

<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN</b>					
NOMBRE ALUMNA:					
ÁREA / ASIGNATURA: Matemáticas					
DOCENTE: David Mauricio Aguirre V.					
PERIODO	TIPO GUÍA	GRADO	Nº	FECHA	DURACIÓN
3	Aprendizaje	7	5	Septiembre 2023	6 Unid.

## INDICADORES DE DESEMPEÑO

Identifica y grafica los números racionales en la recta numérica y en el plano cartesiano. Explica y diferencia las razones y las proporciones, como la relación entre magnitudes. Soluciona problemas en situaciones donde se involucra la proporcionalidad.

### Razones y proporciones

#### Razón entre números

Al realizar una encuesta entre los jóvenes entre 18 y 21 años se concluye que: "1 de cada 5 jóvenes está inscrito en el Registro Electoral". Entonces, se puede decir que la razón entre los que votan y el total de jóvenes es 1: 5. También se puede decir que la razón entre los que votan y los que no, es 1: 4.

Sean  $a$  y  $b$  dos números racionales y  $b \neq 0$ , entonces una razón entre  $a$  y  $b$  es el cociente  $a/b$ .  
 $b = a/b$  y lo leeremos  $a$  es a  $b$ . ( $a$  se le llama antecedente y  $b$  se le llama consecuente)

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = \frac{16}{20} = \dots = \frac{4k}{5k}$$

Como las razones son números racionales, entonces se puede ampliarla y simplificarla como se desee mientras se mantenga la razón.

Una de las situaciones matemáticas más frecuente es sin duda, la de relacionar dos cantidades: se han hecho al sumarlas y restarlas, o al multiplicarlas y dividir las. En particular, al relacionarlas mediante la resta y la división, estamos comparándolas. Existen dos tipos de comparaciones entre números: las que nos permiten averiguar cuál es el mayor calculando la diferencia existente entre ambos, o bien, calculando cuántas veces el mayor contiene al menor. En la primera situación hablamos de comparaciones o relaciones aditivas y en la segunda, de relaciones multiplicativas.

#### El concepto matemático de razón

Una razón es una relación multiplicativa entre dos números naturales diferentes de 0.

Hablamos así de la razón "dos a tres", "1 a 10", "7 a 4", etc. Por ejemplo, si en un grupo de personas hay 18 hombres y 27 mujeres, diremos que la razón entre el número de hombres y el de mujeres es de "2 a 3", es decir, que "hay 2 hombres por cada 3 mujeres". En este caso, la razón entre el número de mujeres y el de hombres es la inversa, de "3 a 2", es decir, que "hay 3 mujeres por cada 2 hombres". Hay que saber distinguir entre los conceptos de razón y de fracción. Este último alude a la relación también multiplicativa entre la parte y el todo respectivo. En el ejemplo anterior,  $2/5$  representa la fracción ya simplificada correspondiente al número de hombres (18) con respecto al total de personas presentes ( $18 + 27 = 45$ ). En el concepto de razón no está presente esta relación de carácter parte-todo.

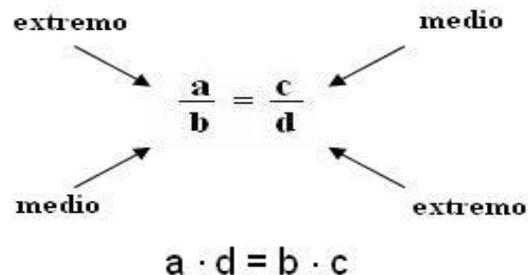
## Proporciones

La igualdad entre dos razones es una proporción.

Se lee:

- **a** es a **b** como **c** es a **d**.
- También puede escribirse  $a : b = c : d$
- En toda proporción se tiene:

En toda proporción el producto de los extremos es igual al producto de los medios, esta relación se conoce como Teorema fundamental de la proporción, es decir.



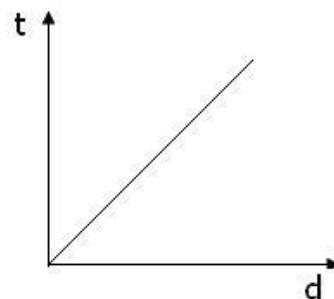
## Proporcionalidad Directa

Supongamos que vamos por la carretera en un automóvil hacia una ciudad A, a una velocidad de 120 Km./h. Se puede reconocer 2 variables asociadas a esto: la distancia y el tiempo. Mientras más tiempo haya transcurrido, más distancia habremos recorrido, es decir, a medida que aumenta el tiempo, aumenta la distancia. De la misma manera, el tiempo que falta para llegar disminuye a medida que disminuye la distancia entre nosotros y la ciudad A.

Esta relación se conoce como proporcionalidad directa, si una variable aumenta o disminuye, entonces la otra variable también aumentará o disminuirá en la misma proporción.

La clave de una proporcionalidad directa, es que la razón entre ambas variables se mantenga constante. Este valor que se mantiene igual, independiente de como cambien las variables, se conoce como constante de proporcionalidad. En el ejemplo del viaje, la constante es igual a 120.

