

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		MATEMÁTICAS		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		DE APRENDIZAJE		
	PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
	2	11	7	Mayo 8 de 2023	5 UNIDADES

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Determina el dominio de funciones reales, para aplicarlo en el análisis de gráficas.
- Realiza correctamente las actividades y consultas que se proponen.

DOMINIO DE FUNCIONES REALES

LO QUE VOY A APRENDER...

En la guía # 6 iniciamos el estudio de la función real, características y operaciones entre ellas. Vamos con esta guía # 7 a trabajar otro temita muy interesante como lo es el dominio de funciones reales que en tus cursos posteriores de universidad te servirá de base para aplicarlos.

Ten en cuenta que **EL DOMINIO** de una función real es el conjunto formado por los todos los valores que puede tomar la **variable independiente X** para que la **variable dependiente o función Y** exista en dichos valores, es decir, tome el valor de un número real.

* Así por ejemplo, en la expresión: $y = f(x) = 2x^3 - x^2 + 2$ (**función polinómica**), a la variable x le podemos dar el valor de cualquier número real que queramos y siempre al reemplazarlo en $y = f(x)$ vamos también a obtener un número real; esto significa que el **Dominio = R** (porque x puede tomar cualquier valor real).

* Así mismo en la función: $y = \frac{2x^2 - 5x - 7}{x^2 - 4}$ (**función racional**),

el denominador no puede ser cero porque no existiría la función **Y**. Si observamos el denominador, cuando $x = 2$ o cuando $x = -2$ este denominador se anula, pero para cualquier otro valor que se le dé a la variable X siempre se va a obtener un valor real de y , es decir, en esta función racional la variable x no puede tomar ni el valor de -2 ni de 2 pero de resto puede dársele cualquier otro valor y la función Y existe; esto significa que:

$$\text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-2, 2\}.$$

* De igual manera, si tenemos la función $Y = \sqrt{x - 4}$ (**función irracional**), sabemos que una raíz par

no existe si la cantidad subradical es negativa; por lo tanto en este caso para que Y exista la cantidad subradical $x - 4$ debe ser mayor o igual que cero, es decir: $x - 4 \geq 0$. Despejando a x nos queda $x \geq 4$; esto significa que: **Dominio = $[4, +\infty)$** , es decir **el dominio es la solución de dicha inecuación.**

TEN PRESENTE QUE: Para hallar el dominio la variable Y debe estar despejada en la forma: $Y = f(x)$.

LO QUE ESTOY APRENDIENDO...

CASOS BÁSICOS PARA HALLAR EL DOMINIO DE UNA FUNCIÓN REAL.

Con base en lo analizado anteriormente tenemos que para hallar el dominio bien sea de una relación o de una función real necesito primero que todo **despejar completamente a Y** en términos de X ($Y = f(X)$) y luego analizar los siguientes casos de dominio:

CASO 1: Si la función dada es polinómica (función que no tienen x en ningún denominador ni dentro de ninguna raíz y los exponentes de la variable son números enteros positivos), su dominio son todos los números reales, es decir,

$$D_m = R = (-\infty, +\infty)$$

Aquí no hay que realizar ningún proceso, sólo decir que el dominio son todos los números reales.

Ejemplo: Si $y = 3x^2 - 5x + 4$, entonces el **dominio son todos los reales** porque es una función polinómica (ver definición anterior de función polinómica).

CASO 2: Si la función dada es racional (sin X dentro de raíces pero sí con X en el denominador y sus exponentes son números enteros positivos), para hallar el dominio es necesario igualar el denominador a cero, luego resolver la ecuación que resulta y despejar a X.

De aquí el dominio serán todos los números reales sin incluir los valores hallados de X en el denominador, es decir,

$$D_m = R - \{\text{valores despejados de X en el denominador}\}$$

Ejemplo: $y = \frac{3x - 5}{x^2 + 4x - 5}$. Esta es una función racional porque no aparece la variable x dentro

de ninguna raíz, pero sí aparece la variable en el denominador y sus exponentes son números enteros positivos. En este caso para hallar el dominio se debe igualar el denominador a cero, resolver la ecuación que resulte y hallar el valor (o valores) de la variable X, así:

$x^2 + 4x - 5 = 0$, resuelvo la ecuación que en este caso es cuadrática y la puedo factorizar:

$(x + 5)(x - 1) = 0$, luego $x = -5$ o $x = 1$.

