	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION			
NOMBRE ALUMNA:				
AREA :	MATEMÁTICAS			
ASIGNATURA:	MATEMÁTICAS			
DOCENTE:	JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO			
TIPO DE GUIA:	DE APRENDIZAJE			
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
1	11	6	ABRIL 10 de 2023	6 UNIDADES

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Realiza operaciones entre funciones reales para aplicar sus propiedades.
- Realiza las actividades y TAREAS que se le asignan oportuna y correctamente.

LO QUE VOY A APRENDER…

FUNCIONES REALES

Antes de comenzar con el estudio de las funciones reales recordemos algunos conceptos vistos en cursos anteriores y que te servirán para reforzar la nueva temática a estudiar:

Tuviste la oportunidad de estudiar que si te daban dos conjuntos A y B entre los cuales se podía dar una correspondencia de elementos de A con elementos de B mediante alguna ley establecida, podíamos decir que existía una **relación de A en B** notada **R: A ® B** en la cual A se denomina conjunto de partida (y cada uno de sus elementos se denota con **X** y se llaman primera componente) y B conjunto de llegada (y cada uno de sus elementos se denota con **Y** y se llama segunda componente).

De otro lado habías trabajado el **CONCEPTO DE FUNCIÓN**, así: "Una relación es una función cuando todos los elementos del conjunto de partida están relacionados y una sola vez, es decir, todos tienen una sola imagen".

También habías trabajado tres tipos de funciones especiales: **Inyectiva (uno a uno), sobreyectiva (sobre) y biyectiva.**

MI EXPLORACIÓN ES IMPORTANTÍSIMA: ***Ve y consulto*** en Internet **(NO PARA ENTREGAR PERO *SÍ PARA SUSTENTARLO EN EL QÜIZ*)** la definición de cada una de estas funciones con un ejemplo explicativo y lo copio en mi cuaderno.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO…

LEAMOS Y ENTENDAMOS PUÉS QUE ES ESE CUENTO DE FUNCIÓN REAL.

Aspectos generales: álgebra de funciones, función par e impar, función compuesta.

Si tenemos la expresión **$W = 3x^2 – 5x + 1$**, decimos que W es una función de x porque el valor de W depende del valor que se le dé a x y escribimos **$W = f(x)$** y se lee: "W es función de x".

Las funciones surgen siempre que una cantidad depende de otra, así por ejemplo, sabemos que el área **A** de un cuadrado depende de su lado **L** y se relacionan mediante la expresión **$A = L^2$**, y para cada valor de L existe un valor de A y por lo tanto **$A = f(L)$** (A es una función de L).

El costo **C** de enviar una encomienda por Servientrega (por ejemplo), depende de su peso **P** y para cada peso P existirá un valor de C y por lo tanto **$C = f(P)$**.

> **Una FUNCIÓN REAL** es una regla que permite relacionar a la variable **y** con la variable **x,** en la cual **x** recibe el nombre de **variable independiente** (porque se le puede asignar el valor que queramos) y **y** recibe el nombre de **variable dependiente** porque **para cada valor de x se encuentra un valor de y** y escribimos **$y = f(x)$** (**el valor de y depende o es función del valor que se le asigne a x**).

Por ejemplo, nos dan la regla o función: **$Y = f(x) = 3x^2 + 5x – 2$**.

Obsérvese que cuando **x = 1**, a la función **$y = f(x)$** le corresponderá un valor así:

$$f(1) = 3(1)^2 + 5(1) - 2 \quad \rightarrow \quad f(1) = 6.$$

Esto significa que para x = 1 el valor de es y = 6 o que **$f(1) = 6$**, y se dice que 6 es la imagen de 1.

La forma general de una función real es **$Y = f(X)$**.

- **ÁLGEBRA DE FUNCIONES (Operaciones):** Algebraicamente las funciones se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir de la misma manera que como se procede con los polinomios algebraicos.

