


INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN					
	NOMBRE ALUMNA:				
	ÁREA / ASIGNATURA: Matemáticas				
	DOCENTE: ÉDISON MEJÍA MONSALVE				
	PERIODO	TIPO GUÍA	GRADO	Nº	FECHA
I	APRENDIZAJE	10º	2	24/01/2023	

### INDICADORES DE DESEMPEÑO:

- hallar su valor numérico aplicando las razones trigonométricas en los triángulos rectángulos.
- Identifica las operaciones entre fracciones que deben aplicarse en el cálculo del valor numérico de expresiones aritméticas dadas.
- Utiliza las razones trigonométricas en la resolución de triángulos rectángulos.

## LA TRIGONOMETRÍA y su objeto de estudio

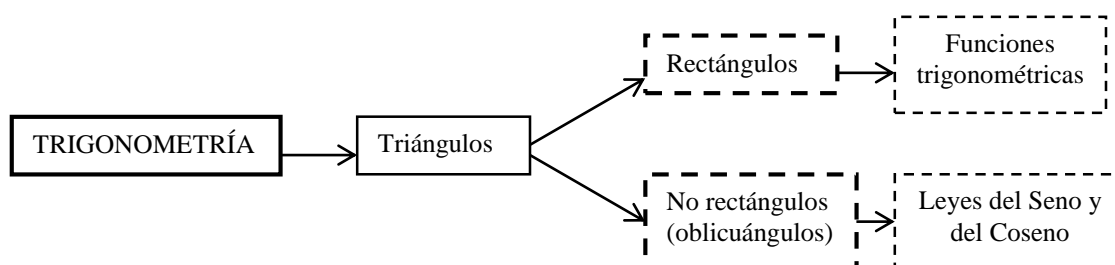
Ahora que inicias tu décimo grado debes tomar conciencia que tu nivel de responsabilidad debe ser mayor para que así puedas alcanzar sin dificultad tus metas. Además, todo conocimiento nuevo que adquieras debe ser un **conocimiento activo**, un conocimiento que puedas aplicar. Por ello en este curso es de gran importancia que aprendas a manejar la trigonometría ya que en él te vas a dar cuenta de la serie de aplicaciones que tiene y que en tu vida cotidiana de una u otra forma encontrarás situaciones y problemas que no pueden estar desligadas de ella.

La trigonometría y sus funciones trigonométricas se utilizan actualmente en varias ramas de la física como en electromagnetismo, mecánica, termodinámica, aviación, navegación, ingeniería civil, astronomía, entre otras; así como para describir y analizar fenómenos periódicos como mareas, ondas sonoras y fenómenos eléctricos, entre otros. Durante su estudio encontrarás variedad de fórmulas nuevas que aprenderás a **manejar, desarrollar y aplicar** de una manera sencilla con tu esfuerzo y dedicación.



Ten presente que no logras nada si solo te limitas a memorizar y memorizar fórmulas como si fueras una máquina; eres una persona, un ser humano dotado de inteligencia, un ser humano con **capacidad de análisis y raciocinio**, con capacidad de adquirir y desarrollar tus **competencias**, con capacidad de enfrentarte a diferentes problemas y situaciones, con capacidad de **interpretarlos**, de **proponer** tus propias soluciones y con capacidad de **justificarlas**. De esta forma podrás ir desarrollando tu pensamiento lógico - matemático y de ir ubicando situaciones dentro de un contexto.

Queda abierta mi invitación para que con mucha responsabilidad, interés, entusiasmo y pensando en tu propio beneficio me acompañes a que entremos juntos a explorar el maravilloso mundo matemático del grado décimo. ¡ADELANTE!



Como su nombre lo indica, **Trigonometría** es la parte de la geometría que se encarga de estudiar las relaciones existentes entre cada uno de los seis elementos de un triángulo (tres lados y tres ángulos) y sus aplicaciones en la vida práctica. Dichos triángulos pueden ser rectángulos o no rectángulos. Para su manejo requieres tener muy claras las operaciones básicas entre fraccionarios tanto racionales como irracionales, las cuales has venido repasando en clase con la asesoría de tu profesor.

