referencia a las medidas.

En cuanto a su origen, es difícil establecer quién o qué cultura dio origen a la trigonometría. Se considera a Hiparco, astrónomo, matemático y geógrafo griego, como el padre de la trigonometría, aunque existen evidencias que hace más de 3000 años, los babilonios y los egipcios ya habían establecidos ciertas relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos.

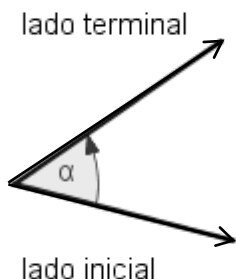
LO QUE ESTOY APRENDIENDO...



Ahora sí, entremos en materia...

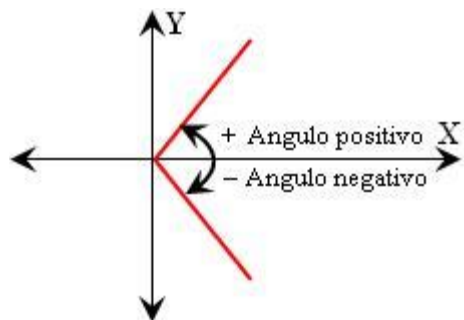
Para trabajar con los triángulos rectángulos empleamos las **funciones trigonométricas** que son seis: **SENO** (Sen), **TANGENTE** (Tan), **SECANTE** (Sec), **COSENO** (Cos), **COSECANTE** (Csc) y **COTANGENTE** (Cot). Las tres últimas funciones reciben el nombre de **cofunciones** (porque se forman anteponiéndole a las tres primeras funciones el prefijo **co**).

Para trabajar con los triángulos no rectángulos (oblicuángulos) se emplean también las funciones trigonométricas pero haciendo uso de los teoremas del seno y del coseno que se trabajarán en el segundo período.



ÁNGULO: Es la abertura formada por el giro o rotación que se genera a partir de dos semirrectas (rayos) que concurren en un punto fijo llamado vértice. Al vértice rayo que permanece fijo se le llama **lado inicial** del ángulo (**L.I.**) y al rayo que gira se le llama **lado final** del ángulo (**L.F.**).

Cuando el giro se realiza en sentido contrario a las manecillas del reloj el ángulo que se forma es **positivo** y si se realiza en el mismo sentido es **negativo**.



Ten presente que los ángulos se nombran con letras mayúsculas (A, B, C, D, ...) o con las letras griegas como α (Alpha), β (Beta), δ (Delta), ϕ (Phi), θ (Theta), ω (Omega), γ (Gamma), λ (lambda), ρ (rho), entre otras.

MEDIDAS DE ÁNGULOS:

Los ángulos se pueden medir en **grados** (sistema sexagesimal) o en **radianes** (sistema cíclico o circular); por tanto podemos por ejemplo decir que un ángulo mide 45° , 60° o 5π radianes, etc.

Es así como un ángulo que está expresado en grados tú lo puedes expresar en radianes y viceversa; para ello debes tener en cuenta que:

$$2\pi \text{ radianes} = 360^\circ = 1 \text{ vuelta completa o} \\ \pi \text{ radianes} = 180^\circ = \text{media vuelta.}$$

Un **ángulo recto** es la mitad de un ángulo llano y mide 90° . La siguiente tabla contiene definiciones de otros tipos especiales de ángulos.

Terminología	Definición	Ejemplos
ángulo agudo θ	$0^\circ < \theta < 90^\circ$	$12^\circ; 37^\circ$
ángulo obtuso θ	$90^\circ < \theta < 180^\circ$	$95^\circ; 157^\circ$
ángulos complementarios α, β	$\alpha + \beta = 90^\circ$	$20^\circ, 70^\circ; 7^\circ, 83^\circ$
ángulos suplementarios α, β	$\alpha + \beta = 180^\circ$	$115^\circ, 65^\circ; 18^\circ, 162^\circ$

TEN PRESENTE QUE:

- Para convertir grados a radianes debes multiplicar los grados dados por $\frac{\pi}{180}$.
- Para convertir radianes a grados debes multiplicar los radianes dados por $\frac{180}{\pi}$.