En general: Definimos las operaciones entre funciones así:

Sean f y g dos funciones reales cualquiera, se define la suma, la resta, el producto y la división entre ellas así:

$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$

$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$

$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$

$(f / g)(x) = f(x) / g(x)\ ;\ g(x) \neq 0$

Todos estos conceptos se ven muy interesantes. **Prestaré toda mi atención al siguiente video:**

https://www.youtube.com/watch?v=jP1mSfUqpxw

EJEMPLOS:

1. Sean: f(x) = 5x + 6 y g(x) = $3x^2 – 4x + 8$

a. **Encontrar $(f + g)(x)$.**

$$
\begin{aligned}
(f+g)(x) &= f(x)+g(x)\\
&= (5x+6)+(3x^2-4x+8)\\
&= 3x^2+5x-4x+6+8\\
&= \underline{3x^2+x+14}
\end{aligned}
$$

b. **Encontrar $(g – f)(x)$.**

$$
\begin{aligned}
(g-f)(x) &= g(x)-f(x)\\
&= (3x^2-4x+8)-(5x+6)\\
&= 3x^2-4x+8-5x-6\\
&= 3x^2-4x-5x+8-6\\
&= \underline{3x^2-9x+2}
\end{aligned}
$$

2. Dadas $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = x + 1$, encuentra $(f \cdot g)(x)$.

$$
\begin{aligned}
(f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x)\\
&= (2x-3)\cdot(x+1)\\
&= 2x^2+2x-3x-3\\
&= \underline{2x^2-x-3}
\end{aligned}
$$

3. Dadas: $h(n) = 2n - 1$ y $j(n) = n + 3$.

Por definición, $\left(\frac{j}{h}\right)(n) = \frac{j(n)}{h(n)}$.

$$= \frac{n+3}{2n-1}$$

4. Sean: $f(x) = 12x^3 + 15x^2 - 6x$ y

$g(x) = 3x$

Encontrar $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$.

$$\boxed{\begin{aligned}\left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)}\\ &= \frac{12x^3 + 15x^2 - 6x}{3x}, \quad x \neq 0\\ &= \frac{3x(4x^2 + 5x - 2)}{3x}\\ &= 1 \cdot (4x^2 + 5x - 2)\\ &= 4x^2 + 5x - 2, \qquad x \neq 0\end{aligned}}$$

5. (Lo resolverá el profe) Dadas las funciones:

$f(x) = 8x^3 - 3x^2$

$g(x) = 4x^3 + 9x^2$

$h(x) = 3x^2$

Encontrar $\left(\frac{f+g}{h}\right)(x)$.

- ## <u>FUNCIONES PARES E IMPARES</u>

Vamos a observar inicialmente el siguiente video del profe Alex:

https://www.youtube.com/watch?v=kabnjBXPsWU

- **Una función es par** si al reemplazar a x por – x en la función dada, esta no cambia, es decir, la función que se obtiene es la misma función original. (**gráficamente a ambos lados del eje y da la misma gráfica reflejada: es simétrica con el eje y**).

Matemáticamente: **Y = F(x) es par si F(- X) = F(X)**.

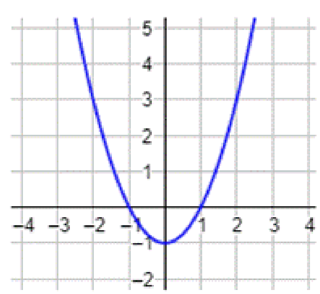
Ejemplo

La siguiente función es par:

$$f(x) = x^2 - 1$$

Demostración:

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^2 - 1 = \\ &= x^2 - 1 = \\ &= f(x) \end{aligned}$$



- **Una función es impar** si al reemplazar a x por – x en la función dada, esta cambia de signo, es decir, la función que se obtiene es la misma función original pero con signo contrario (y si es polinómica todos sus términos deben dar con signo contrario).

  Matemáticamente: **Y = F(x) es impar si F(- X) = - F(X)**.

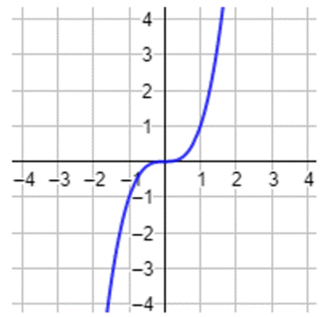
Ejemplo

La siguiente función es impar

$$f(x) = x^3$$

Demostración:

$$\begin{aligned} f(-x) &= (-x)^3 = \\ &= -x^3 = \\ &= -f(x) \end{aligned}$$



♦ *COMPOSICIÓN DE FUNCIONES (Función compuesta)*

Sean f y g dos funciones reales cualquiera dadas, la **composición de funciones** (o **función compuesta**) **de f y g**, notada f○**g**, se define así:

$$\boxed{(f \circ g)(x) = f(g(x))}$$

De manera análoga, la composición de g y f será: (g○**f)(x) = g(f(x))**.

(Esta función compuesta la explicará detalladamente tu profe en la clase).