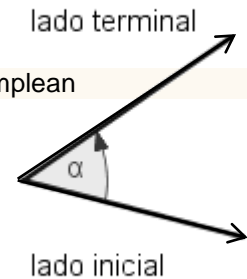
### Ahora sí, entremos en materia...

Para trabajar con los triángulos rectángulos empleamos las **funciones trigonométricas** que son seis: **SENO**(Sen), **TANGENTE** (Tan), **SECANTE** (Sec), **COSENO** (Cos), **COSECANTE** (Csc) y **COTANGENTE** (Cot ). Las tres últimas funciones reciben el nombre de **cofunciones**(porque se forman anteponiéndole a las tres primeras funciones el prefijo **co**).

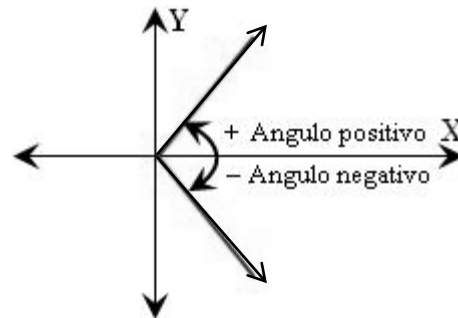
Para trabajar con los triángulos no rectángulos (oblicuángulos) se emplean

también las funciones trigonométricas pero haciendo uso de los teoremas del seno y del coseno que se trabajarán en el tercer período.

**ÁNGULO:** Es la abertura formada por el giro o rotación que se genera a partir de dos semirrectas (rayos) que concurren en un punto fijo llamado vértice. Al vértice rayo que permanece fijo se le llama **lado inicial** del ángulo (**L.I.**) y al rayo que gira se le llama **lado final** del ángulo (**L.F.**).



Cuando el giro se realiza en sentido contrario a las manecillas del reloj el ángulo que se forma es **positivo** y si se realiza en el mismo sentido es **negativo**.



Ten presente que los ángulos se nombran con letras mayúsculas ( A, B, C, D, ... ) o con las letras griegas como  $\alpha$  (Alpha),  $\beta$  (Betha ),  $\delta$  ( Deltha ),  $\phi$  ( Phi ),  $\theta$  ( Tetha ),  $\omega$  ( Omega ), entre otras.

### MEDIDAS DE ÁNGULOS:

Los ángulos se pueden medir en **grados** (sistema sexagesimal) o en **radianes**(sistema cíclico o circular); por tanto podemos por ejemplo decir que un ángulos mide  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  o  $5\pi$  radianes, etc.

Es así como un ángulo que está expresado en grados tú lo puedes expresaren radianes y viceversa; para ello debes tener en cuenta que:

$$2\pi \text{ radianes} = 360^\circ = 1 \text{ vuelta completa}$$

$$\text{ó}$$

$$\pi \text{ radianes} = 180^\circ = \text{media vuelta.}$$

## **ACTIVIDAD # 1.**

Recuerda entonces:

- Para convertir grados a radianes debes multiplicar los grados dados por  $\frac{\pi}{180}$ .
- Para convertir radianes a grados debes multiplicar los radianes dados por  $\frac{180}{\pi}$ .

Realiza los siguientes ejercicios tomados del libro Precálculo de James Stewart año 2001.

1. Determina la medida en radianes del ángulo con la medida dada en grados.  
a.  $40^\circ$       b.  $330^\circ$       c.  $72^\circ$       d.  $-30^\circ$       e.  $45^\circ$       f.  $-60^\circ$   
g.  $765^\circ$       h.  $-150^\circ$       i.  $36^\circ$
2. Determina la medida en grados del ángulo con la medida dada en radianes.  
a.  $3\pi/4$       b.  $-7\pi/2$       c.  $5\pi/6$       d.  $2\pi/9$       e.  $-\pi/12$       f.  $\pi/5$   
g.  $\pi/18$

### **ANGULOS EN SISTEMA SEXAGESIMAL**

La unidad de medida de **ángulos** del **sistema sexagesimal** es el grado ( $^\circ$ ), que es el resultado de dividir el **ángulo** llano en 180 partes iguales. Cada grado se divide en 60 minutos ( $'$ ) y, cada minuto, en 60 segundos ( $''$ ).

