| INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION | | | | |
|---|---|---|---|---|
| NOMBRE ALUMNA: | | | | |
| AREA : | MATEMÁTICAS | | | |
| ASIGNATURA: | MATEMÁTICAS | | | |
| DOCENTE: | JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO | | | |
| TIPO DE GUIA: | CONCEPTUAL - EJERCITACION | | | |
| PERIODO | GRADO | $N^0$ | FECHA | DURACION |
| 2 | 9° | 9 | AGOSTO 22 2023 | 4 UNIDADES |

**INDICADORES DE DESEMPEÑO**

- Simplifica expresiones algebraicas dadas haciendo uso de las propiedades de la radicación.
- Soluciona oportuna y correctamente las actividades académicas que se le asignan.

# ¿QUÉ VOY A APRENDER?...

# RADICACIÓN: PROPIEDADES Y APLICACIONES.

Se denomina radicación a todo lo que tiene que ver con las raíces y radicales, con sus propiedades, operaciones y demás.

En la expresión: $\sqrt[n]{a}$ se tiene que:

- n: Es el índice (que cuando es 2 no se escribe).
- a: Es la cantidad subradical (lo que hay adentro de la raíz).
- $\sqrt{\ }$ : Es el radical.

## ♦ NOTAS IMPORTANTES:

1. Cuando el índice del radical es par, la cantidad subradical tiene que ser positiva o cero (mayor o igual a cero) para que la raíz pueda existir dentro de los reales, de lo contrario se dice que es una cantidad imaginaria. Esto quiere decir que sólo se le puede sacar raíz de índice par al cero o a números que sean positivos.

2. Cuando el índice del radical es impar, la cantidad subradical puede tener el signo que se sea (puede ser negativa, cero ó positiva); si es negativa, el signo se le quita a la cantidad subradical y se coloca adelante por fuera del radical. Esto quiere decir que cuando el índice es impar se le puede sacar raíz a cualquier número así sea positivo, negativo o cero.

## ♦ PROPIEDADES DE LA RADICACIÓN:

Para trabajar la radicación es importante que tengas en cuenta las siguientes propiedades donde **m** puede ser un número entero positivo o negativo pero **n** (el índice) debe ser siempre un número entero positivo:

- **PROPIEDAD 1: (Expresar una raíz como una potencia):** $\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$ . Esta propiedad es muy importante aplicarla cuando la división entre m y n es exacta, de lo contrario se deja la raíz tal y como está (al no ser que en el enunciado del ejercicio que nos den especifiquen que expresarlo sin raíces sino con potencia).

**Ejemplos:** a. $\sqrt[3]{a^6} = a^{6/3} = a^2$ b. $\sqrt[5]{x^3} = a^{3/5}$ c. $\sqrt{b} = b^{1/2}$

✪ **PROPIEDAD 2 (Raíz de un producto):** $\sqrt[n]{a.b.c} = \sqrt[n]{a}\,.\sqrt[n]{b}\,.\sqrt[n]{c}$ **.** Esta propiedad se aplica cuando todos los factores (o algunos de ellos) tienen la raíz indicada exacta, de lo contrario no se aplica y solo se hace el producto indicado dentro de la raíz.

**Ejemplos:** **a.** $\sqrt{4.16.25} = \sqrt{4}\,.\sqrt{16}.\sqrt{25} = 2.4.5 = 40$

**b.** $\sqrt[3]{8.5.27.2} = \sqrt[3]{8}\,.\sqrt[3]{27}\,.\sqrt[3]{5.2} = 2.3\sqrt[3]{10} = 6\sqrt[3]{10}$

**c.** $\sqrt{9.2.16.7} = 3.4.\sqrt{2.7} = 12\sqrt{14}$

**d.** $\sqrt{25a^2b^4c^6} = 5a^{2/2}b^{4/2}c^{6/2} = 5ab^2c^3$

**e.** $\sqrt[3]{125x^3y^9} = 5x^{3/3}y^{9/3} = 5xy^3$

**f.** $\sqrt{25.3.a^2b^3c^4d^7} = 5a^{2/2}c^{4/2}\sqrt{3b^3d^7} = 5ac^2\sqrt{3b^3d^7}$

Obsérvese que en este ejercicio f. las potencias de b y d son mayores que el índice de la raíz (2) pero no divisibles. En este caso **hay que hacer una simplificación de radicales**, pero más adelantico a continuación de las propiedades explico esta simplificación.