Así por ejemplo observa la siguiente tabla:

Cambios de medidas angulares

Para cambiar	Multiplicar por	Ejemplos
grados a radianes	$\frac{\pi}{180^\circ}$	$150^\circ = 150^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) = \frac{5\pi}{6}$ $225^\circ = 225^\circ \left(\frac{\pi}{180^\circ} \right) = \frac{5\pi}{4}$
radianes a grados	$\frac{180^\circ}{\pi}$	$\frac{7\pi}{4} = \frac{7\pi}{4} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 315^\circ$ $\frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} \left(\frac{180^\circ}{\pi} \right) = 60^\circ$

Atrévete a:

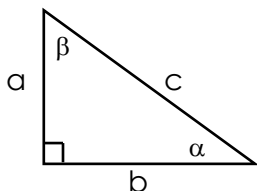
- Convertir los siguientes ángulos a radianes: $60^\circ, 45^\circ, 150^\circ, -330^\circ, 210^\circ, -30^\circ, 450^\circ, 630^\circ, -100^\circ$.
- Convertir los siguientes ángulos a grados: $3\pi/4, -7\pi/2, 5\pi/6, \pi/6, -\pi/12, 4\pi/3, 5\pi/4, 11\pi/9$.

* **RAZONES o RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS**

Sea θ un ángulo agudo de un triángulo rectángulo cualquiera. Con base a las seis funciones trigonométricas mencionadas definimos para dicho ángulo las siguientes relaciones o trigonométricas:

Sen θ = cateto opuesto / hipotenusa	= c. op / hip
Cos θ = cateto adyacente / hipotenusa	= c. ady / hip
Tan θ = cateto opuesto / cateto adyacente	= c. op / c. ady
Cot θ = cateto adyacente / cateto opuesto	= c. ady / c. op
Sec θ = hipotenusa / cateto adyacente	= hip / c. ady
Csc θ = hipotenusa / cateto opuesto	= hip / c. op

Es así como por ejemplo en el triángulo rectángulo mostrado los ángulos agudos son α y β . Para el ángulo α el cateto opuesto es **a** y el adyacente es **b** y para el ángulo β el cateto opuesto es **b** y el adyacente es **a**; la hipotenusa del triángulo es **c**.



De acuerdo a las relaciones trigonométricas dadas en el cuadro anterior tenemos que:

$$\begin{array}{lll} \text{Cos}\alpha = b / c & \text{Tan}\alpha = a / b & \text{Sen}\alpha = a / c \\ \text{Sec}\alpha = c / b & \text{Cot}\alpha = b / a & \text{Csc}\alpha = c / a \end{array}$$

De igual forma para el ángulo β las seis funciones trigonométricas son:

$$\begin{array}{lll} \text{Cos}\beta = a / c & \text{Tan}\beta = b / a & \text{Sen}\beta = b / c \\ \text{Sec}\beta = c / a & \text{Cot}\beta = a / b & \text{Csc}\beta = c / b \end{array}$$

Debes tener muy presente que para resolver ejercicios de aplicación con las razones trigonométricas en los triángulos rectángulos necesitas conocer los tres lados del triángulo (hipotenusa y catetos) y luego calculas las funciones trigonométricas que requieres trabajar en el ejercicio.

Recuerda que el teorema de Pitágoras dice que:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{el otro cateto}^2$$

De acuerdo al teorema de Pitágoras si conozco el valor de los dos catetos y falta la hipotenusa, ésta la obtengo así:

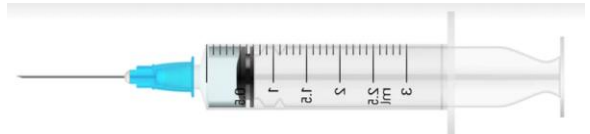
$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{\text{cateto}^2 + \text{cateto}^2}$$

Y si conozco el valor de la hipotenusa y de uno de los catetos el valor del otro cateto lo puedo hallar así:

$$\text{Cateto} = \sqrt{\text{hipotenusa}^2 - \text{cateto}^2}$$

IMPORTANTE: Las seis relaciones trigonométricas dadas a conocer anteriormente, se utilizan únicamente para trabajar **los ángulos agudos de un triángulo rectángulo**; para trabajar el ángulo recto de dicho triángulo se emplean las definiciones circulares que trabajaremos próximamente.

