

INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:			
	AREA :		MATEMÁTICAS	
	ASIGNATURA:		MATEMÁTICAS	
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO	
	TIPO DE GUIA:		DE APRENDIZAJE	
PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACION
1	11°	3	Marzo 4 de 2024	6 horas

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ★ Desarrolla inecuaciones enteras tanto lineales como polinómicas, para encontrar su intervalo solución.
- ★ Realiza las actividades y tareas que se le asignan oportuna y correctamente.

¿QUÉ VOY A APRENDER?...

INECUACIONES REALES ENTERAS SIN VALOR ABSOLUTO

Entras ahora a trabajar otro de los temas de gran importancia dentro del campo matemático como son las desigualdades y su aplicación dentro de las inecuaciones. El concepto de inecuación es muy útil a la hora de explicar algunos fenómenos con los que nos encontramos a diario; así por ejemplo, por encima del punto de ebullición del agua (100 grados centígrados), ésta se evapora. Por debajo del punto de congelación (0 grados), es hielo. Entre estas dos temperaturas ($0 < t < 100$), es líquido. Esta desigualdad establece que a cualquier temperatura comprendida entre 0 y 100 grados centígrados, el estado del agua es líquido.

De otro lado en el mundo de los negocios, la economía y la administración, el análisis de la productividad presenta problemas cuyas variables están limitadas por consideraciones prácticas tales como restricciones inevitables de espacio, tiempo, costos, utilización de materiales, entre otras, cada una de las cuales puede ser cuantificada y expresada mediante una desigualdad entre números reales. Por ejemplo, un fabricante al elaborar un programa de producción de piezas para ensamblar motores, tiene en cuenta mercancía en inventario, demanda en períodos de tiempo, costos de producción, capacidad y utilización de maquinaria, número de operarios, etc., para el cual la programación lineal es útil en la optimización de recursos y minimización de costos y para ello es necesario emplear las ecuaciones y las inecuaciones.

Como puedes observar, el estudio de las desigualdades e inecuaciones es de gran aplicación en diferentes circunstancias de la vida cotidiana, las cuales tendrás que enfrentar como futura profesional que serás.

Cuando nos enfrentamos a un nuevo conocimiento debemos **explorar** en él, qué ideas tenemos y de esta forma profundizar y mirar qué aplicaciones tiene. Te invito para que con mucha responsabilidad, interés y entusiasmo abordes el estudio de esta nueva temática.

★ DESIGUALDADES.

Cuando tenemos números reales, estos tienen un orden establecido al ubicarlos en la recta numérica. Recordemos que los números reales no nulos se dividen en dos clases: los **positivos** que forman el conjunto \mathbf{R}^+ y los **negativos** que forman el conjunto \mathbf{R}^- .

También podemos decir que cuando nos dan dos números reales al compararlos podemos decir que son iguales o que son diferentes. Aquí precisamente cuando son diferentes decimos que son desiguales y aquí aparece precisamente la **relación de desigualdad**.

En general dados dos números reales **A y B** entre ellos se da la **Ley de Tricotomía** mediante la cual entre dichos números se puede presentar una y sólo una de las siguientes relaciones:

$$\boxed{A = B \quad \text{ó} \quad A < B \quad \text{ó} \quad A > B}$$

LEY DE TRICOTOMÍA

Las dos últimas relaciones son las que conforman una **desigualdad**.

En conclusión:

Si **a** y **b** son números reales diferente entonces si **a** está a la **izquierda** de **b** es porque “a es **menor que b**” ($a < b$) y si a está a la **derecha** de b es porque “a es **mayor que b**” ($a > b$).



Propiedades importantes de las desigualdades:

1. $A \geq B$ significa que $A > B$ o que $A = B$
2. $A \leq B$ significa que $A < B$ o que $A = B$
3. $A > 0$ significa que A es un número positivo
4. $A < 0$ significa que A es un número negativo

NOTA DEMASIADO IMPORTANTE:

Cuando una desigualdad se multiplica o divide a ambos lados por un número negativo o por “menos 1”, la desigualdad cambia su sentido y cambian todos los signos de las cantidades antes y después del signo de desigualdad, por ejemplo:

$$\text{Si } -3 < 5 \text{ entonces } 3 > -5.$$

$$\text{Si } -3x \geq 7 \text{ entonces } 3x \leq -7$$

Intervalos reales.