✪ **PROPIEDAD 3 (Potencia de una raíz con índice igual a la potencia):** $\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = \sqrt[n]{a^n} = a$

Esta propiedad indica que si tenemos una raíz o una cantidad subradical elevada a una potencia igual al índice de las raíz, entonces se cancela la raíz y queda solamente la cantidad subradical (o sea lo que había dentro de la raíz).

**Ejemplos:** **a.** $\left(\sqrt[3]{x}\right)^3 = x$ ; **b.** $\sqrt{\left(2xy^3z\right)^2} = 2xy^3z$

**c.** $\left(\sqrt[4]{7b^3}\right)^4 = 7b^3$

✪ **PROPIEDAD 4 (Potencia de una raíz):** $\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ . Esta propiedad indica que si tenemos una raíz elevada a una potencia, es equivalente a elevar sólo la cantidad subradical a la potencia.

**Ejemplos:** **a.** $\left(\sqrt[3]{a}\right)^2 = \sqrt[3]{a^2}$

**b.** $\left(\sqrt[5]{5x^2}\right)^2 = \sqrt[5]{(5x^2)^2} = \sqrt[5]{25x^4}$

**c.** $\left(\sqrt[6]{2x^3}\right)^2 = \sqrt[6]{(2x^3)^2} = \sqrt[6]{4x^6} = \sqrt[6]{4}.x = x.\sqrt[6]{4}$

✪ **PROPIEDAD 5 (Raíz de una raíz):** $\sqrt[n]{\sqrt[m]{\sqrt[k]{a}}} = \sqrt[n.n.k]{a}$ **.** Esta propiedad indica que si se tiene raíces de raíces entonces se coloca una sola raíz y **como índice se coloca la multiplicación de los índices de las raíces dadas incialmente**. Es muy similar a la propiedadad de "potencia de una potencia" de la potenciación (donde se multiplican todas las potencias).

**Ejemplos:** a. $\sqrt[3]{\sqrt[5]{\sqrt{5x}}} = \sqrt[30]{5x}$ **;** b. $\sqrt{\sqrt[3]{a^6y^{12}}} = \sqrt[6]{a^6y^{12}} = a^{6/6}y^{12/6} = ay^2$

✪ **PROPIEDAD 6:** $\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \div k]{a^{m \div k}}$ siempre que m y n sean divisibles por el número k. Esta propiedad nos dice que si tenemos la potencia de una raíz donde no se pueda aplicar la **propiedad 1,** pero donde tanto **m** (la potencia) como **n** (el índice) son divisibles por un mismo número, entonces se pueden dividir ambos por dicho número.

**Ejemplos: a.** $\sqrt[6]{a^2} = \sqrt[6\div 2]{a^{2\div 2}} = \sqrt[3]{a}$

**b.** $\sqrt[12]{x^3y^6z^9} = \sqrt[4]{xy^2z^3}$

**c.** $\sqrt[6]{x^6y^3} = \sqrt{x^2y} = x\sqrt{y}$

**PROPIEDAD 7 (Raíz de un cociente o división):** $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ **.** Esta propiedad se aplica cuando tanto el numerador como el denominador (o alguno de ello) tienen la raíz indicada exacta, de lo contrario no se aplica y se deja sin resolver, excepto cuando nos piden racionalizar (que este tema lo veremos más adelante).

**Ejemplos: a.** $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$ ; **b.** $\sqrt[3]{\frac{13}{8}} = \frac{\sqrt[3]{13}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{\sqrt[3]{13}}{2}$

**c.** $\sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ; **d.** $\sqrt{\frac{9x^2y^4}{25ab^6}} = \frac{\sqrt{9x^2y^4}}{\sqrt{25ab^6}} = \frac{3xy^2}{5b^3\sqrt{a}}$

# ¿QUÉ ESTOY APRENDIENDO?

## ♦ SIMPLIFICACIÓN DE RADICALES:

Simplificar un radical es extraer la raíz al mayor número de **FACTORES** que conforman la cantidad subradical aplicando las propiedades vistas anteriormente.

