	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION			
NOMBRE ALUMNA:				
AREA :	MATEMÁTICAS			
ASIGNATURA:	MATEMÁTICAS			
DOCENTE:	JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO			
TIPO DE GUIA:	DE APRENDIZAJE			
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
2	11	8	Junio 11 de 2024	5 UNIDADES

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Determina el dominio de funciones reales, para aplicarlo en el análisis de gráficas.
- Realiza correctamente las actividades y consultas que se proponen.

DOMINIO DE FUNCIONES REALES

LO QUE VOY A APRENDER…

Con la guía # 6 iniciamos el estudio de la función real, características y operaciones entre ellas y en la guía # 7 vimos algunos modelos gráficos de ellas. Vamos con esta guía # 8 a trabajar otro temita muy interesante como lo es el dominio de funciones reales que en tus cursos posteriores de universidad te servirá de base para aplicarlos.

Ten en cuenta que EL DOMINIO de una función real es el conjunto formado por los todos los valores que puede tomar la **variable independiente X** para que **la variable dependiente o función Y** exista en dichos valores, es decir, tome el valor de un número real.

* Así por ejemplo, en la expresión: $y = f(x) = 2x^3 - x^2 + 2$ (**función polinómica**), a la variable x le podemos dar el valor de cualquier número real que queramos y siempre al reemplazarlo en $y = f(x)$ vamos también a obtener un número real; esto significa que el **Dominio = R** (porque x puede tomar cualquier valor real).

* Así mismo en la función: $y = \dfrac{2x^2 - 5x - 7}{x^2 - 4}$ (**función racional),**

el denominador no puede ser cero porque no existiría la función **Y.** Si observamos el denominador, cuando x = 2 o cuando x = - 2 este denominador se anula, pero para cualquier otro valor que se le dé a la variable X siempre se va a obtener un valor real de y, es decir, en esta función racional la variable x no puede tomar ni el valor de - 2 ni de 2 pero de resto puede dársele cualquier otro valor y la función Y existe; esto significa que:

Dominio = R – { - 2, 2}.

* De igual manera, si tenemos la función $Y = \sqrt{x - 4}$ **(función irracional),** sabemos que una raíz par no existe si la cantidad subradical es negativa; por lo tanto en este caso para que Y exista la cantidad subradical **x – 4** debe ser mayor o igual que cero, es decir: **$x - 4 \geq 0$**. Despejando a x nos queda **$x \geq 4$;** esto significa que: **Dominio = [4, + ∞)**, es decir **el dominio es la solución de dicha inecuación.**

TEN PRESENTE QUE: Para hallar el dominio la variable Y debe estar despejada en la forma: Y = f(x).

LO QUE ESTOY APRENDIENDO…

CASOS BÁSICOS PARA HALLAR EL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN REAL.

Con base en lo analizado anteriormente tenemos que para hallar el dominio bien sea de una relación o de una función real necesito primero que todo **despejar completamente a Y** en términos de X (Y = f (X)) y luego analizar los siguientes casos de dominio:

CASO 1: Si la función dada es polinómica (función que no tienen x en ningún denominador ni dentro de ninguna raíz y los exponentes de la variable son números enteros positivos), su dominio son todos los números reales, es decir,

$$D_m = R = (- \infty , + \infty)$$

Aquí no hay que realizar ningún proceso, sólo decir que el dominio son todos los números reales.

Ejemplo: Si $y = 3x^2 - 5x + 4$, entonces el **dominio son todos los reales** porque es una función polinómica (ver definición anterior de función polinómica).

CASO 2: Si la función dada es racional (sin X dentro de raíces pero sí con X en el denominador y sus exponentes son números enteros positivos), para hallar el dominio es necesario igualar el denominador a cero, luego resolver la ecuación que resulta y despejar a X.

De aquí el dominio serán todos los números reales sin incluir los valores hallados de X en el denominador, es decir,

$$D_m = R - \{\text{valores despejados de X en el denominador}\}$$

Ejemplo: $y = \dfrac{3x-5}{x^2+4x-5}$. Esta es una función racional porque no aparece la variable x dentro

de ninguna raíz, pero sí aparece la variable en el denominador y sus exponentes son númerosenteros positivos. En este caso para hallar el dominio se debe igualar el denominador a cero, resolver la ecuación que resulte y hallar el valor (o valores) de la variable X, así:

$x^2 + 4x - 5 = 0$, resuelvo la ecuación que en este caso es cuadrática y la puedo factorizar:

$(x + 5)(x - 1) = 0$, luego $x = -5$ o $x = 1$.

