

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		GEOMETRÍA		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		DE APRENDIZAJE		
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION	
2	10°	5	JULIO 24 DE 2023	4 UNIDADES	

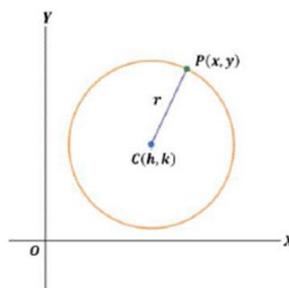
INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ✓ Emplea algunos parámetros dados de la circunferencia para obtener su ecuación canónica en ejercicios prácticos.
- ✓ Muestra interés y buena actitud al realizar oportuna y correctamente las actividades y consultas que se le asignan.

¿QUÉ VOY A APRENDER?...

LA CIRCUNFERENCIA: Ecuación canónica

- ★ **DEFINICIÓN:** Es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que su distancia a un punto fijo (**llamado centro y que se nombra (h, k)**) es siempre la misma, es decir, todos los puntos de la circunferencia están a la misma distancia del centro (**esta distancia se llama radio y se nombra con la letra r**). Esto quiere decir que todos los puntos de la circunferencia **equidistan** del centro.



★ ECUACIÓN CANÓNICA U ORDINARIA DE LA CIRCUNFERENCIA:

Dado el centro (h, k) y el radio (r) de una circunferencia su ecuación canónica, estándar u ordinaria está dada por la expresión:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Si el centro de la circunferencia es (0, 0) (origen de coordenadas: h = 0 y k = 0), su ecuación será:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

OBSERVACIÓN IMPORTANTE: Siempre que conozcamos la ecuación canónica de la circunferencia, podemos obtener directamente las coordenadas del centro y la medida del radio, así: **el valor de la h** del centro es el número que suma o resta con **x** pero **con signo contrario**; **el valor de la k** es el número que suma o resta con **y** pero **con signo contrario**. El valor del radio será la raíz cuadrada del número que hay después del igual.

Vamos a trabajar la circunferencia desde las dos situaciones siguientes:

1. Dada su ecuación canónica hallar sus elementos o algunos parámetros de ella como el centro, radio, diámetro, área del círculo formado, longitud de la circunferencia.
2. Dados algunos parámetros o condiciones hallar su ecuación canónica.

Veamos un ejemplo de la primera situación:

Determina el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 36$$

Solución

Observamos que la ecuación es de la forma $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$, donde

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 36 \text{ se puede reescribir así: } (x - 5)^2 + (y - (-3))^2 = 36$$

Entonces $h = 5, k = -3$ y $r^2 = 36$, luego $r = \sqrt{36} = 6$

Por lo tanto el centro es el punto C (5, - 3) y el radio es $r = 6$.

¿QUÉ ESTOY APRENDIENDO?...

MI PROFE ME ORIENTA, y te puedes apoyar en el siguiente video del profe ALEX: <https://www.youtube.com/watch?v=jk9V5OkJIAg>

Observa con mucha atención las siguientes ecuaciones y analiza la forma como tu profesor encuentra las coordenadas del centro de cada una de ellas, así como el valor de la longitud de la circunferencia y del área del círculo que se forma.

- a. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 144$
- b. $(2x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$
- c. $(x + 3/2)^2 + (y - 4/5)^2 = 3$



NOTAS DE INTERÉS:

