INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
NOMBRE ALUMNA:				
AREA :	MATEMÁTICAS			
ASIGNATURA:	MATEMÁTICAS			
DOCENTE:	JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO			
TIPO DE GUIA:	DE APRENDIZAJE			
PERIODO	GRADO	N⁰	FECHA	DURACION
2	9°	5	ABRIL 29 DE 2024	5 UNIDADES

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Maneja adecuadamente la factorización y la formula general para hallar las raíces de la ecuación cuadrática.
- Muestra buena disposición y actitud en las clases y cumple oportunamente con sus compromisos académicos.

¿QUÉ VOY A APRENDER?

LA ECUACIÓN CUADRÁTICA (Parte 1)

Una ecuación de la forma **$ax^2 + bx + c = 0$,** donde a, b y c son números reales y **a necesariamente diferente de cero (para que pueda estar x^2)**, recibe el nombre de **ecuación cuadrática** o **ecuación de segundo grado** (porque el exponente de la variable es 2)**.** En este caso la variable es x pero dependiendo del área que se esté estudiando la variable puede ser representada por otra letra (en la cinemática parte de la física la variable puede representarse por la letra t de tiempo).

Debes tener presente que la **constante a** representa al coeficiente de la incógnita al cuadrado, la **constante b** el coeficiente de la incógnita lineal (con exponente uno) y la **constante c** representa al término independiente (el que no tiene incógnita).

Así por ejemplo:

- En la ecuación: $3x^2 - 5x + 1 = 0$, se tiene que: **a = 3 , b = - 5 , c = 1**
- En la ecuación: $x^2 + 3x - 4 = 0$, se tiene que: **a = 1 , b = 3 , c = - 4**
- En la ecuación: $- 2x^2 + 7x = 0$, se tiene que: **a = - 2 , b = 7 , c = 0**
- En la ecuación: $5x^2 - 10 = 0$, se tiene que: **a = 5 , b = 0 , c = - 10**
- En la ecuación: $13t^2 + 2t - 9 = 0$, se tiene que: **a = 13 , b = 2 , c = - 9**

Clasificación de las ecuaciones cuadráticas.

Dependiendo de los valores que tomen las constantes b y c, las ecuaciones cuadráticas se clasifican en completas o en incompletas. Recuerda que siempre en la ecuación **debe existir el término ax^2** para poder ser cuadrática, o sea que "**a" nunca puede ser cero**, pero **b o c si pueden ser cero** y continúa siendo ecuación cuadrática.

- **Ecuaciones cuadráticas completas:** Son aquellas en las que las constante b y c son números reales diferentes de cero (obviamente **a** siempre tiene que ser diferente de cero para ser cuadrática), es decir, son aquellas ecuaciones que tienen los tres términos completos.

Por ejemplo: $x^2 - 3x - 4 = 0$; $2x^2 - 5x + 7 = 0$; $x^2 - 4x + 4 = 0$; $- 5y^2 - 3y + 2 = 0$

- **Ecuaciones cuadráticas incompletas:** Son aquellas en las que la constante **b** o la constante **c** es cero, es decir, puede faltar el término en x o puede faltar el término independiente.

  Así por ejemplo:

  $x^2 - 7x = 0$ (**c = 0**) ; $2y^2 + 5y = 0$ (**c = 0**) ; $x^2 - 9 = 0$ (**b = 0**) ; $-5x^2 + 3 = 0$ (**b = 0**)

LO QUE ESTOY APRENDIENDO...

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN CUADRÁTICA COMPLETA

Solucionar una ecuación cuadrática es encontrar los valores de la incógnita que hacen verdadera la igualdad; estos valores reciben el nombre de **raíces o soluciones** de la ecuación. Una ecuación cuadrática tiene siempre dos raíces (ya que el exponente de la incógnita o variable es 2).

ES IMPORTANTE tener presente que para solucionar una ecuación cuadrática la debemos tener igualada a cero y organizada en forma descendente (de mayor a menor exponente de la variable). Si no lo está, es necesario realizar las operaciones indicadas y las operaciones algebraicas necesarias para llevarla a la forma general $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ y ya de aquí proceder a solucionarla (ó sea a hallar sus raíces).