Para simplificar un radical se procede así:

i) Se descomponen los números en sus factores primos.
ii) A continuación los factores que quedan repetidos en la descomposición se cogen en grupos tal como lo indica el índice de la raíz, así por ejemplo, si la raíz es cuadrada los factores repetidos se cogen de a dos, si la raíz es cúbica los factores repetidos se cogen de a tres y así según lo indique el índice. Estos factores repetidos agrupados son los que tienen la raíz exacta.
iii) Para la parte literal (o sea para las letras), si el exponente de una letra es menor que el índice del radical, significa que dicha cantidad no puede salir del radical.
iv) Si el exponente de una letra es múltiplo del índice, se coloca la misma letra fuera de la raíz y su exponente será la división entre el exponente que tenía y el índice, y dentro de la raíz quedan el resto de letras.
v) Si el exponente de un número o de una letra es mayor que el índice del radical (pero no múltiplo de éste), entonces este exponente se rebaja al múltiplo del índice más cercano al exponente y se multiplica por el número (o letra según el caso) elevado a la potencia que al sumarlo con el múltiplo encontrado complete el exponente que inicialmente se tenía, y luego se extraen las raíces de los factores aplicando las propiedades anteriores (las que los tengan).

### DOS NOTAS MUY IMPORTANTE:

1. La raíz de índice par de un número negativo no existe…es imaginaria.

   $\sqrt{-9}$ es imaginaria (no existe en los números reales).

2. La raíz de índice impar de un número negativo existe y da negativa (el menos que hay dentro de la raíz se coloca por fuera de la raíz).

   $\sqrt[3]{-8} = -2$ ; $\sqrt[5]{-7} = -\sqrt[5]{7}$

# APLICO LO QUE APRENDÍ…

**ACTIVIDADES**

1. ***OBSERVO MUY ATENTAMENTE LA SOLUCIÓN DE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS QUE EXPLICARÁ MI PROFESOR EN LA CLASE:***

Aplicando las propiedades de la radicación simplifico los siguientes radicales:

$a.\ \sqrt{18}$

a) $\sqrt{18}$

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$= \sqrt{2 \times 3^2}$

$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{3^2}$

$= \sqrt{2} \cdot 3$

$= \boxed{3\sqrt{2}}$

$b.\ 5.\sqrt[3]{4320}$

b) $5.\sqrt[3]{4320}$

$= 5.\sqrt[3]{2^3 . 3^3 . 20}$

$= 5 . 2 . 3\sqrt[3]{20}$

$= \boxed{30\sqrt[3]{20}}$

$$\begin{array}{r|l} 4320 & 2 \\ 2160 & 2 \\ 1080 & 2 \\ 540 & 2 \\ 270 & 2 \\ 135 & 3 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$c,\ 3.\sqrt{243w^2x^6y^7z^{15}}$

c) $3\sqrt{243w^2x^6y^7z^{15}}$

$$\begin{array}{r|l} 243 & 3 \\ 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$= 3\sqrt{3^2 . 3^2 . 3 . w^2 x^6 y^6 . y . z^{14} . z}$

$= 3 . 3 . 3 . w . x^3 . y^3 . z^7 \sqrt{3yz}$

$= \boxed{27wx^3y^3z^7\sqrt{3yz}}$

$d.\ \dfrac{3}{2}ab^2.\sqrt[3]{-88a^3b^7c^9d^2}$

$\dfrac{3}{2}ab^2\sqrt[3]{-88a^3b^7c^9d^2}$

$= -\dfrac{3}{2}ab^2\sqrt[3]{88a^3b^7c^9d^2}$

$= -\dfrac{3}{2}ab^2\sqrt[3]{2^3 . 11 . a^3 . b^6 . b^1 . c^9 d^2}$

$= -\dfrac{3}{\cancel{2}}ab^2 . \cancel{2} . a . b^2 c^3\sqrt[3]{11bd^2}$

$= \boxed{-3a^2b^4c^3\sqrt[3]{11bd^2}}$

$$\begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

## 2. *MI PRÁCTICA EN CASITA MUY JUICIOSA.*

Realizo las siguientes simplificaciones con base en las propiedades vistas de radicales y a las explicaciones de mi profesor en las clases:

$a.\ \sqrt[3]{16}$ $\quad b.\ 2.\sqrt[4]{243}$ $\quad c.\ 3.\sqrt{81x^3y^4z^5w^6p^7}$ $\quad d.\ \sqrt[n]{a^{2n}b^{4n}c^3}$ $\quad e.\ \dfrac{3}{5}.\sqrt[3]{-625m^2n^3x^5y^6z^8}$

$f.\ \dfrac{1}{2}\sqrt{108a^5b^7}$ $\quad g.\ 5a.\sqrt[3]{-160x^7y^9z^{13}}$ $\quad h.\ \dfrac{1}{4}.\sqrt[4]{720a^4b^5c^6d^{11}e^{12}}$

***"Con el tiempo tu percibes que las personas son como los libros. Algunos te engañarán por la tapa y otros te sorprenderán por el contenido"***