

INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:			
	AREA :		MATEMÁTICAS	
	ASIGNATURA:		GEOMETRÍA	
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO	
	TIPO DE GUIA:		DE APRENDIZAJE	
	PERIODO	GRADO	N°	FECHA
3	10°	5	AGOSTO 8 DE 2024	4 UNIDADES

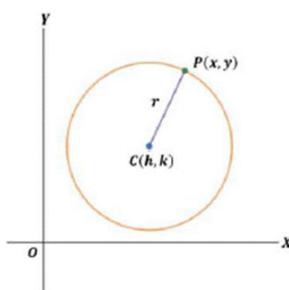
### INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ✓ Emplea algunos parámetros dados de la circunferencia para obtener su ecuación canónica en ejercicios prácticos.
- ✓ Muestra interés y buena actitud al realizar oportuna y correctamente las actividades y consultas que se le asignan.

## ¿QUÉ VOY A APRENDER?...

### LA CIRCUNFERENCIA: Ecuación canónica

- ★ **DEFINICIÓN:** Es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que su distancia a un punto fijo (**llamado centro y que se nombra (h, k)**) es siempre la misma, es decir, todos los puntos de la circunferencia están a la misma distancia del centro (**esta distancia se llama radio y se nombra con la letra r**). Esto quiere decir que todos los puntos de la circunferencia **equidistan** del centro.



### ★ ECUACIÓN CANÓNICA U ORDINARIA DE LA CIRCUNFERENCIA:

Dado el centro (h, k) y el radio (r) de una circunferencia su ecuación canónica, estándar u ordinaria está dada por la expresión:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Si el centro de la circunferencia es (0, 0) (origen de coordenadas: h = 0 y k = 0), su ecuación será:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

**OBSERVACIÓN IMPORTANTE:** Siempre que conozcamos la ecuación canónica de la circunferencia, podemos obtener directamente las coordenadas del centro y la medida del radio, así: **el valor de la h** del centro es el número que suma o resta con **x** pero **con signo contrario**; **el valor de la k** es el número que suma o resta con **y** pero **con signo contrario**. El valor del radio será la raíz cuadrada del número que hay después del igual.

Vamos a trabajar la circunferencia desde las dos situaciones siguientes:

1. Dada su ecuación canónica hallar sus elementos o algunos parámetros de ella como el centro, radio, diámetro, área del círculo formado, longitud de la circunferencia.
2. Dados algunos parámetros o condiciones hallar su ecuación canónica.

### *Veamos un ejemplo de la primera situación:*

Determina el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 36$$

### **Solución**

Observamos que la ecuación es de la forma  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , donde

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 36 \text{ se puede reescribir así: } (x - 5)^2 + (y - (-3))^2 = 36$$

Entonces  $h = 5, k = -3$  y  $r^2 = 36$ , luego  $r = \sqrt{36} = 6$

**Por lo tanto el centro es el punto C (5, - 3) y el radio es r = 6.**

## *¿QUÉ ESTOY APRENDIENDO?...*

### **MI PROFE ME ORIENTA...**

Observa con mucha atención las siguientes ecuaciones y analiza la forma como tu profesor encuentra las coordenadas del centro de cada una de ellas, así como el valor de la longitud de la circunferencia y del área del círculo que se forma.

- a.  $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 169$
- b.  $(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 4$
- c.  $(x + 2/3)^2 + y^2 = 7$
- d.  $x^2 + y^2 = 9$

## NOTAS DE INTERÉS:

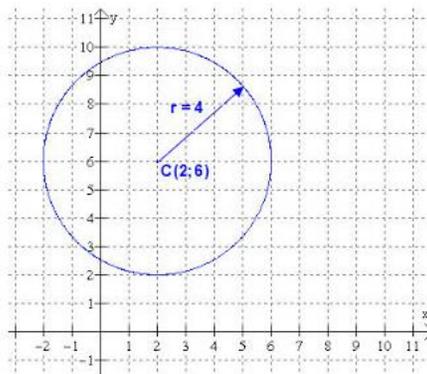
1. El diámetro de una circunferencia es el doble del radio.
2. El centro de una circunferencia es el punto medio de los extremos de un diámetro.
3. Una recta es tangente a una circunferencia cuando la toca en un solo punto.
4. El radio siempre es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
5. Dos circunferencias son concéntricas cuando tienen el mismo centro.
6. **Dada la ecuación canónica de una circunferencia y un punto cualquiera se puede presentar uno de los siguientes casos:**
  - a. Que el punto esté en la circunferencia: En este caso si se reemplaza a  $x$  y a  $y$  en la ecuación de la circunferencia por el punto se debe cumplir la igualdad.
  - b. Que el punto esté exterior a la circunferencia: En este caso si se reemplaza a  $x$  y a  $y$  en la ecuación de la circunferencia por el punto el resultado debe ser mayor que  $r^2$ .
  - c. Que el punto esté interior a la circunferencia: En este caso si se reemplaza a  $x$  y a  $y$  en la ecuación de la circunferencia por el punto el resultado debe ser menor que  $r^2$ .

*Veamos ahora cómo se halla la ecuación canónica cuando nos dan algunos parámetros o condiciones, analizando cada uno de los siguientes ejercicios que solucionará mi profe en la clase:*

- Cuando conocemos el centro y el radio o el diámetro para hallar la ecuación:

### Ejemplo 1.

Encuentra la ecuación canónica de la circunferencia mostrada en la gráfica:



Solución:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Aquí:  $h = 2$  ,  $k = 6$  ,  $r = 4$

Luego la ecuación es:  $(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$

**Ejemplo 2.**

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(0, -3/2)$  y cuyo diámetro mide  $4\sqrt{3}$ .