De aquí podemos concluir que el dominio de la función dada es: **$D_m = R - \{-5, 1\}$.**

CASO 3: Si la función dada es irracional (con X dentro de una raíz), se debe tener encuenta lo siguiente:

1. Si la raíz está como numerador y su índice es impar, no hay ningún problema y el dominioson todos los reales (R).

   Así: Si $Y = \sqrt[impar]{f(x)}$, entonces: Dm = (- ∞, + ∞) = R

2. Si la raíz está como denominador y su índice es impar, se debe igualar a cero la cantidad subradical (lo que hay dentro de la raíz), resolver la ecuación resultante y hallar el (o valores) de la variable X y el **dominio estará formado por todos los reales excepto los valores hallados de X al igualar la cantidad subradical a cero.**

   Así: Si $Y = \dfrac{Numerador}{\sqrt[impar]{f(x)}}$, entonces: f(x) = 0, despejamos a x de esta ecuación y

   D_m = R - {valores despejados de X en el denominador}

3. Si la raíz está como numerador y su índice es par, debemos buscar los valores de X para los cuales la cantidad subradical es mayor o igual a cero, se soluciona la inecuación resultante y el dominio de la función dada inicialmente será la solución de la inecuación que resultó.

   Así: Si $Y = \sqrt[par]{f(x)}$, entonces: Dm = Solución de la inecuación $f(x) \geq 0$.

4. Si la raíz está como denominador y su índice es par debo buscar sólo los valores que hacen que la cantidad subradical sea mayor que cero.

   Así: Si $Y = \dfrac{Numerador}{\sqrt[par]{f(x)}}$, entonces: Dm = Solución de la inecuación

APLICO LO QUE APRENDÍ…

- **PARTE A:** Determina el dominio de cada una de las siguientes funciones:

1 $f(x) = x^2 - 5x + 6 \quad D = \mathbb{R}$ **(Polinómica)**

2 $f(x) = \frac{x^2 - 25}{5} \quad D = \mathbb{R}$ **(Polinómica)**

3 $f(x) = \dfrac{3}{2}x^4 - \sqrt{5}x^2 + 7 \quad D = \mathbb{R}$ **(Polinómica)**

4. $f(x) = \dfrac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6}$ **(Racional)**

Solución:

$x^2 - 5x + 6 = 0$ Tenemos que igualar el denominador a cero y resolver la ecuación cuadrática.

$(x - 3)(x - 2) = 0$

$x - 3 = 0$ o $x - 2 = 0$

$x = 3$ o $X = 2$

$D = \mathbb{R} - \{2,3\}$ Este es el dominio.

5. $f(x) = x + \dfrac{1}{2x - 3}$ **(Racional)**

Solución:

$2x - 3 = 0$ Tenemos que igualar el denominador a cero y resolver la ecuación lineal.

$2x = 3$

$x = 3/2$

$D = R - \{ 3/2 \}$ Este es el dominio.

6. $x^2y - 5y - 3x + 1 = 0$

Solución: Primero es necesario despejar completamente a Y:

$x^2y - 5y - 3x + 1 = 0 \rightarrow x^2y - 5y = 3x - 1 \rightarrow y(x^2 - 5) = 3x - 1 \rightarrow y = \dfrac{3x-1}{x^2-5}$

Función racional: $x^2 - 5 = 0 \rightarrow (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) = 0 \rightarrow x + \sqrt{5} = 0 \rightarrow x = -\sqrt{5}$

$\rightarrow x - \sqrt{5} = 0 \rightarrow x = \sqrt{5}$

$\boxed{Dm: \mathbb{R} - \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}}$

- **PARTE B:** Determina el dominio de cada una de las siguientes **funciones irracionales**:

1. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}$ $D = \mathbb{R}$ (Irracional con raíz de índice impar en el numerador).

2. $f(x) = \dfrac{3x - 5}{\sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}}$ (Irracional con raíz de índice impar en el denominador).

