

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA : MATEMÁTICAS				
	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS				
	DOCENTE: JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO				
	TIPO DE GUIA: Conceptual y ejercitación				
	PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
3	11	10	Octubre 2 de 2023	5 períodos	

INDICADORES DE DESEMPEÑO

1. Determina continuidad o discontinuidad de una función en un punto dado, para hacer uso de los límites laterales.
2. Participa activa y asertivamente en el desarrollo de las actividades programadas por el profesor y en las guías.

¿QUÉ VOY A APRENDER?

CONTINUIDAD PUNTUAL DE UNA FUNCIÓN REAL

Después de haber estudiado la teoría de los límites y de haber analizado los procesos que se deben seguir para calcularlos en una función determinada, entras ahora al estudio de la continuidad haciendo uso de los límites laterales.

“Durante mucho tiempo, en matemáticas se estudiaron fenómenos que no implicaban cambios repentinos, es decir, fenómenos continuos. En 1968 el matemático francés Rene Thom propuso los fundamentos de una rama de las matemáticas llamada teoría de catástrofes. La teoría de catástrofes intenta proponer expresiones matemáticas discontinuas, a partir de las cuales sea posible estudiar los fenómenos de la naturaleza.

Un ejemplo relacionado con estos fenómenos de discontinuidad se presenta al prender y apagar un bombillo. Así, se presenta con el valor 1 el instante en que el bombillo está prendido y 0 cuando está apagado; la gráfica que describe períodos de tiempo en los que el bombillo está prendido o apagado será una función discontinua”.

Así mismo existen otras circunstancias en nuestra cotidianidad en las que necesitamos hablar de continuidad o de discontinuidad, como el caso de una carretera que en determinado punto de su trayectoria se vuelve discontinua debido a la existencia de un hueco (por ejemplo) en ella.

Muchos de estos fenómenos que se pueden presentar en las diferentes ramas de la ciencia se pueden modelar ó expresar mediante una función real de la cuál debemos saber si presenta discontinuidades bajo algunas condiciones dadas.

Por esto se ha visto la necesidad de realizar el estudio de la continuidad de una función real y con la presente guía realizaremos un estudio elemental pero básico de ella para ser aplicado posteriormente en sus carreras universitarias. ¡Adelante pues que falta muy poco para alcanzar la meta!

LO QUE ESTOY APRENDIENDO

DEFINICIÓN:

Una función $Y = f(x)$ es continua en un número real sí:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

Esto quiere decir que una función es continua en un valor dado si existe el límite en dicho valor y este límite coincide con el valor que toma la función en ese punto.

Esta definición implica que para $f(x)$ ser continua en un número dado **a**, o sea continua en **$x = a$** , se deben cumplir las tres condiciones siguientes al mismo tiempo:

i) **Que $f(a)$ exista**, es decir, que en $x = a$ la función debe estar definida. Esto quiere decir que debe existir una función real en donde x pueda tomar el valor de a y que dicha función exista en $x = a$ (que al reemplazar a x en dicha función por el valor **a** dado, el resultado sea un número real). **Aquí no se factoriza**, solo se reemplaza.

ii) **Que $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ exista**; esto implica que los límites laterales de la función $f(x)$ cuando x

se aproxima al número **a** tanto por la derecha como por la izquierda deben existir y tienen que ser iguales. Aquí si se factoriza cuando haya la indeterminación $0/0$.

iii) Que el resultado obtenido en i) sea igual al resultado obtenido en ii). Esto quiere decir que el resultado obtenido de $f(a)$ debe ser igual al $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$

Si alguna de las tres condiciones anteriores no se cumple se dice que la función es discontinua en $x = a$.

♠ ALGUNAS NOTAS BIEN IMPORTANTES SOBRE CONTINUIDAD.

1. Toda función polinómica siempre es continua.
2. Una función racional será discontinua en aquellos valores que anulen su denominador, en todos los demás valores será continua.

OBSERVACIÓN IMPORTANTE: Cuando nos den una función por tramos y no nos especifiquen en qué valores debemos analizar la continuidad o discontinuidad, siempre la analizaremos en los extremos de los intervalos que nos dan como condiciones.