La relación de orden en los números reales permite definir algunos subconjuntos de números reales **llamados intervalos** y que se utilizan en la solución de las inecuaciones reales que vamos a estudiar en este período. A continuación se muestran los diferentes tipos de intervalos:

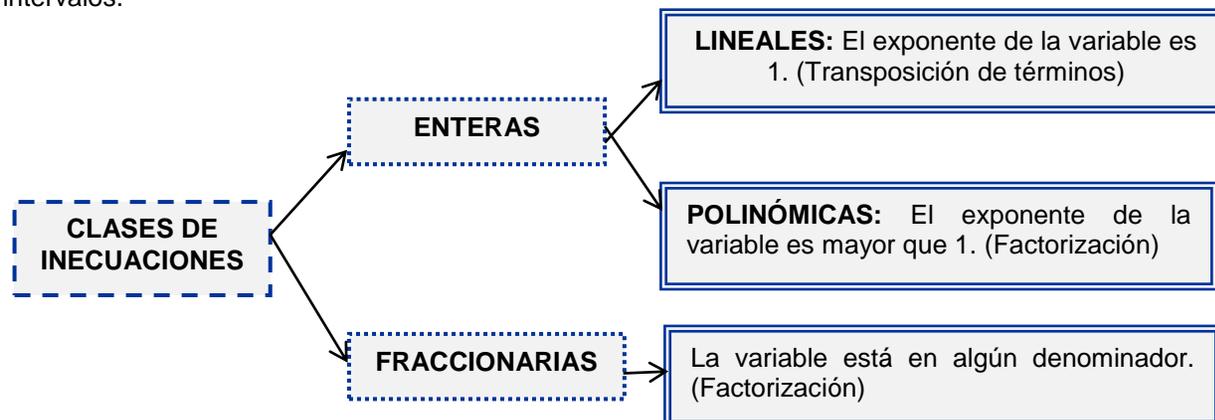
Notación	Descripción de conjunto	Gráfica
(a, b)	$\{x \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	
(a, ∞)	$\{x \mid a < x\}$	
$[a, \infty)$	$\{x \mid a \leq x\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x \leq b\}$	
$(-\infty, \infty)$	\mathbb{R} (conjunto de todos los números reales)	

¿QUÉ ESTOY APRENDIENDO?...

INECUACIÓN:

Una **inecuación real** es una desigualdad en la que aparecen una o más variables. En el presente curso sólo nos interesa analizar inecuaciones con una sola variable, así por ejemplo: $2x - 1 > -3$; $x^2 - 5x \leq 6$

Resolver una inecuación consiste en encontrar todos los valores de x para los cuales se cumple la desigualdad y para resolverlas se debe hacer uso de las propiedades de las desigualdades y de los intervalos.



SOLUCIÓN DE INECUACIONES ENTERAS.

- ♥ **Lineales:** Recuerda que las inecuaciones lineales son aquellas en cuya variable el único exponente es 1. Para solucionarlas empleamos la transposición normal de términos, se reúnen términos semejantes y se despeja la variable (ten en cuenta las propiedades de las desigualdades). En caso de que el ejercicio tenga operaciones indicadas, se deben realizar y simplificar antes de transponer los términos.

