

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		MATEMÁTICAS		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		DE APRENDIZAJE		
	PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
3	11	10	AGOSTO 20 DE 2024	4 UNIDADES	

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ♣ Determina adecuada límites de funciones racionales haciendo uso de los teoremas y de la factorización.
- ♣ Soluciona correctamente las actividades propuestas por el profesor.

APLICO LO QUE APRENDÍ EN LA GUÍA # 9...

LÍMITES DE FUNCIONES REALES: EJEMPLOS Y EJERCICIOS

Una vez terminado el estudio de todos teoremas para calcular límites de funciones reales, pasas ahora a calcular diversos límites propuestos.

EJEMPLOS Y EJERCICIOS SOBRE LÍMITES DE FUNCIONES RACIONALES

1. MUY ATENTA ESTARÉ AL CÁLCULO DE LOS SIGUIENTES LÍMITES QUE EXPLICARÁ MI PROFESOR EN CLASE APLICANDO LOS TEOREMAS YA VISTOS:

a. $\lim_{x \rightarrow -1} \sqrt{5x^2 - 3x + 7} = \sqrt{5(-1)^2 - 3(-1) + 7} = \sqrt{5(1) + 3 + 7} = \sqrt{15}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 7x + 2}{x^2 - 2x}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(3x-1)}{x(x-2)}$

$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x-1}{x} = \frac{3(2)-1}{2} = \frac{5}{2}$

$\sqrt{3x^2 - 7x + 2} = \frac{(3x-6)(3x-1)}{3} = \frac{3(x-2)(3x-1)}{3}$

$$c. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{8x - 2x^3}{x^2 - 3x + 2}$$

$$\begin{aligned} c) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x(4-x^2)}{(x-2)(x-1)} & \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{2x(2+x)}{x-1} \\ & = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x(2+x)(2-x)}{(x-2)(x-1)} = -\frac{2(2)(2+2)}{2-1} \\ & = \lim_{x \rightarrow 2} -\frac{2x(2+x)(\cancel{x-2})}{(x-2)(x-1)} = \boxed{-16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} d. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{25-x^2}{x^2-5x} & = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{(5+x)(5-x)}{x(x-5)} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} -\frac{5+x}{x} \\ & = \lim_{x \rightarrow 5} -\frac{(5+x)(\cancel{5-x})}{x(\cancel{5-x})} = -\frac{5+5}{5} = \boxed{-2} \end{aligned}$$

$$e. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{x}}{x-3} = \frac{1}{9}$$

$$\begin{aligned} & = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\frac{x-3}{3x}}{x-3} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{3x} \\ & = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{3x(x-3)} = \frac{1}{3(3)} = \boxed{\frac{1}{9}} \end{aligned}$$

$$f. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{4}}{x^2 - 16} = -\frac{1}{128}$$

$$\begin{aligned} & = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\frac{4-x}{4x}}{x^2-16} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} -\frac{1}{4x(x+4)} \\ & = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{4x(x^2-16)} = -\frac{1}{4(4)(4+4)} \\ & = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{4x(x+4)(x-4)} = -\frac{1}{16(8)} \\ & = \lim_{x \rightarrow 4} -\frac{\cancel{x-4}}{4x(x+4)(\cancel{x-4})} = \boxed{-\frac{1}{128}} \end{aligned}$$

$$g. \lim_{m \rightarrow 0} \frac{(3+m)^2 - 9}{m}$$

$$= \lim_{m \rightarrow 0} \frac{(3+m)^2 - 9}{m} ; (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$= \lim_{m \rightarrow 0} \frac{\cancel{9} + 6m + m^2 - \cancel{9}}{m} \rightarrow = \lim_{m \rightarrow 0} \frac{6+m}{1}$$

$$= \lim_{m \rightarrow 0} \frac{6m + m^2}{m} = 6 + 0$$

$$= \lim_{m \rightarrow 0} \frac{m(6+m)}{m} = \boxed{6}$$

$$h. \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2-h)^3 - 8}{h^2 + 3h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2-h)^3 - 8}{h^2 + 3h} ; (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2)^3 - 3(2)^2(h) + 3(2)(h)^2 - h^3 - 8}{h^2 + 3h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{8} - 12h + 6h^2 - h^3 - \cancel{8}}{h^2 + 3h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-12h + 6h^2 - h^3}{h^2 + 3h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(-12 + 6h - h^2)}{h(h+3)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-12 + 6h - h^2}{h+3}$$

$$\rightarrow = \frac{-12 + 6(0) - (0)^2}{0 + 3}$$

$$= -\frac{12}{3}$$

$$= \boxed{-4}$$

i. $\lim_{x \rightarrow f(0)} f(x)$, Sabiendo que $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

$$\lim_{x \rightarrow f(0)} f(x); \quad f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$f(0) = \frac{0^2 - 9}{0 - 3} = 3$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(x-3)}{x-3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+3}{1} = \frac{3+3}{1} = \boxed{6}$$



Desde aquí puedo observar que Colombia también tiene límites...
¿Tendrá que ver esto con lo que estamos estudiando?

2. EN MI CASA MUY CONCENTRADA TRABAJO LOS SIGUIENTES LÍMITES

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 3x - 9}{x^2 + 5x + 6} = 9$

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^3 - 27} = \frac{2}{3}$

3. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(4+h)^2 - 16}{h} = 8$

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x - x^3} = -\frac{3}{2}$

5. $\lim_{z \rightarrow -4} \frac{11z - 4 + 3z^2}{2z^2 + 9z + 4} = \frac{13}{7}$

6. $\lim_{x \rightarrow -5} \left(\frac{x^3}{x-5} + \frac{125}{5-x} \right) = 75$

7. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{7}}{x^2 - 49} = \frac{1}{686}$

8. Sea $g(y) = \frac{y^2 - 16}{y - 4}$. Entonces $\lim_{y \rightarrow g(0)} g(y)$ es igual a:

*“Si te rodeas de personas que son luz,
lo verás todo más claro”*