INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
NOMBRE ALUMNA:				
AREA :	MATEMÁTICAS			
DOCENTE:	JORGE ANDRÉS TORO URIBE			
TIPO DE GUIA:	DE APRENDIZAJE			
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
3	8	8	OCTUBRE DE 2024	8 Horas

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Aplica las identidades pitagóricas y las definiciones trigonométricas en la demostración de diversas identidades en expresiones trigonométricas dadas.
- Comprende e interpreta las identidades funciones trigonométricas de sumas y restas de ángulos para simplificar expresiones trigonométricas con ángulos compuestos.

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

En las Guías anteriores estudiamos propiedades gráficas y geométricas de las funciones trigonométricas. En esta Guía estudiaremos propiedades algebraicas de estas funciones, es decir, para simplificar y factorizar expresiones y resolver ecuaciones que contienen funciones trigonométricas.
Hemos empleado las funciones trigonométricas para modelar diferentes fenómenos reales, incluyendo movimiento periódico (por ejemplo, el movimiento de una ola oceánica). Para obtener información de un modelo, con frecuencia necesitamos resolver ecuaciones. Si el modelo contiene funciones trigonométricas, necesitamos resolver ecuaciones trigonométricas. Para resolver ecuaciones trigonométricas a veces se requiere el uso de identidades trigonométricas, algunas de las cuales hemos encontrado en guías precedentes. Iniciamos esta Guía con el proceso para hallar nuevas identidades.

IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS FUNDAMENTALES

Identidades recíprocas

$$\csc x = \frac{1}{\operatorname{sen} x} \qquad \sec x = \frac{1}{\cos x} \qquad \cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\tan x = \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \qquad \cot x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}$$

Identidades pitagóricas

$$\operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 1 \qquad \tan^2 x + 1 = \sec^2 x \qquad 1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

Identidades pares e impares

$$\operatorname{sen}(-x) = -\operatorname{sen} x \qquad \cos(-x) = \cos x \qquad \tan(-x) = -\tan x$$

Identidades de cofunción

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \cos u \qquad \tan\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \cot u \qquad \sec\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \csc u$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \operatorname{sen} u \qquad \cot\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \tan u \qquad \csc\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \sec u$$

GUÍA PARA DEMOSTRAR IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS

1. **Empezar con un lado.** Escoger un lado de la ecuación y escribirlo. El objetivo es transformarlo en el otro lado. Suele ser más fácil empezar con el lado más complicado.
2. **Usar identidades conocidas.** Use álgebra y las identidades que conozca para cambiar el lado con el que empezó. Lleve las expresiones fraccionarias a un denominador común, factorice y use las identidades fundamentales para simplificar expresiones.
3. **Convertir a senos y cosenos.** Si se ha quedado bloqueado, puede que encuentre útil reescribir todas las funciones en términos de senos y cosenos.

Practiquemos juntas

1. $cos\theta(sec\theta - cos\theta) = sen^2\theta$
2. $\frac{sen\theta}{tan\theta} = cos\theta$
3. $\frac{cos\theta sec\theta}{tan\theta} = cot\theta$
4. $\frac{cot\theta sec\theta}{csc\theta} = 1$
5. $sen\beta + cos\beta cot\beta = csc\beta$
6. $tan\beta + cot\beta = sec\beta csc\beta$

Momento de evaluación

1. $\frac{sec\theta - cos\theta}{sec\theta} = sen^2\theta$
2. $(tan\beta + cot\beta)sen\beta cos\beta = 1$
3. $sen^2\theta + cos^2\theta + tan^2\theta = sec^2\theta$
4. $\frac{csc^2\beta}{1+tan^2\beta} = cot^2\beta$
5. $(cot^2\theta + 1)(1 - cos^2\theta) = 1$
6. $cos\beta + sen\beta tan\beta = sec\beta$
7. $sec\theta = sen\theta(tan\theta + cot\theta)$
8. $\frac{sec\beta}{cos\beta} - \frac{tan\beta}{cot\beta} = 1$
9. $\frac{cos\theta + sen\theta cot\theta}{cot\theta} = 2sen\theta$
10. $csc\beta - sen\beta = cot\beta cos\beta$
11. $cos^2\beta(1 + tan^2\beta) = sen^2\beta + cos^2\beta$
12. $\frac{1}{tan\theta + cot\theta} = sen\theta c$
13. $\frac{sec\beta - 1}{1 - cos\beta} = sec\beta$
14. $sen\theta cot\theta = cos\theta$

COORDENADAS POLARES Y CARTESIANAS

Analiza

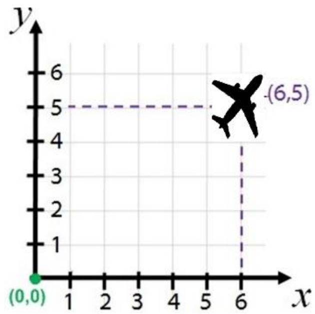
Un avión en vuelo está desaparecido y desde la torre de control se informa que sus coordenadas son (175,203). ¿Es suficiente esa información para determinar la ubicación del avión?