Presta mucha atención a la forma como tu profesor en clase solucionará las siguientes inecuaciones lineales:

1. $3x + 1 < 4$

2. $2(x - 1) - 4 > 3x + 5$

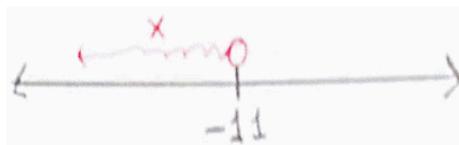
Solución:

$$2x - 2 - 4 > 3x + 5 \quad (\text{Destruimos signos de agrupación}).$$

$$2x - 3x > 5 + 2 + 4 \quad (\text{Transpones las variables al lado izquierdo y los números al lado derecho de la desigualdad}).$$

$$-x > 11 \quad (\text{Reunimos los términos semejantes}).$$

$$x < -11 \quad (\text{Multiplicas ambos miembros de la inecuación por } -1 \text{ para que la variable quede positiva e } \mathbf{invertimos el signo} \text{ de la desigualdad}).$$



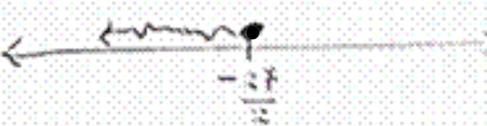
Solución: $(-\infty, -11)$

3. $2(x+1) + 8x - 6 \geq -2(x+6) + 4x + 18$

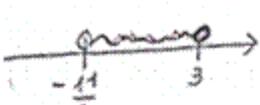
4. $2x - 2 > \frac{8}{3}x - 6$

5. $\frac{2x-3}{4} \geq x+6$

6. $-13 < 3x - 2 \leq 7$

$$\begin{aligned}
 2x - 3 &\geq 4x + 24 \\
 2x - 4x &\geq 24 + 3 \\
 -2x &\geq 27 \\
 2x &\leq -27 \\
 x &\leq -\frac{27}{2}
 \end{aligned}$$


Solución: $(-\infty, -\frac{27}{2}]$

$$\begin{aligned}
 -13 + 2 &< 3x \leq 7 + 2 \\
 -11 &< 3x \leq 9 \\
 -\frac{11}{3} &< x \leq \frac{9}{3} \\
 -\frac{11}{3} &< x \leq 3
 \end{aligned}$$


Solución: $(-\frac{11}{3}, 3]$

7. $2 > -3 - 3x \geq -7$

- ♥ **Polinómicas (Cuadráticas):** Recuerda que las inecuaciones polinómicas son aquellas en las que la variable ya está elevada a un exponente mayor que 1. Cuando el mayor exponente de la variable es 2 se dice que es una inecuación cuadrática, si es 3 es cúbica y así sucesivamente.

Para hallar la solución de las inecuaciones **enteras polinómicas** es necesario desigular la inecuación a cero, realizar las operaciones indicadas, organizarla de mayor a menor exponente y luego factorizar completamente la inecuación resultante. Ya después de tenerla factorizada se procede a resolverla por cualquiera de los dos métodos que existen: **El analítico y el gráfico**. En este curso emplearemos sólo el método gráfico.

Método gráfico: Para hallar la solución de las **inecuaciones polinómicas** por el **método gráfico** debes tener en cuenta el siguiente proceso:

- ❖ Después de tener la inecuación desigularada a cero y factorizada se iguala cada factor a cero y se despeja la variable; estos valores despejados de la variable se ubican en la recta y ésta queda dividida en varios intervalos.
- ❖ Se mira el signo que antecede a la variable en cada uno de los factores (o sea donde se factorizó) y se multiplican dichos signos entre sí; el signo resultante se coloca en el intervalo de la derecha de la recta y de ahí nos devolvemos a los intervalos anteriores alternando los signos. Es de anotar que este proceso se hace solamente si después de factorizar no quedan paréntesis repetidos ni elevados a ninguna potencia, porque si esto ocurre es necesario coger un número al lado izquierdo del valor de x repetido (el que corresponde a los paréntesis repetidos y luego en los demás intervalos resultantes se alternan los signos). Esto lo explicará tu profe en clase.
- ❖ Si la inecuación factorizada es > 0 su solución será la unión de aquellos intervalos de la recta donde dio positivo, pero si es < 0 se toma la unión de aquellos intervalos donde dio negativo; si la desigualdad tiene el igual (≥ 0 o ≤ 0) los extremos del intervalo solución van cerrados excepto los infinitos que nunca se cierran.