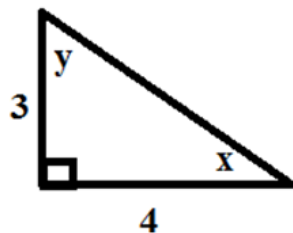
VOY A APLICAR LO QUE APRENDÍ...



PARTE A: Análisis detenidamente la solución de los siguientes ejercicios que desarrollará mi profesor en la clase, teniendo en cuenta las razones trigonométricas y los ejercicios de fraccionarios y radicales que trabajé en las clases anteriores:

1. Si en un triángulo rectángulo los ángulos agudos son ϕ y θ y el cateto adyacente de θ es 7 y el adyacente de ϕ es 3. Calcula la hipotenusa de dicho triángulo y calcula las seis funciones trigonométricas para el ángulo θ y las tres cofunciones para el ángulo ϕ .

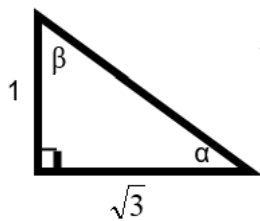
2. Dado el triángulo



Verifica que:

$$\frac{Csc y + Csc^2 x}{2Sen y - 3Cot^2 x} = -\frac{725}{672}$$

3. En el triángulo mostrado a continuación:



Comprueba que:

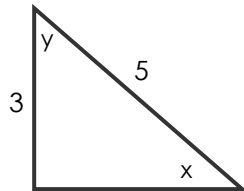
$$\frac{Cos^2 B + 2Tan \alpha}{Csc \beta} = \frac{\sqrt{3} + 8}{8}$$

4. Para el triángulo del numeral 3 anterior **verifica que:**

$$\frac{4Sen \alpha - 2Tan^2 \beta}{Cot^2 \alpha + \frac{1}{3}Sec^2 \beta} = -\frac{12}{13}$$

PARTE B: EJERCITO EN MI CASITA MUY JUICIOSA.

1. Dado el triángulo:



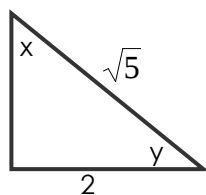
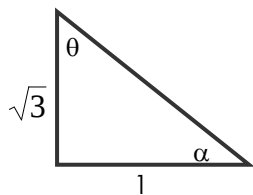
Verifico que: $\sec^2 x - 2 \cos x + \tan y = 7/5$



Si se me presenta alguna duda llamaré a Sara Arenas.

2. En el triángulo del numeral 1 anterior compruebo que: $\frac{2 \cos x - 2 \sec y}{1 - \cot x} = \frac{26}{5}$

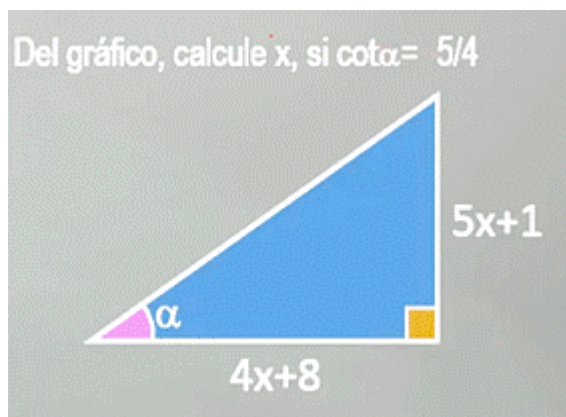
3. Dados los triángulos verifico que:



$$\frac{2 \csc x - 4 \cos^2 \theta}{3 \sec y} = \frac{5 - 3\sqrt{5}}{3}$$

4. Tomando los mismos triángulos del numeral anterior verifico que: $\frac{\cos^2 y - \tan \alpha}{3 \csc x} = \frac{8\sqrt{5} - 10\sqrt{15}}{75}$

5. **Mi reto:**



*"Entre las dificultades se esconde
La oportunidad"*

Albert Einstein