Para analizar la dicha proporcionalidad se lleva a una tabla las correspondientes variables, si en la medida que aumenta (disminuye) una variable la otra aumenta (disminuye) estamos en presencia de una proporcionalidad directa.



En el ejemplo anterior, las variables distancia recorrida y el tiempo recorrido se lleva a una tabla y se observa que en la medida que aumenta la distancia recorrida aumenta el tiempo.

El gráfico que representa a una proporcionalidad directa es una línea recta que pasa por el origen.

## Proporcionalidad Inversa

Supongamos que queremos pintar una casa y para ello contratamos 2 obreros. Ellos estiman que podrán pintar la casa completamente en 6 días.

Como el tiempo no nos pareció adecuado, entonces decidimos contratar 2 obreros más (4 en total) y estiman que podrán pintar la casa en 3 días.

Y como aún no nos parece suficiente, contratamos otros 2 obreros (6 en total) que estiman, podrán pintar toda la casa en 2 días lo cual nos parece bien.

Podemos reconocer 2 variables asociadas a esto: los obreros y el tiempo. Claramente, mientras más obreros contratemos, menos tiempo demoraran.

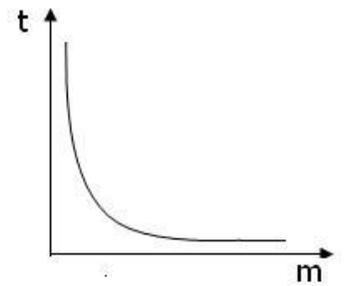
Maestros	Tiempo (días)
2	6
4	3
6	2

Esta relación se conoce como proporcionalidad inversa, si una variable aumenta (disminuye), entonces la otra variable disminuye (aumenta) en la misma proporción.

La clave de una proporcionalidad inversa, es que el producto entre ambas variables se mantenga constante. En el ejemplo de la casa, la constante es igual a 12.

De manera similar para analizar este tipo de proporcionalidad se lleva a una tabla las correspondientes variables, si en la medida que aumenta (disminuye) una variable la otra disminuye (aumenta) estamos en presencia de una proporcionalidad inversa.

En el ejemplo anterior, las variables: obreros contratados y el tiempo que demoraran lo llevamos a una tabla y observamos que en la medida que aumenta la cantidad de obreros contratados disminuye el tiempo que demoraran.



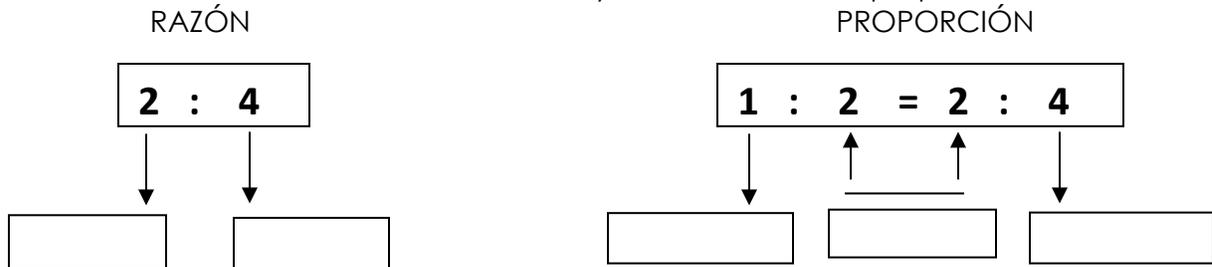
El gráfico que representa a una proporcionalidad inversa es una hipérbola

### Realiza los ejercicios en clase

1. Responde V (verdadero) o F (falso) según corresponda. Justifica las falsas.

- \_\_\_ El valor K de la razón 3 : 5 es 0,6
- \_\_\_ La grafica de la proporcionalidad directa es una recta.
- \_\_\_ Una fracción es igual que una razón.
- \_\_\_ Los términos de la fracción son números enteros y en la razón pueden ser decimales.
- \_\_\_ Una proporción es una igualdad de dos razones.
- \_\_\_ La hipérbola es una curva que grafica la proporcionalidad inversa.
- \_\_\_ Una razón sólo se puede expresar como fracción, como división y como par ordenado.
- \_\_\_ Una fracción es igual que una razón.

2. Escribe en los recuadros los términos de la razón y los términos de la proporción.



3. Indica en cada par de razones si son o no equivalentes.

- |                                       |                                       |                                      |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|
| a. $\frac{12}{24} \wedge \frac{2}{4}$ | b. $\frac{3}{4} \wedge \frac{30}{48}$ | c. $\frac{4}{24} \wedge \frac{1}{8}$ |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--------------------------------------|

4. Encuentra el valor K de las siguientes razones.

- |                 |                   |                   |
|-----------------|-------------------|-------------------|
| a. 3 : 5<br>K = | b. 45 : 15<br>K = | c. 0,8 : 2<br>K = |
|-----------------|-------------------|-------------------|

5. Forma una proporción a partir de las razones dadas.

- |              |                    |           |            |                |
|--------------|--------------------|-----------|------------|----------------|
| a. 0,6 : 7,2 | b. $\frac{3}{5} =$ | c. 14 : 2 | d. 21/12 = | e. 13 : 16,2 = |
|--------------|--------------------|-----------|------------|----------------|

6. Calcula el término desconocido en cada proporción.

a.  $\frac{X}{8} = \frac{10}{4}$

b.  $\frac{5}{7} = \frac{X}{21}$

7. Encierra la alternativa correcta, selección múltiple con una única respuesta.

a. El término desconocido de esta proporción  $10/40 = 16/X$  es:

- a) 34                      b) 48                      c) 64                      d) 54

b. Si 25 metros de tela valen \$50.000 ¿cuánto valen 40 metros?