Solución:

$x^2 - 5x + 6 = 0 \;\rightarrow\; (x - 3)(x - 2) = 0 \;\rightarrow\; x - 3 = 0 \quad o \quad x - 2 = 0 \;\rightarrow\; x = 3 \quad o \quad x = 2$

$\rightarrow$ **D = R - { 2, 3 }**

3. $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{x}{x^2 - 5x + 6}}$ **(Irracional con raíz de índice impar en el denominador). Acá con el numerador no hay inconveniente.**

Solución:

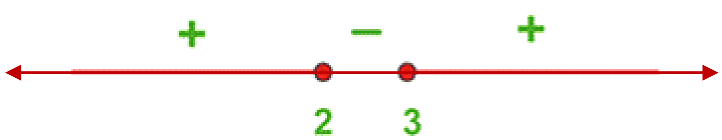
$x^2 - 5x + 6 = 0 \;\rightarrow\; (x - 3)(x - 2) = 0 \;\rightarrow\; x - 3 = 0 \quad o \quad x - 2 = 0 \;\rightarrow\; x = 3 \quad o \quad x = 2$

$\rightarrow$ **D = R - { 2, 3 }**

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ **(Irracional con raíz de índice par en el numerador)**

Solución:

$x^2 - 5x + 6 \geq 0 \;\rightarrow\; (x - 3)(x - 2) \geq 0 \;\rightarrow\; x - 3 = 0 \quad o \quad x - 2 = 0 \;\rightarrow\; x = 3 \quad o \quad x = 2$



$D = (-\infty, 2] \cup [3, \infty)$

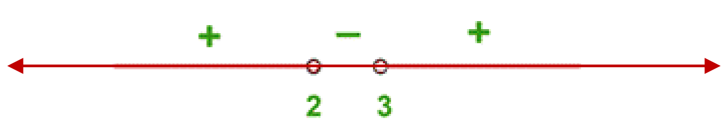
5. $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x - 14}$ **(Irracional con raíz de índice par en el numerador)**

Solución: En clase lo solucionará mi profe.

6. $f(x) = \dfrac{3x + 5}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$ **(Irracional con raíz de índice par en el denominador)**

Solución:

$x^2 - 5x + 6 > 0 \;\rightarrow\; (x - 3)(x - 2) > 0 \;\rightarrow\; x - 3 = 0 \quad o \quad x - 2 = 0 \;\rightarrow\; x = 3 \quad o \quad x = 2$



$D = (-\infty, 2) \cup (3, \infty)$

7. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x+4}{x^2-5x+6}}$. **(Irracional con una única raíz de índice par)**

Solución: **En clase la solucionará mi profe.**

ACTIVIDAD PARA MI EJERCITACIÓN EN CASITA .

1. Hallo el dominio de:

a. $f(x) = 3x - 1$ b. $f(x) = x^2 - 3$

c. $f(x) = \dfrac{1}{x-7}$ d. $y = \dfrac{5x+4}{3x-9}$ e. $y = \dfrac{5}{x} - 3x^2 + \dfrac{2x-1}{x^2-4}$

f. $f(x) = \dfrac{3x-2}{3x^3-2x^2-x}$

RESPUESTAS: *a. y b.* $D_m = \Re$ *c.* $\Re - \{7\}$ *d.* $\Re - \{3\}$ *e.* $\Re - \{-2, 0, 2\}$ *f.* $\Re - \{-1/3, 0, 1\}$

2. Determino el dominio de las siguientes funciones:

a. $y = \sqrt[3]{x^2 - 3x - 4}$ *b.* $f(x) = \sqrt{x^2 - 2}$ *c.* $y = \dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2 - 3x - 18}}$

d. $y = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x-5}}$ *e.* $y = \dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$ *f.* $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$

g. $x^2y - 3 = 4y + x$ h. $f(x) = \sqrt[3]{\dfrac{3x+2}{x+1}}$ i. $f(x) = \sqrt{\dfrac{3x+2}{x+1}}$

RESPUESTAS:

a. $\Re$ *b.* $(-\infty, -\sqrt{2}]\ U\ [\sqrt{2}, +\infty)$ *c.* $(-\infty, -3)\ U\ (6, +\infty)$

d. $\Re - \{5\}$ *e.* $(-3, +\infty)$ *f.* $(-\infty, 1]\ U\ [2, +\infty)$ *g.* $\Re - \{-2, 2\}$

h. $\Re - \{1\}$ *i.* $(-\infty, -1)\ U\ [-2/3, +\infty)$

"Da…pero no permitas que te utilicen.

Confía…pero no seas ingenuo.

Ama…pero no permitas que abusen de tu corazón"