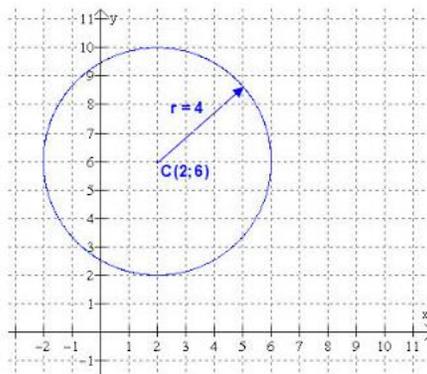
1. El diámetro de una circunferencia es el doble del radio.
2. El centro de una circunferencia es el punto medio de los extremos de un diámetro.
3. Una recta es tangente a una circunferencia cuando la toca en un solo punto.
4. El radio siempre es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
5. Dos circunferencias son concéntricas cuando tienen el mismo centro.
6. **Dada la ecuación canónica de una circunferencia y un punto cualquiera se puede presentar uno de los siguientes casos:**
 - a. Que el punto esté en la circunferencia: En este caso si se reemplaza a x y a y en la ecuación de la circunferencia por el punto se debe cumplir la igualdad.
 - b. Que el punto esté exterior a la circunferencia: En este caso si se reemplaza a x y a y en la ecuación de la circunferencia por el punto el resultado debe ser mayor que r^2 .
 - c. Que el punto esté interior a la circunferencia: En este caso si se reemplaza a x y a y en la ecuación de la circunferencia por el punto el resultado debe ser menor que r^2 .

Veamos ahora cómo se halla la ecuación canónica cuando nos dan algunos parámetros o condiciones, analizando cada uno de los siguientes ejercicios que solucionará mi profe en la clase:

- Cuando conocemos el centro y el radio o el diámetro para hallar la ecuación:

Ejemplo 1.

Encuentra la ecuación canónica de la circunferencia mostrada en la gráfica:



Solución: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Aquí: $h = 2$, $k = 6$, $r = 4$

Luego la ecuación es: $(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$

Ejemplo 2.

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto $(0, -3/2)$ y cuyo diámetro mide $4\sqrt{3}$.

Solución: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Aquí: $h = 0$, $k = -3/2$, $d = 4\sqrt{3}$ $\rightarrow r = d/2 \rightarrow r = \frac{4\sqrt{3}}{2} \rightarrow r = 2\sqrt{3}$

$$(x - 0)^2 + (y + 3/2)^2 = (2\sqrt{3})^2$$

Luego la ecuación es: $x^2 + (y + 3/2)^2 = 12$

- Cuando conocemos el centro y un punto por donde pasa la circunferencia

Ejemplo 3:

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro $C(4,-1)$ y que pasa por el punto $P(-1,3)$
 h, k x, y

Solución: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$$(-1 - 4)^2 + (3 + 1)^2 = r^2$$

$$(-5)^2 + (4)^2 = r^2$$

$$41 = r^2$$

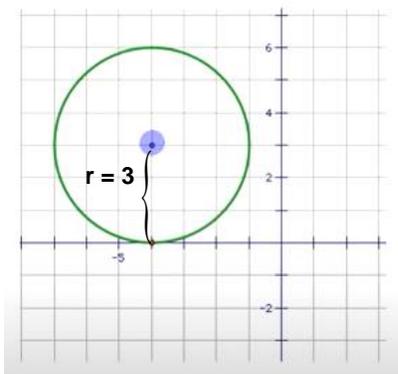
Luego la ecuación es: $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 41$

- Cuando conocemos el centro y que es tangente a uno de los ejes coordenados (x o y).

Ejemplo 4:

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro en $(-4, 3)$ y tangente al eje x .

Solución:



Observemos que $r = |k| \rightarrow r = |3| \rightarrow r = 3$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

El centro es: $(-4, 3)$

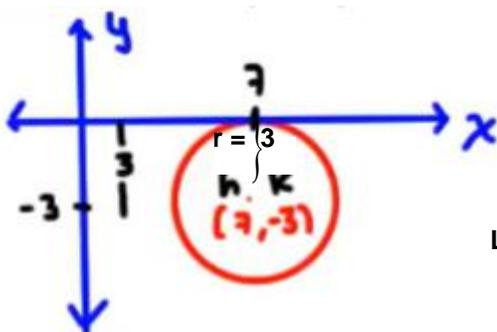
Entonces: $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

Luego la ecuación es: $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$

Ejemplo 5:

Encuentre la ecuación de la circunferencia con centro $(7, -3)$, la cual es tangente al eje x .