Observa detenidamente la forma como mi profe soluciona las siguientes inecuaciones polinómicas.

1. $x^2 + 3x > 4$

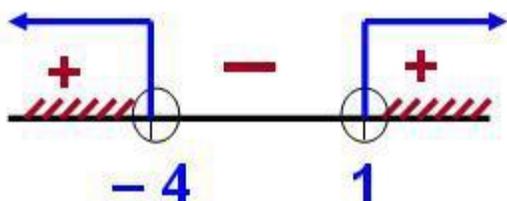
Solución:

$$x^2 + 3x - 4 > 0 \quad (\text{Se debe desigualar a cero}).$$

$$(x + 4)(x - 1) > 0 \quad (\text{Se factoriza el polinomio resultante}).$$

$$x + 4 = 0 \quad \text{o} \quad x - 1 = 0 \quad (\text{Se iguala a cero cada uno de los factores resultantes}).$$

$$x = -4 \quad \text{o} \quad x = 1 \quad (\text{Se despeja a } x \text{ de cada igualación, o sea se hallan los ceros del polinomio}).$$



Se ubican los valores despejados de la variable en la recta numérica y se multiplican los signos que anteceden a x en cada paréntesis y el signo resultante de esta operación se coloca en el intervalo de la derecha (en este caso el signo **más**), y de ahí hacia la izquierda se van alternando los signos de los intervalos. Los valores -4 y 1 se dejan abiertos porque la desigualdad no tiene el igual.

Luego para dar la solución de la inecuación miramos el signo de la desigualdad factorizada (en este caso **mayor que cero** (> 0)) o sea positivo, por lo tanto la solución será la unión de aquellos intervalos que en la recta tienen el signo **más**:

SOLUCIÓN (Respuesta):

$$x \in (-\infty, -4) \cup (1, \infty) \quad \text{o} \quad \{x \in \mathbb{R} : x < -4 \quad \text{o} \quad x > 1\}$$

2. $-3x > x^2 - 28$ 3. $-2x^2 \geq x - 1$ 4. $x(x - 3) + 2 \leq x + 2$ 5. $x^2 - 9 > 0$

6. $x^3 < 7x$ 7. $x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq 0$

APLICO LO QUE APRENDÍ...

Con mucho juicio soluciono las siguientes inecuaciones con base en lo explicado por mi profe.

LINEALES:

1. $4x - 5 + 12 - 7x \leq 6x + 9 - 2x + 16$ 2. $5(2x - 7) + 3(2 - 4x) < 3 - 5(2x - 8)$

3. $\frac{2x-3}{4} + 6 > 2 + \frac{4x}{3}$ 4. $2x - \frac{9x-1}{3} \leq 1$ 5. $-1 < 7 - 2x \leq 5$ 6. $\frac{1}{2} - 3x \leq \frac{5}{2}$

Respuestas: 1. $[-\frac{18}{7}, +\infty)$ 2. $(-\infty, 9)$ 3. $(-\infty, \frac{39}{10})$ 4. $[-\frac{2}{3}, +\infty)$ 5. $[1, 4)$ 6. $[-\frac{2}{3}, +\infty)$

POLINÓMICAS:

1. $x^2 - 5x - 6 \geq 0$ 2. $x^2 + 3x < 0$ 3. $-2 < 3x^2 - 5x$ 4. $x^2 - 10x + 9 \leq 0$
 5. $(2x + 1)(x - 3) + 2x \geq (x + 2)(x - 1) + 4$ 6. $(x + 3)(2x - 3)(7 - 3x) \leq 0$

Respuestas:

1. $[-\infty, -1] \cup [6, +\infty)$ 2. $(-3, 0)$ 3. $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$ 4. $[1, 9]$
 5. $[-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$ 6. $[-3, \frac{3}{2}] \cup [\frac{7}{3}, +\infty)$

*“Lo que sabemos es una gota de agua;
 lo que ignoramos es un océano”*

Isaac Newton