De aquí podemos concluir que el dominio de la función dada es: **$D_m = R - \{-5, 1\}$** .

CASO 3: Si la función dada es irracional (con X dentro de una raíz), se debe tener en cuenta lo siguiente:

1. Si la raíz está como numerador y su índice es impar, no hay ningún problema y el dominio son todos los reales (R).

Así: Si $Y = \sqrt[n]{f(x)}$, entonces: $D_m = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$

2. Si la raíz está como denominador y su índice es impar, se debe igualar a cero la cantidad subradical (lo que hay dentro de la raíz), resolver la ecuación resultante y hallar el (o valores) de la variable X y el dominio estará formado por todos los reales excepto los valores hallados de X al igualar la cantidad subradical a cero.

Así: Si $Y = \frac{\text{Numerador}}{\sqrt[n]{f(x)}}$, entonces: $f(x) = 0$, despejamos a x de esta ecuación y

$$D_m = \mathbb{R} - \{\text{valores despejados de X en el denominador}\}$$

3. Si la raíz está como numerador y su índice es par, debemos buscar los valores de X para los cuales la cantidad subradical es mayor o igual a cero, se soluciona la inecuación resultante y el dominio de la función dada inicialmente será la solución de la inecuación que resultó.

Así: Si $Y = \sqrt[n]{f(x)}$, entonces: $D_m = \text{Solución de la inecuación } f(x) \geq 0$.

4. Si la raíz está como denominador y su índice es par debo buscar sólo los valores que hacen que la cantidad subradical sea mayor que cero.

Así: Si $Y = \frac{\text{Numerador}}{\sqrt[n]{f(x)}}$, entonces: $D_m = \text{Solución de la inecuación}$

APLICO LO QUE APRENDÍ...

- **PARTE A:** Determina el dominio de cada una de las siguientes funciones:

1 $f(x) = x^2 - 5x + 6$ $D = \mathbb{R}$ (Polinómica)

2 $f(x) = \frac{x^2 - 25}{5}$ $D = \mathbb{R}$ (Polinómica)

3 $f(x) = \frac{3}{2}x^4 - \sqrt{5}x^2 + 7$ $D = \mathbb{R}$ (Polinómica)

4. $f(x) = \frac{2x-5}{x^2-5x+6}$ (Racional)

Solución:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \quad \text{Tenemos que igualar el denominador a cero y resolver la ecuación cuadrática.}$$

$$(x-3)(x-2) = 0$$

$$x-3 = 0 \quad \text{o} \quad x-2 = 0$$

$$x = 3 \quad \text{o} \quad x = 2$$

$$D = \mathbb{R} - \{2, 3\} \quad \text{Este es el dominio.}$$

5. $f(x) = x + \frac{1}{2x-3}$ (Racional)

Solución:

$$2x - 3 = 0 \quad \text{Tenemos que igualar el denominador a cero y resolver la ecuación lineal.}$$

$$2x = 3$$

$$x = 3/2$$

$$D = \mathbb{R} - \{3/2\} \quad \text{Este es el dominio.}$$

6. $x^2y - 5y - 3x + 1 = 0$

Solución: Primero es necesario despejar completamente a Y:

$$\begin{aligned} x^2y - 5y - 3x + 1 &= 0 \rightarrow x^2y - 5y = 3x - 1 \rightarrow y(x^2 - 5) = 3x - 1 \rightarrow y = \frac{3x-1}{x^2-5} \\ \text{Función racional! } x^2 - 5 &= 0 \rightarrow (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) = 0 \rightarrow x+\sqrt{5} = 0 \rightarrow x = -\sqrt{5} \\ &\quad \rightarrow x-\sqrt{5} = 0 \rightarrow x = \sqrt{5} \\ D_m &= \mathbb{R} - \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\} \end{aligned}$$

- **PARTE B:** Determina el dominio de cada una de las siguientes **funciones irracionales**:

1. $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 5x + 6}$ $D = \mathbb{R}$ (Irracional con raíz de índice impar en el numerador).