- a) \$40.000              b) \$50.000              c) \$80.000              d) \$ 90.000

c. Tres pintores pintan una casa en 15 días. ¿Cuántos pintores harán el mismo trabajo en 9 días?

- a) 5                      b) 2                      c) 6                      d) 8

d. Un ciclista recorre 35 Km. En una hora, a la misma velocidad. ¿En cuántas horas recorrerá 175 Km.?

- a) 92 hrs.              b) 5 hrs.              c) 2 hrs.              d) 7 hrs.

e. Seis trabajadores construyen un camino en 30 días. ¿cuántos días se demoran 18 trabajadores en hacer el mismo camino?

- a) 10 días              b) 90 días              c) 108 días              d) 3 días

f. En un criadero de aves, una tonelada de alimento dura 10 días con una ración diaria de 180 gr. Si la ración diaria fuera de 120 gr. ¿para cuántos días duraría este alimento?

- a) 18 días              b) 15 días              c) 6 días              d) 7 días

8. Ejercicios, en cada uno debes escribir el procedimiento para llegar al resultado:

- a) La suma de dos números es 91 y están en la razón 4 : 3. Calcula el valor de cada número.
- b) La diferencia entre el peso de dos vehículos es 120 kilos y están en la razón 7 : 4. calcula el peso de cada vehículo.
- c) Las edades de Ana y Julia están en la razón 3 : 2. ¿Qué edad tiene cada una, si la suma de sus edades es 80 años?
- d) El perímetro de un rectángulo es 128 cm. y la razón entre la medida de sus lados es 5 : 3. ¿Cuál es el valor de sus dos bases y sus dos alturas?
- e) Dos amigos deben repartirse \$27.000 en la razón 5 : 4. ¿Cuánto dinero recibe cada uno?

- f) El dinero de dos personas están en la razón 12 : 7 y una de ellas tiene \$ 850 más que la otra. ¿Cuánto dinero tiene cada una?
- g) Tres metros de género valen \$ 800. ¿Cuánto valen ocho metros del mismo género?
- h) Seis obreros cavan en tres horas una zanja de 20 m. de longitud. ¿Cuántos metros cavarán, en el mismo tiempo, 42 obreros trabajando en las mismas condiciones?
- i) Si una persona de 1,75 m. de altura proyecta una sombra de 1,25 m. de longitud, calcula la altura de un árbol que, en el mismo instante, proyecta una sombra de 12 m.
- j) Con mi dinero puedo comprar 20 dulces a \$20 cada uno. Si suben a \$ 25, ¿cuántos podré comprar?
- k) Si 25 telares producen cierta cantidad de tela en 120 horas. ¿Cuántas horas demorar 60 telares iguales en producir la misma cantidad de tela?
- l) La rapidez de un automóvil es de 70 Km/hr y demora 5 horas en recorrer cierta distancia. ¿Cuántas horas demorará, en recorrer la misma distancia, otro automóvil con una rapidez de 80 Km/hr?
- m) Si 30 máquinas tejen 2.000 m. de tela en 20 días. ¿Cuántas máquinas iguales a las anteriores serán necesarias para producir los mismos 2.000 m. de tela en 14 días?
- n) Un depósito de 500 litros de capacidad es llenado por un grifo a razón de 5 litros por segundo en 12 horas. ¿Cuánto tiempo tardaría en llenarse el mismo depósito de 500 litros por un grifo a razón de 8 litros por segundo?

9. Encuentra el valor que hace falta en el espacio para que exista la proporción

$$\frac{2}{3} = \frac{\quad}{6}$$

$$\frac{4}{5} = \frac{12}{\quad}$$

$$\frac{1}{9} = \frac{\quad}{27}$$

$$\frac{10}{13} = \frac{\quad}{39}$$

$$\frac{4}{11} = \frac{32}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{12}{\quad} = \frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{\quad}{36}$$

$$\frac{12}{15} = \frac{\quad}{30}$$

$$\frac{16}{\quad} = \frac{4}{11}$$

$$\frac{\quad}{28} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{15}{\quad} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{\quad} = \frac{27}{63}$$

$$\frac{8}{9} = \frac{\quad}{36}$$

$$\frac{5}{\quad} = \frac{25}{30}$$

$$\frac{8}{11} = \frac{\quad}{66}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{\quad}{32}$$

$$\frac{9}{7} = \frac{27}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{4} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{\quad}{24} = \frac{2}{3}$$

*Todo se mueve a voluntad de Dios, pero son las matemáticas quienes rigen su movimiento*