Solución:



Obtenemos que $r = |k| \rightarrow r = |-3| \rightarrow r = 3$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

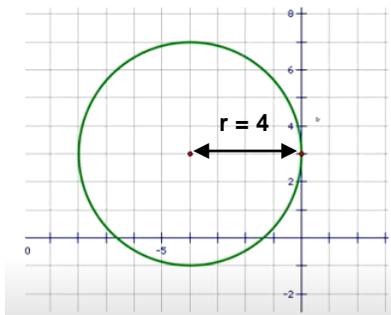
Entonces: $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$

Luego la ecuación es: $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 9$

Ejemplo 6:

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro en $(-4, 3)$ y tangente al eje y .

Solución:



Observemos que $r = |h| \rightarrow r = |-4| \rightarrow r = 4$

El centro es $(-4, 3)$

Entonces: $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 4^2$

Luego la ecuación es: $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$

CONCLUSIONES IMPORTANTES:

1. Cuando una circunferencia sea tangente al eje X el radio es: $r = |k|$
2. Cuando una circunferencia sea tangente al eje Y el radio es: $r = |h|$

¿QUÉ APRENDÍ?...

PARA RESOLVER YO SOLITA EN LA CASA COMO PRÁCTICA DE LO VIERTO EN CLASE:

- a. Determino si el punto M (- 2, - 3) es exterior, interior o está en la circunferencia cuya ecuación es $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$.
- b. Encuentro la ecuación canónica de la circunferencia cuyo centro es el punto N (3, - 5) y su radio es $\sqrt{13}$
- c. Hallo el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es: $(x - 8)^2 + (y - 2)^2 = 9$; determino también el área del círculo y la longitud de su circunferencia.
- d. Determino la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto P (- 2, 3) y cuyo centro es el punto C (3, - 5).
- e. Hallo la ecuación de la circunferencia que es tangente al **eje y** y que tiene como centro el punto C (5, 2).
- f. Hallo la ecuación canónica de la circunferencia cuyo centro es el punto (- 2, - 4) y que es tangente al eje x.
- g. Su centro es el punto C (- 2, - 1) y es tangente al eje x.
- h. Su centro es el punto C (- 3, - 2) y es tangente al eje y.

RESPUESTAS A ESTOS EJERCICIOS:

- a. Es exterior (por qué?).
- b. $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 13$
- c. C(8, 2), $r = 3$, $A = 9\pi u^2$, $L = 6\pi u$
- d. $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 89$
- e. $(x - 5)^2 + (y - 2)^2 = 25$
- f. $(x + 2)^2 + (y + 4)^2 = 16$
- g. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$
- h. $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 9$

MI TAREÍTA

- Cuando conocemos dos puntos como extremos de un diámetro.

Observa y analiza cuidadosamente los dos videos siguientes. Te recomiendo que tomes nota en tu cuaderno del ejercicio desarrollado en cada video por cada profesor.

<https://www.youtube.com/watch?v=Spr3-obdqos>

<https://www.youtube.com/watch?v=3LftdENd-II>



MI TAREÍTA ES LA SIGUIENTE:

CON BASE EN ESTOS DOS VIDEOS VISTOS SOLUCIONO LA SIGUIENTE SITUACIÓN:

Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos: D (- 2, 3) y C (- 4, 1).

Determino:

1. Las coordenadas de su centro.
2. La medida de su radio.
3. Su ecuación canónica.
4. Su ecuación general.
5. Hago la gráfica exacta de la circunferencia.

Lo puedo realizar y entregar con otras dos compañeritas.

En clase mi profe me dirá la fecha de entrega.

"No compares tu vida con la de otros,
no hay comparación entre el sol y la luna...
Ambos brillan cuando es su momento".