

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		GEOMETRÍA		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		CONCEPTUAL - EJERCITACION		
	PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACION
3	10º	6	AGOSTO 28 DE 2023	3 UNIDADES	

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- ✓ Construye la ecuación canónica de la circunferencia y obtiene sus elementos a partir de su ecuación general.
- ✓ Participa activa y asertivamente en el desarrollo de las actividades programadas por el profesor y en las guías.

LO QUE VOY A APRENDER...

ECUACIÓN GENERAL DE LA CIRCUNFERENCIA

En clases anteriores ya habíamos estudiado la ecuación canónica de la circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

En dicha ecuación al resolver los productos notables, igualarla a cero, organizarla y reunir finalmente los términos semejantes, se obtiene otra forma de la ecuación de la circunferencia que recibe el nombre de **ECUACIÓN GENERAL**.

* Así, por ejemplo, si nos dan la ecuación canónica: $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 144$.

Resolviendo los productos notables y siguiendo el proceso anteriormente descrito obtenemos:

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 = 144 \rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 6y + 9 - 144 = 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + y^2 - 4x + 6y - 131 = 0 \text{ Esta es la ecuación general de la circunferencia dada.}$$

* Veamos otro ejemplo: Hallemos la ecuación de la circunferencia cuya ecuación canónica es: $(x + 3/2)^2 + (y - 4/5)^2 = 3$

$$x^2 + 2(x)\left(\frac{3}{2}\right) + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + y^2 - 2(y)\left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 3$$

Solución: $\rightarrow x^2 + 3x + \frac{9}{4} + y^2 - \frac{8y}{5} + \frac{16}{25} - 3 = 0$

$$\rightarrow \frac{500x^2 + 1500x + 1125 + 500y^2 - 800y + 320 - 1500}{500} = 0$$

$$\rightarrow 500x^2 + 1500x + 1125 + 500y^2 - 800y + 320 - 1500 = 0$$

$$\rightarrow 500x^2 + 500y^2 + 1500x - 800y - 155 = 0 \quad \text{simplificando todo por 5 obtenemos:}$$

$$\rightarrow 100x^2 + 100y^2 + 300x - 160y - 11 = 0 \quad \text{Ecuación general}$$

LO QUE ESTOY APRENDIENDO...

FORMA DE LA ECUACIÓN GENERAL:

La ecuación general de una circunferencia es de la forma: $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$.

La idea ahora es obtener la ecuación canónica a partir de la ecuación general:

EJEMPLO 1: Obtén la ecuación canónica de la circunferencia cuya ecuación general es:

$$x^2 + y^2 - 4x + 6y - 131 = 0$$

Solución:

$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 6y) = 131 \quad ; \quad \begin{matrix} x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \\ y^2 + by + \left(\frac{b}{2}\right)^2 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} \text{Trinomio} \\ \text{Cuadrado} \\ \text{perfecto} \end{array} \right.$$

$$\left(x^2 - 4x + \left(-\frac{4}{2}\right)^2\right) + \left(y^2 + 6y + \left(\frac{6}{2}\right)^2\right) = 131 + \left(-\frac{4}{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{2}\right)^2$$

$$\begin{matrix} (x^2 - 4x + 4) & + & (y^2 + 6y + 9) & = & 131 + 4 + 9 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ x & & y & & 3 \end{matrix}$$

$$\boxed{(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 144} \quad \text{Ecuación canónica}$$

EJEMPLO 2: Obtén la ecuación canónica de la circunferencia cuya ecuación general es:

$$100x^2 + 100y^2 + 300x - 160y - 11 = 0$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{100x^2}{100} + \frac{100y^2}{100} + \frac{300x}{100} - \frac{160y}{100} &= \frac{11}{100} \\ x^2 + y^2 + 3x - \frac{8}{5}y &= \frac{11}{100} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 &\left\{ \begin{array}{l} \text{Trinomio} \\ \text{Cuadrado} \\ \text{perfecto} \end{array} \right. \\ y^2 + by + \left(\frac{b}{2}\right)^2 & \end{aligned}$$

$$(x^2 + 3x) + (y^2 - \frac{8}{5}y) = \frac{11}{100}$$

$$\left(x^2 + 3x + \left(\frac{3}{2}\right)^2\right) + \left(y^2 - \frac{8}{5}y + \left(-\frac{8}{5}\right)^2\right) = \frac{11}{100} + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(-\frac{8}{5}\right)^2$$

$$\left(x^2 + 3x + \frac{9}{4}\right) + \left(y^2 - \frac{8}{5}y + \frac{16}{25}\right) = \frac{11}{100} + \frac{9}{4} + \frac{16}{25}$$

$\downarrow$
 x

$\downarrow$
 $\frac{3}{2}$

$\downarrow$
 y

$\downarrow$
 $\frac{4}{5}$

$$\frac{11 + 225 + 64}{100} = \frac{300}{100} = 3$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{5}\right)^2 = 3$$

Ecuación canónica.

EJEMPLO 3: Halla el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación general es:

$$4x^2 + 4y^2 - 8x - 12 = 0$$

Solución:

$$\begin{aligned} \frac{4x^2}{4} + \frac{4y^2}{4} - \frac{8x}{4} &= \frac{12}{4} \\ x^2 + y^2 - 2x &= 3 \\ (x^2 - 2x) + y^2 &= 3 \\ \left(x^2 - 2x + \left(-\frac{-2}{2}\right)^2\right) + y^2 &= 3 + \left(-\frac{-2}{2}\right)^2 \\ (x^2 - 2x + 1) + y^2 &= 3 + 1 \\ \downarrow &\quad \downarrow \\ x &\quad 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 &\left\{ \begin{array}{l} \text{Trinomio} \\ \text{Cuadrado} \\ \text{perfecto} \end{array} \right. \\ y^2 + by + \left(\frac{b}{2}\right)^2 & \end{aligned}$$

$$(x - 1)^2 + y^2 = 4 \quad \left\{ \begin{array}{l} * h=1, k=0 \rightarrow C(1, 0) \\ * r^2=4, r=2 \end{array} \right.$$

APLICO LO QUE APRENDÍ...

Con mucho juicio solucionaré los ejercicios que mi profe me colocará en la clase.

“La peor experiencia, es la mejor maestra”