Solución:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Aquí:  $h = 0$  ,  $k = -3/2$  ,  $d = 4\sqrt{3}$   $\rightarrow r = d/2 \rightarrow r = \frac{4\sqrt{3}}{2} \rightarrow r = 2\sqrt{3}$

$$(x - 0)^2 + (y + 3/2)^2 = (2\sqrt{3})^2$$

Luego la ecuación es:  $x^2 + (y + 3/2)^2 = 12$

- Cuando conocemos el centro y un punto por donde pasa la circunferencia

**Ejemplo 3:**

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro  $C(4,-1)$  y que pasa por el punto  $P(-1,3)$   
 $h, k$   $x, y$

Solución:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$$(-1 - 4)^2 + (3 + 1)^2 = r^2$$

$$(-5)^2 + (4)^2 = r^2$$

$$41 = r^2$$

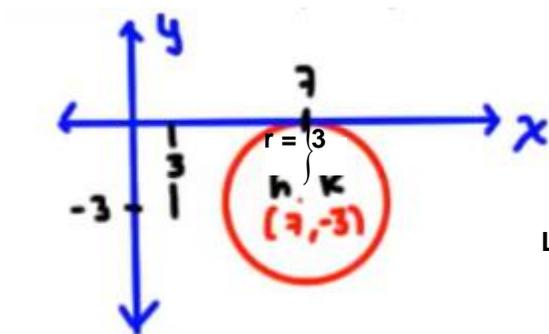
Luego la ecuación es:  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 41$

- Cuando conocemos el centro y que es tangente a uno de los ejes coordenados ( $x$  o  $y$ ).

**Ejemplo 4:**

Encuentre la ecuación de la circunferencia con centro  $(7, -3)$ , la cual es tangente al eje  $x$ .

**Solución:**



Obtenemos que  $r = |k| \rightarrow r = |-3| \rightarrow r = 3$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

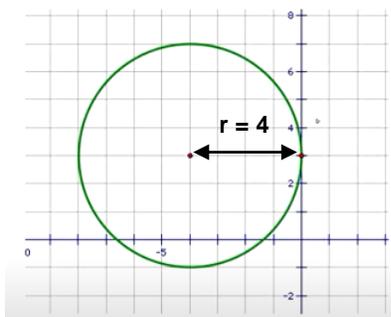
Entonces:  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$

Luego la ecuación es:  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 9$

### Ejemplo 5:

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro en  $(-4, 3)$  y tangente al eje  $y$ .

**Solución:**



Observemos que  $r = |h| \rightarrow r = |-4| \rightarrow r = 4$

El centro es  $(-4, 3)$

Entonces:  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 4^2$

Luego la ecuación es:  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$

### CONCLUSIONES IMPORTANTES:

1. Cuando una circunferencia sea **tangente al eje X** el radio es:  $r = |k|$
2. Cuando una circunferencia sea **tangente al eje Y** el radio es:  $r = |h|$

## ¿QUÉ APRENDÍ?...

**PARA RESOLVER YO SOLITA EN LA CASA COMO PRÁCTICA DE LO VISTO EN CLASE:**

- a. Determino si el punto  $M(-1, -2)$  es exterior, interior o está en la circunferencia cuya ecuación es  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$ .
- b. Encuentro la ecuación canónica de la circunferencia cuyo centro es el punto  $N(-2, 7)$  y su radio es  $\sqrt{13}$
- c. Hallo el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es:  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 4$ ; determino también el área del círculo y la longitud de su circunferencia.

- d. Determino la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto P (- 2, 3) y cuyo centro es el punto C (3, - 5).
- e. Hallo la ecuación canónica de la circunferencia que es tangente al **eje y** y que tiene como centro el punto C ( - 5, - 2).
- f. Hallo la ecuación canónica de la circunferencia cuyo centro es el punto (4, 2) y que es tangente al eje x.
- g. Su centro es el punto C (- 2, - 1) y es tangente al eje y.
- h. Su centro es el punto C (- 3, - 2) y es tangente al eje x.

### **RESPUESTAS A ESTOS EJERCICIOS:**

- a. Es interior (por qué?).
- b.  $(x + 2)^2 + (y - 7)^2 = 13$
- c.  $C(4, - 1)$ ,  $r = 2$ ,  $A = 4\pi u^2$ ,  $L = 4\pi u$
- d.  $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 89$
- e.  $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$
- f.  $(x - 4)^2 + (y - 2)^2 = 4$
- g.  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$
- h.  $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 4$

**MI TAREÍTA:** *En clase el profesor me dirá la fecha de entrega.*

- Cuando conocemos dos puntos como extremos de un diámetro.

Observa y analiza cuidadosamente los dos videos siguientes. Te recomiendo que tomes nota en tu cuaderno del ejercicio desarrollado en cada video por cada profesor.

<https://www.youtube.com/watch?v=Spr3-obdqos>

<https://www.youtube.com/watch?v=3LftdENd-II>



**MI TAREÍTA (máximo en equipos de 3 niñas) ES LA SIGUIENTE:**

Con base en estos dos videos vistos soluciono la siguiente situación:

Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos: P (3, - 2) y Q (1, 4).

**Determino:**

1. Las coordenadas de su centro.
2. La medida de su radio.
3. Su ecuación canónica.
4. Su ecuación general.
5. Hago la gráfica lo más precisa posible de la circunferencia.

"Si haces un favor, no lo recuerdes,  
pero si te ayudan, nunca lo olvides".