VOY A APLICAR LO QUE APRENDÍ…

MI EJERCITACIÓN.

1. **Observo y analizo los siguientes ejercicios solucionados por mi profe:**

   1. Si $f(x) = \sqrt{2x+5}$, calcula: a. f(- 2) b. f(0) c. f(- 5) d. $2f^2(7) + 3f(-1)^2$

$a)\ f(-2) = \sqrt{2(-2)+5} = \sqrt{-4+5} = \sqrt{1} = 1 \Longrightarrow \boxed{f(-2) = 1}$

$b)\ f(0) = \sqrt{2(0)+5} = \sqrt{0+5} = \sqrt{5} \Longrightarrow \boxed{f(0) = \sqrt{5}}$

$c)\ f(-5) = \sqrt{2(-5)+5} = \sqrt{-10+5} = \sqrt{-5}$ No existe

d) $2f^2(7) - 3f^2(-1)$

$* \ f(7) = \sqrt{2(7)+5} \rightarrow f(7) = \sqrt{19}$

$* \ f(-1) = \sqrt{2(-1)+5} \rightarrow f(-1) = \sqrt{3}$

$\Rightarrow 2(\sqrt{19})^2 - 3(\sqrt{3})^2 = 2(19) - 3(3) = 38 - 9 = \boxed{29}$

2. Si $f(x) = \dfrac{x}{2x^3 - 1}$, calcula: a. f(-1/2) b. f($\sqrt[3]{2}$)

a) $f(-1/2) = \dfrac{-\frac{1}{2}}{2(-\frac{1}{2})^3 - 1} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{2(-\frac{1}{8}) - 1} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{-\frac{1}{4} - \frac{1}{1}} = \dfrac{-\frac{1}{2}}{-\frac{5}{4}} = \dfrac{-1 \times 4}{-2 \times 5}$

$= \dfrac{4}{10} = \boxed{\dfrac{2}{5}}$

b) $f(\sqrt[3]{2}) = \dfrac{\sqrt[3]{2}}{2(\sqrt[3]{2})^3 - 1} = \dfrac{\sqrt[3]{2}}{2(2) - 1} = \boxed{\dfrac{\sqrt[3]{2}}{3}}$

2. Observo y analizo los siguientes ejercicios que solucionará mi profe en la clase:

1. Si

$$g(x) = \begin{cases} 5 - 3x, & x \leq -3 \\ 2x^3 - 4, & -3 < x < 0 \\ |3x^2 - 7x|, & x > 0 \end{cases}$$

Determina: $a.\ g(4)$ $b.\ g(-4)$ $c.\ g(0)$

2. Sean las funciones: $g(x) = 4x^2 - 7x + 2$

$h(x) = 2x - 5$

Evalúa: a. (h + g)(- 1) b. (h – g)(- 3) c. (h.g)(- 2) d. (g/h)(4)

3. Sean: $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = \sqrt[3]{x - 5}$, $h(x) = 3x + 4$

Encuentra:

a. (h º f)(1) b. (h º g)(- 3) c. (f º g)(- 2) d. h[f(2)]

e. (f º h)(x) f. (h º f)(x) g. (h º g)(x) h. (g º h)(x)

3. Y ahora mi trabajo en casa muy animada.

1. Sea f(x) = 4 + 3x – x^2 determina:

   $a.\quad f(-1)$ $\qquad\qquad b.\quad f^3(-2)-3f^2(2)$

2. Si

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3 , & x \leq -2 \\ 3x^2-2 , & -2 < x < 1 \\ |3-2x| , & x \geq 1 \end{cases}$$

   hallar:

$$\frac{3f(-2) + f(-4).f(0)}{f(2)}$$

3. Si $f(x) = \dfrac{1}{x^2+5}$ $\quad y \quad g(x)=\sqrt[3]{x-7}$, halla el valor de: $f(3\sqrt{2}) - 4g(-1)$

4. Dadas, $f(x)=\sqrt{x}\ \ y\ \ g(x)=x^2-1$, hallar:

   a. (f º g)(1) b. g(f(1)) c. f(g(0)) d. $f\left[g(-3)+f(16)\right]$

   e. (f º g)(x) f. (g º f)(x)

RESPUESTAS: 1. a. 0 b. – 324
2. 7
3. 185/23
4. a. 0 b. 0 c. No existe d. $\sqrt{12}$

"La verdad duele solo una vez.
La mentira duele cada vez que se recuerda"