2. $f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt[3]{x^2-5x+6}}$ (Irracional con raíz de índice impar en el denominador).

Solución:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x - 3)(x - 2) = 0 \rightarrow x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x - 2 = 0 \rightarrow x = 3 \quad \text{o} \quad x = 2$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{D = R - \{2, 3\}}$$

3. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x^2 - 5x + 6}}$ (Irracional con raíz de índice impar en el denominador). Acá con el numerador no hay inconveniente.

Solución:

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow (x - 3)(x - 2) = 0 \rightarrow x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x - 2 = 0 \rightarrow x = 3 \quad \text{o} \quad x = 2$$

$$\rightarrow \quad \mathbf{D = R - \{2, 3\}}$$

4. $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ (Irracional con raíz de índice par en el numerador)

Solución:

$$x^2 - 5x + 6 \geq 0 \rightarrow (x - 3)(x - 2) \geq 0 \rightarrow x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x - 2 = 0 \rightarrow x = 3 \quad \text{o} \quad x = 2$$



5. $f(x) = \sqrt[4]{x^2 - 5x - 14}$ (Irracional con raíz de índice par en el numerador)

Solución: En clase lo solucionará mi profe.

6. $f(x) = \frac{3x + 5}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}$ (Irracional con raíz de índice par en el denominador)

Solución:

$$x^2 - 5x + 6 > 0 \rightarrow (x - 3)(x - 2) > 0 \rightarrow x - 3 = 0 \quad \text{o} \quad x - 2 = 0 \rightarrow x = 3 \quad \text{o} \quad x = 2$$



$$\underline{D = (-\infty, 2) \cup (3, \infty)}$$

7. $f(x) = \sqrt{\frac{x+4}{x^2-5x+6}}$ (Irracional con una única raíz de índice par)

Solución: En clase la solucionará mi profe.

ACTIVIDAD PARA MI EJERCITACIÓN EN CASITA .

1. Hallo el dominio de:

a. $f(x) = 3x - 1$

b. $f(x) = x^2 - 3$

c. $f(x) = \frac{1}{x-7}$

d. $y = \frac{5x+4}{3x-9}$

e. $y = \frac{5}{x} - 3x^2 + \frac{2x-1}{x^2-4}$

f. $f(x) = \frac{3x-2}{3x^3-2x^2-x}$



RESPUESTAS: a. $\mathbb{R}$ b. $D_m = \mathbb{R}$ c. $\mathbb{R} - \{7\}$ d. $\mathbb{R} - \{3\}$ e. $\mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$ f. $\mathbb{R} - \{-1/3, 0, 1\}$

2. Determino el dominio de las siguientes funciones:

a. $y = \sqrt[3]{x^2-3x-4}$

b. $f(x) = \sqrt{x^2-2}$

c. $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-3x-18}}$

d. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{x-5}}$

e. $y = \frac{1}{\sqrt{x+3}}$

f. $y = \sqrt{x^2-3x+2}$

g. $x^2y - 3 = 4y + x$

h. $f(x) = \sqrt[3]{\frac{3x+2}{x+1}}$

i. $f(x) = \sqrt{\frac{3x+2}{x+1}}$

RESPUESTAS:

a. $\mathbb{R}$ b. $(-\infty, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, +\infty)$ c. $(-\infty, -3) \cup (6, +\infty)$

d. $\mathbb{R} - \{5\}$ e. $(-3, +\infty)$ f. $(-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$ g. $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$

h. $\mathbb{R} - \{1\}$ i. $(-\infty, -1) \cup [-2/3, +\infty)$

“Defiende tu derecho a pensar, incluso pensar de manera errónea es mejor que no pensar”