

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN				
	NOMBRE ALUMNA				
	AREA/ASIGNATURA		Matemáticas		
	DOCENTE:		Jorge Andrés Toro Uribe		
	PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACIÓN
	2	8º	5	Abril 30 de 2024	16 HORAS

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ✓ Resolver ejercicios aplicando los casos de factorización: factor común y factor común por agrupación de términos.
- ✓ Aplicar procesos lógicos y coherentes, al factorizar completamente una expresión algebraica.
- ✓ Establecer relación entre los procesos de factorización y los productos notables, utilizándolos en la simplificación de expresiones algebraicas.
- ✓ Resolver situaciones problemas, aplicando los casos de factorización.

Factorización

❖ Momento de exploración

Los vasos sanguíneos y la factorización

Así como los automóviles utilizan las carreteras, los caminos y las calles para circular, la sangre puede cumplir su misión de transportar nutrientes, sustancias de desecho, hormonas, anticuerpos y gases respiratorios porque dispone de un sistema de conductos: los vasos sanguíneos.

Los vasos sanguíneos son una red de conductos especializados en el transporte de la sangre desde el corazón hacia el cuerpo y viceversa.

Una de las clases de vasos sanguíneos son las arterias, que se encargan de llevar la sangre desde el corazón a los distintos órganos del cuerpo. Sus gruesas paredes elásticas le permiten cambiar su diámetro en función de la cantidad de sangre que transportan en ese momento.

El polinomio $CR^2 - Cr^2$ expresa la velocidad de la sangre en centímetros por segundo. Donde R es el radio mayor, r corresponde al radio menor y C es flujo sanguíneo.

- a. Consulta sobre el tema
 - Observa la expresión algebraica anterior y escríbela como el producto de otras dos expresiones algebraicas.
 - Responde, ¿qué nombre se da al proceso de escribir un polinomio como producto de otros polinomios?
- b. Explica el proceso que realizaste para poder escribir la expresión como un producto.

❖ Momento de estructuración

¿Para qué se usa la factorización?

La palabra factorizar es utilizada para referirse al proceso de expresar un término o una suma de término como el producto de varios factores.

Las diferentes técnicas de factorización agrupadas en forma conveniente, permiten resolver una expresión algebraica de manera más rápida y efectiva.

Factorización de polinomios por factor común

El factor común de los términos de un polinomio es el producto del máximo común divisor de los coeficientes por el máximo común divisor de las partes literales.

El procedimiento para factorizar el polinomio $3x^3 + 12x^2 + 6x$ por factor común es el siguiente:

- Se determina el factor común de los términos del polinomio. En este caso $3x$.
- Se expresa el polinomio como el producto del factor común por el coeficiente de dividir el polinomio entre el factor común.

$$3x^3 + 12x^2 + 6x = 3x(x^2 + 4x + 2)$$

Practiquemos juntas

- | | |
|---|-------------------------------------|
| a. $14x^4y + 7xy^2 + 21xy$ | d. $3m^2n^3 + 12mn^2 + 9m^3n^3$ |
| b. $24a^4 + 12a^2 - 6a$ | e. $4ab^2 - 12ab + 20a^2b^2$ |
| c. $3m^5n^6 + 6m^4n^5 - 9m^2n^3 + 12m^2n^6$ | f. $24x^2y^3 - 16x^3y^2 - 32x^4y^3$ |

Factor común por agrupación

Para factorizar polinomios con cuatro o más términos y que algunos tengan factores primos comunes en los monomios que lo conforman, se emplea la propiedad distributiva. Este caso es llamado factorización por agrupación ya que los términos son organizados en grupos y después factorizados. La propiedad distributiva luego se aplica al factor común de binomio.

Un polinomio puede ser factorizado por agrupación sólo si existen todas las siguientes condiciones:

- Hay cuatro o más términos.
- Los términos tienen factores comunes que pueden ser agrupados juntos.
- Hay dos factores comunes que son idénticos o inversos aditivos el uno del otro.

Practiquemos juntas

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1. $4qr + 8r + 3q + 6$ | 4. $vp + 12v + 8p + 96$ |
| 2. $2mk - 12m + 42 - 7k$ | 5. $45pq - 27q + 50p - 30$ |
| 3. $np + 2n + 8p + 16$ | 6. $9fg - 45f + 7g - 3$ |

Factorización de diferencia de cuadrados

En la factorización de binomios se encuentra la diferencia de cuadrados, la cual se factoriza como la suma de las raíces cuadradas de los dos términos por la diferencia de las raíces cuadradas de los dos términos.

