INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION					
NOMBRE ALUMNA:					
AREA :	MATEMÁTICAS				
ASIGNATURA:	MATEMÁTICAS				
DOCENTE:	JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO				
TIPO DE GUIA:	DE APRENDIZAJE				
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION	
2	11	9	JULIO 22 DE 2024	3 HORAS	

INDICADORES DE DESEMPEÑO

★ Calcula adecuadamente el límite de funciones reales tanto racionales como irracionales, aplicando sus teoremas fundamentales.

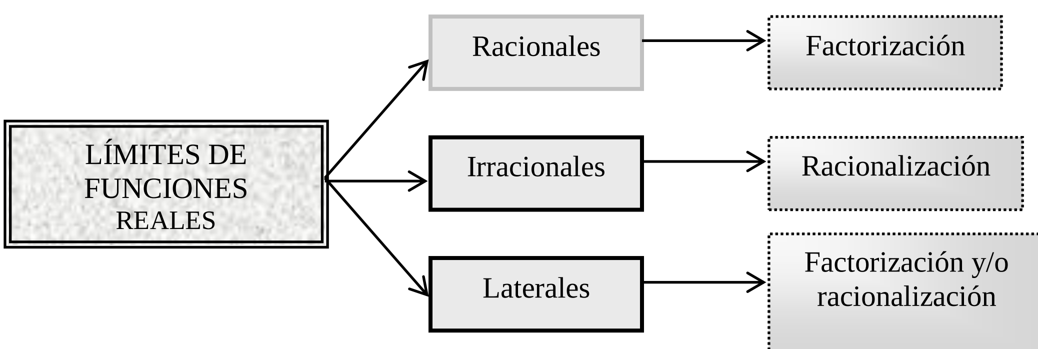
★ Realiza correctamente las actividades y consultas que se le proponen.

LO QUE VOY A APRENDER…

LÍMITES DE FUNCIONES REALES: DEFINICIÓN Y TEOREMAS

Una vez terminado el trabajo con las funciones reales, pasas ahora a manejar uno de los conceptos más fundamentales que tiene el cálculo como es la teoría de límites.

Los conocimientos que vas adquiriendo van enlazados unos con otros y son muy importantes tanto para tu desarrollo intelectual como para la aplicación en próximos conceptos matemáticos tanto aquí en el colegio como en tu universidad. Es así, por ejemplo, como el concepto de límite nos llevará al estudio de otros de los temas fuertes del cálculo como lo es la derivada cuyo estudio realizarás en el último período.

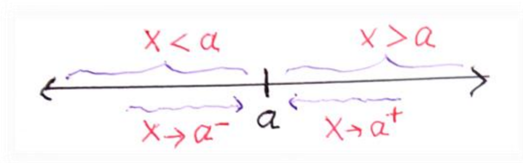


✪ **Definición intuitiva de límite:** Sea Y= f (x) una función cualquiera y sean **a** y **L** dos números reales, queremos analizar el comportamiento que tiene la función y = f(x) a medida que la variable X se acerca o se aproxima al número real a.

X se puede aproximar al número a por dos lados: por la izquierda de a (o sea x tomando valores ligeramente menores que a) o por la derecha de a (o sea x tomando valores ligeramente mayores que a).

- A medida que X se aproxima por la izquierda de a ($x < a$) tomando valores ligeramente menores que **a** pero muy cercanos, decimos que $X \to a^-$ (y se lee " x tiende a a por la izquierda ")

- A medida que X se aproxima por la derecha de a (x > a) tomando valores ligeramente mayores que **a** pero muy cercanos, decimos que $X \to a^+$ (se lee “ x tiende a a por la derecha ”)



- Si a medida que $X \to a^-$ la función y = f(x) toma valores muy cercanos al número L , decimos que:

$$\boxed{\lim_{x \to a^-} f(x) = L}$$ (límite lateral por la izquierda de a).

- Si a medida que $X \to a^+$ la función y = f(x) toma valores muy cercanos también al número L, decimos que:

$$\boxed{\lim_{x \to a^+} f(x) = L}$$ (límite lateral por la derecha de a).

En este caso como los dos límites laterales son iguales (o sea ambos dan el mismo número L), entonces decimos que el límite total existe y es igual a dicho número L y escribimos que:

$$\boxed{\lim_{x \to a} f(x) = L}$$

CONCLUSIÓN IMPORTANTE: El límite total existe cuando los dos límites laterales existen y son iguales.