Conoce

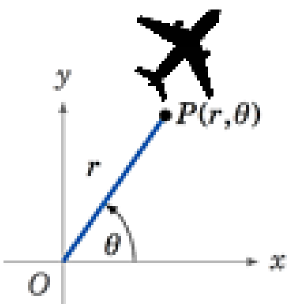
Los datos que suministra la torre de control, no permiten saber con exactitud la ubicación del avión. Además de las coordenadas, se requiere de la identificación de su rumbo, es decir, ña dirección que lleva el avión.

Coordenadas cartesianas y coordenadas polares

El sistema de **coordenadas cartesianas** para ubicar el punto (x, y) en el plano, se define un punto de origen O, y, a partir de este, se avanzan x unidades en sentido horizontal y luego, y unidades en el sentido vertical, como sugiere la figura.



Un punto en el sistema de **coordenadas polares** se puede determinar a partir de una distancia r y un ángulo θ. Esto es, se considera un punto O del plano, al que se llama origen del polo, y una recta dirigida (o rayo, o segmento OL) que pasa por O y forma un ángulo θ con el eje x, llamada eje polar, como sistema de referencia. Sobre dicha recta se mide la distancia r y el punto donde finaliza se identifica como el punto (r, θ).



Conversión de coordenadas

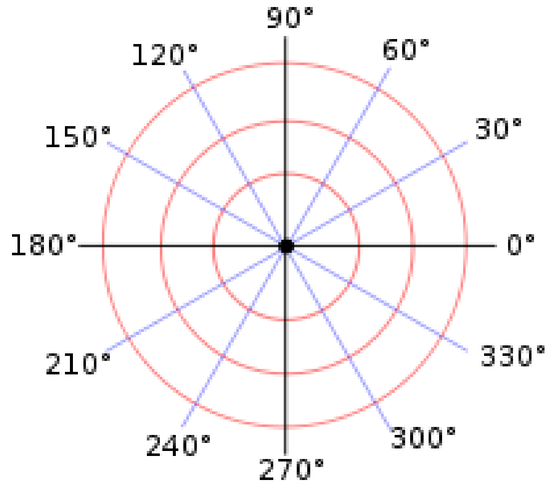
En algunos casos es necesario realizar conversiones entre coordenadas cartesianas y coordenadas polares.

- Las expresiones para convertir un punto expresado en coordenadas cartesianas (x, y) a polares (r, θ) son $\boldsymbol{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$ y $\boldsymbol{\theta = tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)}$
- Las expresiones para convertir un punto dado en coordenadas polares (r, θ) a cartesianas (x, y) son $\boldsymbol{x = r\ cos\theta}$ y $\boldsymbol{y = r\ sen\theta}$

Practiquemos juntas

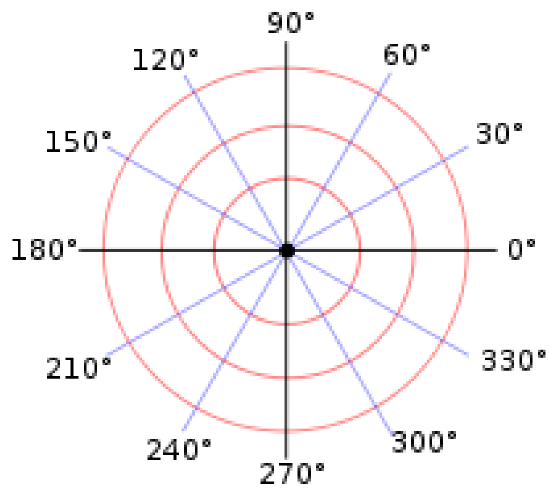
- Expresa los puntos (3, 4) y (10, 1) en coordenadas polares.
- Expresa los puntos (13, 25°) y (6, 52°) en coordenadas cartesianas.
- Traza la curva cuya ecuación es $r = 2sen3\theta$