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Para identificar cuándo un binomio es la diferencia de dos cuadrados, se verifican las siguientes condiciones.

- El binomio debe tener dos términos separados por el signo menos.
- Los dos términos deben estar elevados al cuadrado, es decir, se les puede extraer la raíz cuadrada exacta.

Practiquemos juntas

- | | | |
|-------------------|----------------|---------------------|
| 1. $16h^2 - 9k^2$ | 3. $b^4 - 16$ | 5. $49x^2 - 256y^4$ |
| 2. $121 - 4b^2$ | 4. $z^4 - 625$ | 6. $9m^2 - 3$ |

Factorización de un trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio cuadrado perfecto es el resultado de elevar un binomio al cuadrado.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Un trinomio ordenado respecto a una de sus variables es cuadrado perfecto si:

- El primer y el tercer y términos son cuadrados perfectos, es decir, tienen raíz cuadrada exacta.

- El segundo término es el doble producto de las raíces cuadradas del primer y el tercer término.
- El primer y el tercer término siempre son positivos, el segundo término puede ser positivo o negativo.

Practicemos juntas

- | | | |
|--------------------------|---------------------|-----------------------|
| 1. $9a^2 - 24ab + 16b^2$ | 3. $9x^2 - 6x + 4$ | 5. $25b^2 + 60b + 36$ |
| 2. $4y^2 + 12y + 9$ | 4. $4m^2 + 12m + 9$ | 6. $81a^2 - 90a + 25$ |

Factorización de un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Para factorizar un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, se buscan dos binomios cuyo primer término sea la raíz cuadrada del término x^2 , es decir x , y cuyos segundos términos cumplan la doble condición de que la suma sea igual al coeficiente b del término en x y el producto sea igual al término independiente.

Practicemos juntas

- | | | |
|--------------------|--------------------|---------------------|
| 1. $x^2 + 9x + 20$ | 3. $x^2 + 2x - 15$ | 5. $x^2 + 14x + 24$ |
| 2. $x^2 - 8x + 12$ | 4. $x^2 - 7x - 18$ | 6. $x^2 + 4x - 21$ |

Factorización de un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$

Para factorizar un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, se multiplica el primer y último término, es decir a y c , encontrando un número d . Luego se buscan dos números que multiplicados den ese número (d) y sumados o restados den el número de la mitad (b). Luego se deben dividir ambos factores entre d .

Practicemos juntas

- | | | |
|---------------------|----------------------|----------------------|
| 1. $2x^2 + 5x + 3$ | 3. $3x^2 - 17x + 20$ | 5. $2x^2 - 3x - 9$ |
| 2. $7x^2 + 29x + 4$ | 4. $5x^2 - 3x + 4$ | 6. $4x^2 + 16x + 15$ |

Factorización de la suma o diferencia de cubos

La suma de dos cubos se factoriza como el producto de dos factores:

- El primer factor es la suma de las raíces cúbicas.
- El segundo factor es el cuadrado de la primera raíz menos, el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

La diferencia de cubos se factoriza como el producto de dos factores:

- El primer factor es la diferencia de las raíces cúbicas.
- El segundo factor es el cuadrado de la primera raíz, más el producto entre las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz

$$(m^3 + n^3) = (m + n)(m^2 - mn + n^2) \quad (m^3 - n^3) = (m - n)(m^2 + mn + n^2)$$

Practicemos juntas

- | | | | |
|-------------------|------------------------|--------------|----------------|
| 1. $27x^3 + 8y^9$ | 2. $343m^6 - 64n^{12}$ | 3. $1 + w^3$ | 4. $8a^6 - 27$ |
|-------------------|------------------------|--------------|----------------|

❖ Momento de evaluación

1. Aplicar el factor común para factorizar los polinomios

- | | |
|-----------------------------------|-------------------------------|
| a. $4a - 20b$ | e. $42y^5z^3 + 14y^2z$ |
| b. $11a^3b - 55ab^2$ | f. $5mn^3 + 10m^4n^5$ |
| c. $12x^3y - 30x^2y^2 + 42x^3y^4$ | g. $25x^5 - 15x^2 + 20x^3$ |
| d. $21m^2n - 3m^2n^2 + 42m^3n^4$ | h. $39mp^2 - 26mp^3 + 13mp^4$ |