NOTA IMPORTANTE: Sencillamente el límite es el valor que toma la función Y cuando x se aproxima a un valor real dado.

En tu curso universitario de cálculo diferencial podrás analizar con todo el rigor matemático el concepto del límite.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO…

Ahora bien, para hallar el límite con tendencia a real de una función no siempre es necesario calcular los límites laterales; para ello es suficiente con tener presente los **TEOREMAS** que a continuación se te dan y que tú analizarás detenidamente:

* **TEOREMA 1: Unicidad del límite:** El límite de una función si existe debe ser único e igual a un número real.

* **TEOREMA 2: Límite de la función constante:** El límite de una función constante (o sea de un número) es igual al mismo número, es decir, sea f(x) = #,

entonces: $$\boxed{\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} \# = \#}$$

Ejemplos: a. $\lim_{x \to 2} 9 = 9$; b. $\lim_{x \to -5} (-7/3) = -7/3$; c. $\lim_{m \to 3} 5ab^2 = 5ab^2$

* **TEOREMA 3: Límite de la función polinómica:** El límite de una función polinómica lo calculas reemplazando en el polinomio a la variable por su tendencia y el resultado es el límite, es decir, sea Y = f (x) con f (x) polinómica, entonces:

$$\boxed{\lim_{x \to a} f(x) = f(a)}$$

Ejemplo: $\lim_{x \to 2} (3x^2 + 4x - 7) = 3(2)^2 + 4(2) - 7 = 13$

* **TEOREMA 4: Límite de una potencia o de una raíz con base o cantidad subradical polinomios:**

Se procede de igual forma que en el **teorema 3 anterior**, es decir, sea Y = f(x) un polinomio, entonces:

$$\boxed{\lim_{x \to a} [f(x)]^p = [f(a)]^p} \quad \text{y} \quad \boxed{\lim_{x \to a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{f(a)}}$$

Ejemplo: a. $\lim_{x \to 1/2} [8x^2 - 5x + 3]^3 = [8(1/2)^2 - 5(1/2) + 3]^3 = [2 - 5/2 + 3]^3 = 125/8$

b. $\lim_{x \to 2} \sqrt[3]{2x^2 - 4x + 5} = \sqrt[3]{2(2)^2 - 4(2) + 5} = \sqrt[3]{8 - 8 + 5} = \sqrt[3]{5}$

* **TEOREMA 5: Límite de la función racional:**

Sea Y = N (x) / D (x) una función racional (donde el numerador y el denominador son polinomios), entonces:

$$\boxed{\lim_{x \to a} N(x)/D(x) = N(a)/D(a), \text{ siempre y cuando } D(a) \neq 0}$$

Este teorema en palabras quiere decir lo siguiente: Para tomarle el límite a una función racional se reemplaza mentalmente en el numerador y en el denominador a la variable por la tendencia y si da cero dividido cero es necesario factorizar tanto el numerador y el denominador (si es posible) y se simplifica la fracción resultante (tal como simplificas fracciones algebraicas) y luego reemplazas a la variable por la tendencia y el resultado es el límite.

Ahora bien, si el denominador no da cero entonces no necesitas factorizar sino que reemplazas directamente a la variable por la tendencia en toda la función racional y el resultado es el límite.

Si al reemplazar a la variable por la tendencia el denominador da cero pero el numerador da un número diferente de cero, entonces el límite pedido no existe.

NOTA: Cuando te planteen el límite de la suma y/o resta de varias fracciones racionales, es pertinente efectuar primero las operaciones indicadas para obtener una sola fracción y luego se aplica este **teorema 5**.

* TEOREMA 6: Límite de la función irracional:

Sea Y = f (x) una función irracional (fraccionario con variable dentro de raíces); para calcular el límite a dicha función se procede de igual forma que en el **teorema 5**, pero si el denominador se anula (da cero) necesitas racionalizar

En general si al calcular el límite a una fracción el numerador y el denominador se anulan, debes factorizar y/o racionalizar, simplificar y luego reemplazar a la variable por su tendencia y el resultado es el límite.

Por otra parte cuando tenemos una función racional o irracional con varios factores en el numerador y/o en el denominador y éste se anule, sólo necesitas factorizar o racionalizar a aquellos factores que se anulan cuando se reemplaza a la variable por la tendencia.

APLICO LO QUE APRENDÍ…

En la próxima guía # 10 calcularemos algunos límites aplicando estos teoremas.

"El desafío hace al líder de excelencia

y no hay desafío sin riesgo al fracaso"

Miguel Ángel Cornejo