Para solucionar ecuaciones cuadráticas completas (a las que no les falta ninguno de sus términos o sea las que forman un trinomio), existen tres métodos de solución que son: **Factorización, fórmula general y completación del trinomio cuadrado perfecto**. Nosotros trabajaremos los dos primeros métodos.

Debes tener muy en cuenta tal y como se te indicó anteriormente que para solucionar una ecuación cuadrática debes realizar todas las operaciones indicadas (si las hay), igualarla a cero organizándola, reunir los términos semejantes e irla organizando en forma descendente (desde el mayor exponente de la variable hasta el término independiente) para luego proceder a resolverla.

- **SOLUCIÓN POR FACTORIZACIÓN:** Después de tener igualada a cero la ecuación cuadrática y organizada en orden descendente, se factoriza por los trinomios de la forma $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$ o de la forma $\mathbf{x^2 + bx + c = 0}$ según el caso, luego cada uno de los factores se igualan a cero y se despeja finalmente de cada uno de ellos la respectiva incógnita.

Es importante que tengas en cuenta que no todas las ecuaciones son factorizables y por lo tanto las debes resolver por la fórmula general que es el otro método.

- **SOLUCIÓN POR LA FÓRMULA GENERAL O FÓRMULA CUADRÁTICA (o del estudiante):** Dada la ecuación cuadrática $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$, los valores de la incógnita **x** los puedes hallar por la fórmula general siguiente:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

  Debes colocar demasiado cuidado cuando vayas a aplicar esta fórmula general con los signos de a, b y c y los signos de dicha fórmula ("jugar" con la ley de signos).

Te sugiero que observes detenidamente los dos videos siguientes donde nos muestran la solución de algunas ecuaciones cuadráticas completas empleando la factorización:

Video 1: https://www.youtube.com/watch?v=PTJx4W-lQbE&t=22s

Video 2: https://www.youtube.com/watch?v=pJ2eP8lcJ-0

APLICO LO QUE APRENDÍ…

1. ¡LO QUE YO TANTO ESPERO!... EL APORTE DE MI PROFESOR:

i. Mi profesor soluciona en clase las siguientes ecuaciones por factorización. Las analizo detenidamente:

a. $x^2 + 5x = 14$

Solución:

$x^2+5x-14=0$

$(x+7)(x-2)=0$

- $x+7=0 \rightarrow x=-7$
- $x-2=0 \rightarrow x=2$

$\boxed{\text{Solución: } \begin{cases} x=-7 \\ \text{o} \\ x=2 \end{cases}}$

b. $6x^2 = x + 2$

Solución:

$6x^2 = x + 2$

$6x^2 - x - 2 = 0$ (12)

$\dfrac{(6x-4)(6x+3)}{6} = 0$

$\dfrac{\cancel{2}(3x-2).\cancel{3}(2x+1)}{\cancel{6}} = 0$

$(3x-2)(2x+1)=0$

- $3x-2=0 \rightarrow 3x=2 \rightarrow x=\frac{2}{3}$
- $2x+1=0 \rightarrow 2x=-1 \rightarrow x=-1/3$

$\boxed{\text{Solución: } \begin{cases} x=2/3 \\ \text{o} \\ \end{cases}}$ $x = -1/2$

c. $x(x-1) + 3x = 4(2x-3) + 2x^2 + 5$

Solución:

$x^2 - x + 3x = 8x - 12 + 2x^2 + 5$

$x^2 - x + 3x - 8x + 12 - 2x^2 - 5 = 0$

$-x^2 - 6x + 7 = 0$

$x^2 + 6x - 7 = 0$

$(x+7)(x-1)=0$

- $x+7=0 \longrightarrow x=-7$
- $x-1=0 \longrightarrow x=1$

$\boxed{\text{Solución: } \begin{cases} x=-7 \\ \text{o} \\ x=1 \end{cases}}$

d. $4 = 7x + 2x^2$

Solución:

$4 - 7x - 2x^2 = 0$

$-2x^2 - 7x + 4 = 0$

$2x^2 + 7x - 4 = 0$

(8)