2. Relaciona los polinomios de la izquierda con su respectiva factorización

$a^4x^2 + 4a^3x + 2ax$	$4a(2x^2 - 5x^3a^2 + 1)$
$4ax^2 - 8a^2x + 2a$	$ax(a^3x + 4a^2 + 2)$
$8x^2 + 12xa + 6x^3$	$2a(2x^2 - 4ax + 1)$
$8x^2a - 20x^3a^3 + 4a$	$3x(x^2 + 3xa^3 - 4)$
$3x^3 + 9x^2a^3 - 12x$	$2x(4x + 6a + 3x^2)$

3. Agrupar los términos entre sí para que exista un factor común en cada agrupación. Luego factorizar

- | | |
|-------------------------------|----------------------------|
| a. $ac - ad + bc - bd$ | d. $6x - 4y + 6yz - 9xz$ |
| b. $3ax + ay + 9bx - 3by$ | e. $ab + 3bc + 2a + 6c$ |
| c. $18mx + 6my + 54nx - 18ny$ | f. $2ax + 5bx + 2ay + 5by$ |

4. Factoriza agrupando términos

- | | |
|--|------------------------------|
| a. $w^2 + wz + wy + zy$ | e. $9k + 6n + 6nm^4 + 9km^4$ |
| b. $2x^2 - 3xy + 4x - 6y$ | f. $10wz + 5w + 2z + 1$ |
| c. $am + bm + an + bn$ | g. $rp + 9r + 9p + 81$ |
| d. $4w^3 + 4w^2y + 4wy^2 + 3zw^2 + 3zwy + 3zy^2$ | h. $2nu + 8u + 3n + 12$ |

5. Completa los términos de la factorización de cada expresión algebraica

- a) $x^2 - 16 = (x + \square)(x - \square)$
 b) $a^2 - 144 = (a + \square)(a - \square)$
 c) $n^2 - 49 = (n + \square)(n - \square)$
 d) $4a^2 - 100 = (2a + \square)(2a - \square)$
 e) $9x^2 - 16 = (3x + \square)(3x - \square)$
 f) $4m^2 - 81 = (2m + \square)(2m - \square)$

6. Marcar, entre las opciones, la raíz cuadrada que corresponda a cada monomio

- | | | | |
|------------------------------------|---|---|--|
| 1. $16x^2y^4$ | 2. $225z^8m^{10}$ | 3. $\frac{1}{36}x^2y^{20}w^{18}$ | 4. $289b^4x^{12}y^{12n}$ |
| <input type="checkbox"/> $8xy^2$ | <input type="checkbox"/> $15z^4m^5$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{6}x^4y^5w^6$ | <input type="checkbox"/> $17b^{2x}y^{4n}$ |
| <input type="checkbox"/> $4xy^2$ | <input type="checkbox"/> $15z^3m^{10}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{6}xy^{10}w^9$ | <input type="checkbox"/> $17b^{2x}y^{6n}$ |
| <input type="checkbox"/> $4x^4y^5$ | <input type="checkbox"/> $15z^{16}m^{20}$ | <input type="checkbox"/> $\frac{1}{18}x^6y^{10}w^9$ | <input type="checkbox"/> $17b^{4x}y^{12n}$ |

7. Factorizar cada expresión

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|----------------|
| a. $t^4 - 16$ | b. $x^2 - 25$ | c. $4w^2 - 9$ | d. $z^2 - 100$ |
|---------------|---------------|---------------|----------------|

8. Factorizar los trinomios cuadrados perfectos

- | | | |
|---------------------------|--------------------------|----------------------|
| a. $x^2 + 12x + 36$ | d. $25x^2 + 60x + 36$ | g. $169 - 26x + x^2$ |
| b. $16x^2 - 40xy + 25y^2$ | e. $81z^2 - 32zy + 4y^2$ | h. $r^2 - 30r + 225$ |
| c. $y^2 + 14x + 49$ | f. $m^2 - 10m + 16$ | |