θ	r
0	
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{3}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\frac{2\pi}{3}$	
$\frac{5\pi}{6}$	
π	



- Traza la curva cuya ecuación es $r = 2 + 2sen\theta$

θ	r
0	
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{3}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\frac{2\pi}{3}$	
$\frac{5\pi}{6}$	
π	



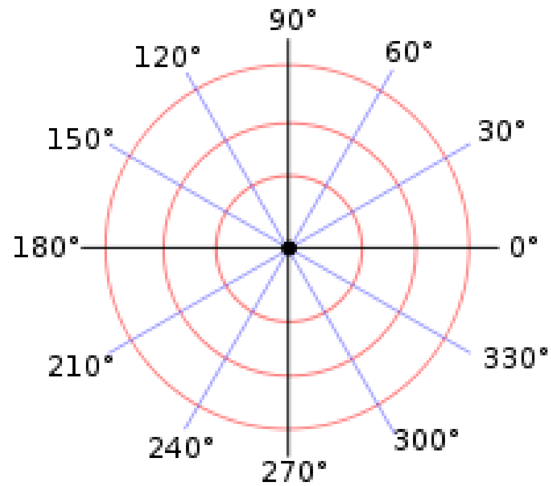
Momento de evaluación

1. Expresa las coordenadas cartesianas de cada punto dado en coordenadas polares.
a. $(2\sqrt{3}, 2)$ b. $(-2, 6)$ c. $(-7, 7)$ d. $(\sqrt{2}, -\sqrt{2})$

2. Expresa en coordenadas cartesianas cada punto dado en coordenadas polares.
a. $(2, \pi)$ b. $(4, 45°)$ c. $(-7, 37°)$ d. $(\sqrt{2}, -\frac{\pi}{6})$

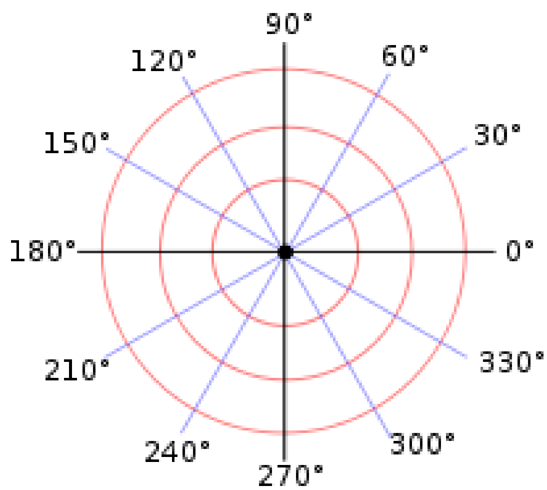
3. Traza la curva cuya ecuación polar es $r = 8cos\theta$

θ	r
0	
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{3}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\frac{2\pi}{3}$	
$\frac{5\pi}{6}$	
π	



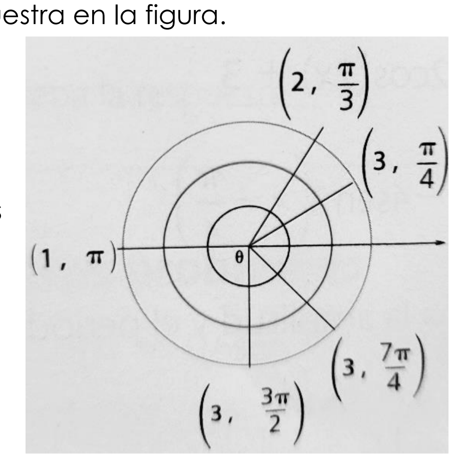
4. Traza la curva cuya ecuación polar es $r = sen2\theta$

θ	r
0	
$\frac{\pi}{6}$	
$\frac{\pi}{3}$	
$\frac{\pi}{2}$	
$\frac{2\pi}{3}$	
$\frac{5\pi}{6}$	
π	



5. Un radar registra la posición polar de varios aviones como se muestra en la figura.

a. Halla las coordenadas cartesianas de cada posición.
b. Encuentra la distancia de cada avión a la torre de control ubicada en el punto (0, 0).
c. Encierra las coordenadas del avión que se encuentran más lejos de la torre de control.



"Mantengo el tema de mi investigación constantemente frente a mí y espero a que los primeros amaneceres se desarrollen gradualmente hasta que se conviertan en una luz clara y plena"
Isaac Newton