Para expresar ángulos en sus diferentes equivalencias, es necesario tener en cuenta que:  
 $1^\circ = 60'$ ,  $1' = 60''$ , por ende  $1^\circ = 3600''$

**Ejemplos:** Observe detalladamente los ejemplos que resolverá su profesor en clase.

## **ACTIVIDAD # 2.**

1. Exprese los siguientes ángulos en grados  
a.  $75^\circ 40' 22''$       b.  $115^\circ 80' 32''$       c.  $95^\circ 60' 125''$       d.  $200^\circ 159' 92''$
2. Exprese los siguientes ángulos en grados, minutos y segundos.  
a.  $175,42^\circ$       b.  $115, 832^\circ$       c.  $27, 651^\circ$       d.  $200, 312^\circ$

## RAZONES Ó RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

Recuerda que el teorema de Pitágoras dice que:

$$\text{Hipotenusa}^2 = \text{cateto}^2 + \text{el otro cateto}^2$$

De acuerdo al teorema de Pitágoras si conozco el valor de los dos catetos y falta la hipotenusa, ésta la obtengo así:

$$\text{Hipotenusa} = \sqrt{\text{cateto}^2 + \text{cateto}^2}$$

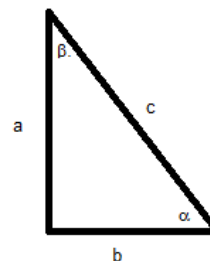
Y si conozco el valor de la hipotenusa y de uno de los catetos el valor del otro cateto lo puedo hallar así:

$$\text{Cateto} = \sqrt{\text{hipotenusa}^2 - \text{cateto}^2}$$

Sea  $\theta$  un ángulo agudo de un triángulo rectángulo cualquiera. Con base a las seis funciones trigonométricas mencionadas definimos para dicho ángulo las siguientes relaciones trigonométricas:

$\text{Sen}\theta = \text{cateto opuesto} / \text{hipotenusa}$	$= \text{c. op} / \text{hip}$
$\text{Cos}\theta = \text{cateto adyacente} / \text{hipotenusa}$	$= \text{c. ady} / \text{hip}$
$\text{Tan}\theta = \text{cateto opuesto} / \text{cateto adyacente}$	$= \text{c. op} / \text{c. ady}$
$\text{Cot}\theta = \text{cateto adyacente} / \text{cateto opuesto}$	$= \text{c. ady} / \text{c. op}$
$\text{Sec}\theta = \text{hipotenusa} / \text{cateto adyacente}$	$= \text{hip} / \text{c. ady}$
$\text{Csc}\theta = \text{hipotenusa} / \text{cateto opuesto}$	$= \text{hip} / \text{c. op}$

Es así como por ejemplo en el triángulo rectángulo mostrado los ángulos agudos son  $\alpha$  y  $\beta$ . Para el ángulo  $\alpha$  el cateto opuesto es **a** y el adyacente es **b** y para el ángulo  $\beta$  el cateto opuesto es **b** y el adyacente es **a**; la hipotenusa del triángulo es **c**.



De acuerdo a las relaciones trigonométricas dadas en el cuadro anterior obtenemos que:

$\text{Cos}\alpha = b / c$	$\text{Tan}\alpha = a / b$	$\text{Sen}\alpha = a / c$
$\text{Sec}\alpha = c / b$	$\text{Cot}\alpha = b / a$	$\text{Csc}\alpha = c / a$

De igual forma para el ángulo  $\beta$  las seis funciones trigonométricas son:

$\text{Cos}\beta = a / c$	$\text{Tan}\beta = b / a$	$\text{Sen}\beta = b / c$
$\text{Sec}\beta = c / a$	$\text{Cot}\beta = a / b$	$\text{Csc}\beta = c / b$

**IMPORTANTE:** Las seis relaciones trigonométricas dadas a conocer anteriormente, se utilizan únicamente para trabajar los ángulos agudos de un triángulo rectángulo; para trabajar el ángulo recto de dicho triángulo se emplean las definiciones circulares que trabajaremos próximamente.