$2x^2 + 7x - 4 = 0$

$\dfrac{(2x+8)(2x-1)}{2} = 0$

$\dfrac{\cancel{2}(x+4)(2x-1)}{\cancel{2}} = 0$

$(x+4)(2x-1)=0$

- $x+4=0 \rightarrow x=-4$
- $2x-1=0 \rightarrow x=\frac{1}{2}$

$\boxed{\text{Solución: } \begin{cases} x=-4 \\ \text{o} \\ x=1/2 \end{cases}}$

Observa y analiza con atención el siguiente video: https://www.youtube.com/watch?v=-qq8Vsxjr4w

ii. Mi profesor soluciona en clase las ecuaciones a, b y d anteriores empleando la fórmula general:

a. $x^2 + 5x = 14$ $\longrightarrow$ $x^2 + 5x - 14 = 0 \left.\right\} \begin{matrix} a = 1 \\ b = 5 \\ c = -14 \end{matrix}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4(1)(-14)}}{2(1)}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{81}}{2}$$

$$x = \frac{-5 \pm 9}{2} \longrightarrow \begin{cases} * \; x = \frac{-5+9}{2} \to x = \frac{4}{2} \to \underline{x = 2} \\ * \; x = \frac{-5-9}{2} \to x = \frac{-14}{2} \to \underline{x = -7} \end{cases}$$

$$\boxed{\underline{\text{Solución:}} \begin{cases} x = 2 \\ \text{o} \\ x = -7 \end{cases}}$$

b. $6x^2 = x + 2$ **d. $4 = 7x + 2x^2$**

Otra más: $x(2x - 1) - 5(x - 1) = 4 - x(x + 2)$

Solución:

$2x^2 - x - 5x + 5 = 4 - x^2 - 2x$

$2x^2 - x - 5x + 5 - 4 + x^2 + 2x = 0$

$3x^2 - 4x + 1 = 0$

$3x^2 - 4x + 1 = 0 \left.\right\} \begin{matrix} a = 3 \\ b = -4 \\ c = 1 \end{matrix}$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(3)(1)}}{2(3)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{6}$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{6} \longrightarrow \begin{cases} \bullet \; x = \frac{4+2}{6} \to x = \frac{6}{6} \to \underline{x = 1} \\ \bullet \; x = \frac{4-2}{6} \to x = \frac{2}{6} \to \underline{x = 1/3} \end{cases}$$

$$\boxed{\underline{\text{Solución:}} \begin{cases} x = 1 \\ \text{o} \\ x = 1/3 \end{cases}}$$

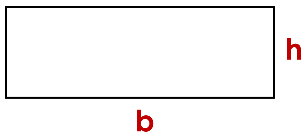
… Y una ultimita: $x^2 + 3x - 1 = 0$

PARA OBSERVAR Y ANALIZAR…

La base de un rectángulo está dada por la expresión: **$2x + 5$** y su altura por **$x – 2$.** Si se desea que su área sea de 26 m^2. Halla el valor de **x** que cumple esta condición. Soluciona la ecuación resultante por el método que desees.

Solución:

Recuerda que el área de un rectángulo se calcula multiplicando su base por su altura, es decir,



Área = b.h , donde b es lo que mide la base y h lo que mide la altura.

En nuestro problema tenemos que: **$b = 2x + 5$** y **$h = x – 2$.**

Luego: **$A = (2x + 5)(x – 2)$** pero nos dicen que $A = 26\ m^2$, entonces:

$$(2x + 5)(x – 2) = 26$$

De aquí destruyendo los paréntesis tenemos que:

$$2x^2 – 4x + 5x – 10 = 26 \rightarrow 2x^2 – 4x + 5x – 10 – 26 = 0 \rightarrow 2x^2 + x – 36 = 0$$

Acá debes resolver esta ecuación cuadrática y con base en ello el profesor te dará la solución de este problema.

Práctico muy juiciosa resolviendo los siguientes planteamientos:

i. Resuelvo **tanto por factorización como por fórmula general** las siguientes ecuaciones cuadráticas:

a. $- 2x = x^2 - 63$

b. $3x^2 = 7x - 4$

ii. Soluciono **por el método que quiera** la ecuación:

$2x^2 – 4x(x -2) = 3x^2 - 4$

"LA CONFIANZA ES COMO EL VIDRIO…
UNA VEZ ROTO, PUEDES REPARARLO…
PERO NO VUELVE A SER EL MISMO"