- **CLASES DE DISCONTINUIDAD:** Existen dos tipos de discontinuidad puntual: Removable (o evitable) y no removable (o esencial).

- **Discontinuidad removible o evitable:** Se da este tipo de discontinuidad cuando se cumple la condición ii) pero falla la condición i) o la iii), es decir, debe existir el $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$. En este caso se puede volver continua redefiniendo a $f(a)$ así:

$$f(a) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$
- **Discontinuidad no removible o esencial:** Ocurre este tipo de discontinuidad cuando no se cumple la condición II, es decir, no existe el límite. En este caso de ninguna manera se puede volver continua.

APLICO LO QUE APRENDÍ.

ACTIVIDADES

1. VIENE MI PROFE CON SU APORTE...

PARTE A: Analiza la continuidad (decir si es continua o discontinua) de las siguientes funciones en cada uno de los valores dados:

$$1. f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & ; x \leq -1 \\ x - 4 & ; x > -1 \end{cases} \quad \text{En } x = -1$$

$$2. g(x) = \begin{cases} \frac{3}{x-2} & ; x \leq 3 \\ \frac{3x}{2x-3} & ; x > 3 \end{cases} \quad \text{En } x = 3$$

$$3. h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 4x - 5} & ; x < 1 \\ 1/3 & ; x = 1 \\ \frac{x-1}{x^3 - 1} & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{En } x = 1$$

$$4. f(x) = \begin{cases} 2 & ; x \leq 0 \\ \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 2x} & ; 0 < x < 2 \\ 6 - x & ; 2 \leq x \leq 5 \\ \frac{x^2 - 9x + 20}{x - 5} & ; x > 5 \end{cases} \quad \text{En a. } x = 0 \quad \text{b. } x = 2 \quad \text{c. } x = 5$$

PARTE B: Para cada una de las funciones dadas a continuación, analiza si son continuas o discontinuas en los valores indicados; en caso de ser discontinua en algún valor dí qué tipo de discontinuidad tiene.

$$1. f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x < 1 \\ 1 & \text{si } x = 1 \\ x + 2 & \text{si } x > 1 \end{cases} \quad \text{En } x = 1$$

$$2. f(x) = \begin{cases} 3 - x & ; x < 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{En } x = 1$$

$$3. g(x) = \begin{cases} 3 - x & ; x < 1 \\ \frac{x^2 - 1}{x - 1} & ; x \geq 1 \end{cases} \quad \text{En } x = 1$$

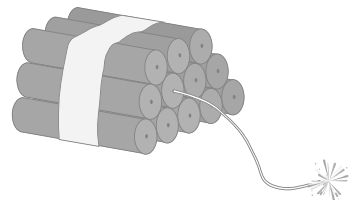
2. Y AHORA VIENE MI APORTE QUE ES BIEN IMPORTANTE...

Para cada una de las funciones dadas a continuación, analiza si son continuas o no en o en los valores dados, y en caso de ser discontinua en alguno de ellos decir qué tipo de discontinuidad es.

$$1. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4}{x + 2} & ; x < -2 \\ 3x^2 - 16 & ; x \geq -2 \end{cases} \quad \text{En } x = -2$$

$$2. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x^2 - 1}, & \text{si } x \leq 0 \\ \frac{x}{x^2 - 1}, & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad \text{En } x = 0$$

ENCUENTRA
MI
CHISPA



$$3. \quad g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3} & ; x < -3 \\ 3x + 3 & ; -3 \leq x \leq 1 \\ \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - x} & ; x > 1 \end{cases} \quad \text{En } x = -3 \text{ y en } x = 1$$

4. En qué valor es discontinua la función: $f(x) = \frac{x^2 - x - 6}{x - 3}$

RESPUESTAS:

Continuas: Las funciones 1, 2, 3.

La función 4 discontinua en $x = 3$.

***“LA FÉ VE LO INVISIBLE, CREE LO INCREIBLE
Y RECIBE LO IMPOSSIBLE”***