## Pon a volar tu competencia interpretativa

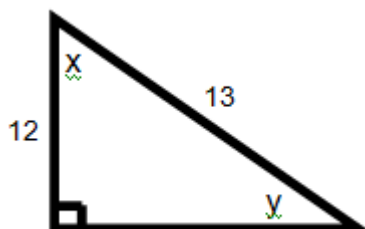
Si en un triángulo rectángulo los ángulos agudos son  $\phi$  y  $\theta$  y el cateto adyacente de  $\theta$  es 7 y el adyacente de  $\phi$  es 3. Calcula la hipotenusa de dicho triángulo y calcula las seis funciones trigonométricas para el ángulo  $\theta$  y las tres cofunciones para el ángulo  $\phi$ .

### **EJEMPLOS: OBSERVO Y ANALIZO.**

**Análisis** detenidamente la solución de los siguientes ejercicios que desarrollará mi profesor en la clase, teniendo en cuenta las razones trigonométricas y los ejercicios de fraccionarios y radicales que trabajé en las clases anteriores:

a. Dado el triángulo

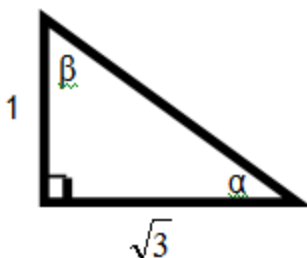
Verifica que:



$$\frac{6\sec^2 x + \tan y}{3\sec y - 10\cot^2 x} = -\frac{14729}{86736}$$

b. Del triángulo

Verifica que:



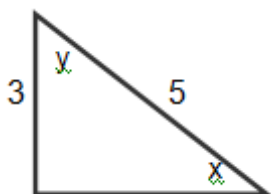
$$\frac{\cos^2 B + 2\tan \alpha}{\csc \beta} = \frac{\sqrt{3} + 8}{8}$$

c. Para el triángulo del numeral b anterior verifica que:

$$\frac{4\sec \alpha - 2\tan^2 \beta}{\cot^2 \alpha + \frac{1}{3}\sec^2 \beta} = -\frac{12}{13}$$

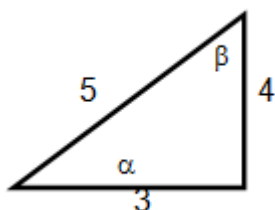
### **ACTIVIDAD # 3**

a. Dado el triángulo:



Verifico que:  $\text{sen}^2 x - 2\text{cos} x + \text{tan} y = 7 / 75$

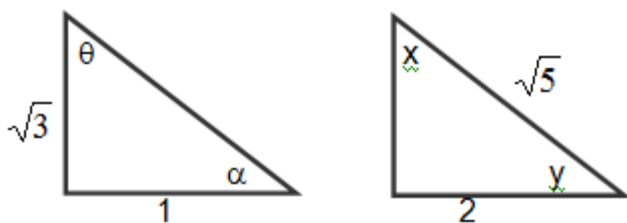
b. En el triángulo:



Compruebo que:

$$\frac{2 \cos \beta - 2 \csc \beta}{1 - \tan \alpha} = \frac{26}{5}$$

c. Dados los triángulos verifico que:



$$\frac{2 \csc x - 4 \cos^2 \theta}{3 \text{Sen} y} = \frac{5 - 3\sqrt{5}}{3}$$

d. Tomando los mismos triángulos del numeral anterior verifico que:

$$\frac{\cos^2 y - \cot \theta}{3 \csc x} = \frac{8\sqrt{5} - 10\sqrt{15}}{75}$$

*“ENTRE LAS DIFICULTADES SE ESCONDE  
LA OPORTUNIDAD”*

*ALBERT EINSTEIN*