9. Completa el término que falta para que la expresión sea un trinomio cuadrado perfecto.

a) $a^2 + 2(a)(3) + \square^2$

b) $\square + 2(b)(6) + \square^2$

c) $\square^2 + 2(a)(5) + \square^2$

d) $m^2 + 2(m)(7) + \square^2$

e) $x^2 + 2(x)(11) + \square^2$

f) $c^2 + 2(c)(10) + \square^2$

10. Elige los términos de manera que se cumpla el trinomio. Organiza los factores respectivos en cada caso.

a) $x^2 + 5x + 6$

b) $x^4 - 6x^2 - 7$

c) $x^2 - 23x + 120$

d) $x^2 + 21x - 100$

11. Factorizar cada trinomio

a. $x^2 + 16x + 15$

e. $z^2 - 13z - 30$

i. $k^2 - k - 30$

b. $y^2 + 5y - 14$

f. $m^2 + 9m + 20$

j. $y^2 - 11y + 18$

c. $m^2 - 9m + 18$

g. $z^2 + 4z - 32$

k. $x^2 + 7x + 12$

d. $a^2 - 11a + 28$

h. $p^2 - 27p + 50$

l. $x^2 + 15x + 34$

12. Factorizar cada trinomio

a. $2x^2 + 5x + 3$

d. $6y^2 + 7y + 2$

g. $5t^2 - 8t - 4$

b. $8p^2 + 2p - 1$

e. $3m^2 - 8m + 4$

h. $15n^2 - 8n - 12$

c. $15w^2 + 41w + 14$

f. $2r^2 - 3r - 20$

i. $10x^2 + 8x - 2$

13. Relaciona cada expresión de la izquierda con su equivalente de la derecha

$15x^2 + 7x - 2$	$(5x - 4)(3x + 9)$
$10x^2 + 19x - 56$	$(11x - 10)(3x - 2)$
$40x^2 - 6x - 18$	$(3x + 2)(5x - 1)$
$12x^2 + 24x + 9$	$(2x + 7)(5x - 8)$
$33x^2 - 52x + 20$	$(8x - 6)(5x + 3)$
$15x^2 + 33x - 36$	$(6x + 9)(2x + 1)$

14. Factorizar cada cubo

a. $1 + w^3$

d. $64 + 8a^3$

b. $x^6 + 8$

e. $125m^6 - 343n^3$

c. $1 - h^3$

f. $216m^3 - 27$

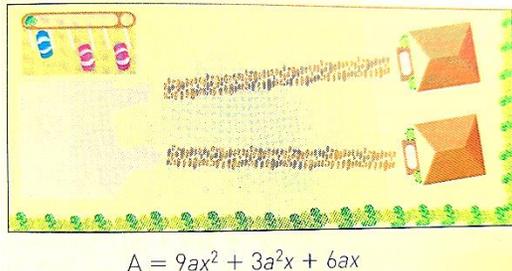
15. Factoriza la suma o diferencia de cubos, y luego, factoriza la expresión completa.

- a. $(x + 2) + (x^3 + 8)$
 b. $(x - 4) + (x^3 - 64)$

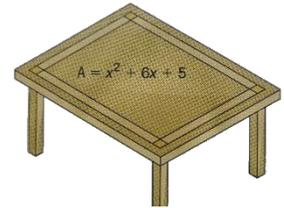
- c. $(a + 5) + (a^3 + 125)$
 d. $(m + 1) + (m^3 + 1)$

16. Utiliza los casos de factorización aprendidos para dar respuesta a las siguientes situaciones.

- a. Encuentra las expresiones algebraicas para los lados del terreno rectangular, de tal manera que su área sea la expresión dada.



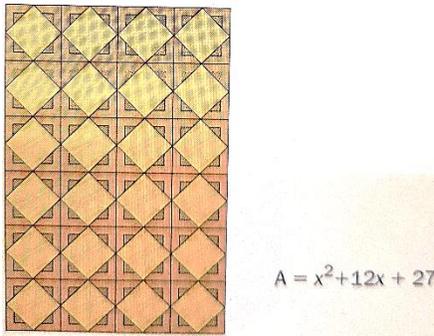
- b. El área de la superficie plana de un modelo de mesa está dada por la expresión algebraica $x^2 + 6x + 5$. ¿Cuáles serán las expresiones algebraicas para las medidas de sus lados?



- c. Un centro vacacional ha diseñado un modelo de piscina que tiene dos secciones. Si el área de la zona de adultos se puede expresar como $x^2 - 144$, ¿cuáles son las expresiones algebraicas para las dimensiones de esta zona?



- d. La ilustración muestra el área de un piso recubierto con madera. ¿Cuáles son las expresiones que representan la base y la altura de esa superficie?



“VI MÁS LEJOS QUE LOS DEMÁS, PORQUE ESTABA SOBRE LOS HOMBROS DE GIGANTES”
 Isaac Newton

