

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN					
	NOMBRE ALUMNA:					
	ÁREA / ASIGNATURA: Matemática					
	DOCENTE: ÉDISON MEJÍA MONSALVE					
	PERIODO	TIPO GUÍA	GRADO	Nº	FECHA	DURACIÓN
I	APRENDIZAJE		11º	3	28/02/2022	

INDICADOR DE DESEMPEÑO

- Desarrolla con claridad inecuaciones enteras, tanto lineales como polinómicas, para encontrar su intervalo solución.
- Soluciona correctamente las actividades propuestas por el profesor.

INECUACIONES REALES ENTERAS SIN VALOR ABSOLUTO

Entras ahora a trabajar otro de los temas de gran importancia dentro del campo matemático como son las desigualdades y su aplicación dentro de las inecuaciones. El concepto de inecuación es muy útil a la hora de explicar algunos fenómenos con los que nos encontramos a diario; así por ejemplo, por encima del punto de ebullición del agua (100 grados centígrados), ésta se evapora. Por debajo del punto de congelación (0 grados), es hielo. Entre estas dos temperaturas ($0 < t < 100$), es líquido. Esta desigualdad establece que a cualquier temperatura comprendida entre 0 y 100 grados centígrados, el estado del agua es líquido.

De otro lado en el mundo de los negocios, la economía y la administración, el análisis de la productividad presenta problemas cuyas variables están limitadas por consideraciones prácticas tales como restricciones inevitables de espacio, tiempo, costos, utilización de materiales, entre otras, cada una de las cuales puede ser cuantificada y expresada mediante una desigualdad entre número reales. Por ejemplo, un fabricante al elaborar un programa de producción de piezas para ensamblar motores, tiene en cuenta mercancía en inventario, demanda en períodos de tiempo, costos de producción, capacidad y utilización de maquinaria, número de operarios, etc., para el cual la programación lineal es útil en la optimización de recursos y minimización de costos y para ello es necesario emplear las ecuaciones y las inecuaciones.

Como puedes observar, el estudio de las desigualdades e inecuaciones es de gran aplicación en diferentes circunstancias de la vida cotidiana, las cuales tendrás que enfrentar como futura profesional que serás.

Cuando nos enfrentamos a un nuevo conocimiento debemos **explorar** en él, qué ideas tenemos y de esta forma profundizar y mirar qué aplicaciones tiene. Te invito para que con mucha responsabilidad, interés y entusiasmo abordes el estudio de esta nueva temática.

EXPLOREMOS UN POCO...

1. ¿Qué entiendes por desigualdad social?

2. Matemáticamente ¿cómo definirías una desigualdad entre dos números reales dados?
3. Recuerdas ¿cuáles son los signos matemáticos para comparar dos cantidades numéricas?
4. ¿Cuál es el signo de "Mayor que" y el de "Menor que"?
5. ¿Recuerdas lo que es una ecuación lineal?, ¿y una cuadrática?-

★ DESIGUALDADES.

Cuando tenemos números reales, estos tienen un orden establecido al ubicarlos en la recta numérica. Recordemos que los números reales no nulos se dividen en dos clases: los **positivos** que forman el conjunto $\mathbf{R}^+$, y los **negativos** que forman el conjunto $\mathbf{R}^-$.

También podemos decir que cuando nos dan dos números reales al compararlos podemos decir que son iguales o que son diferentes. Aquí precisamente cuando son diferentes decimos que son desiguales y aquí aparece precisamente la **relación de desigualdad**.

En general dados dos números reales **A y B** entre ellos se da la **Ley de Tricotomía** mediante la cual entre dichos números se puede presentar una y sólo una de las siguientes relaciones:

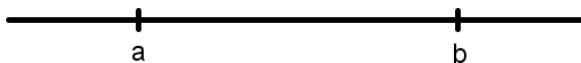
$A = B \quad \text{ó} \quad A < B \quad \text{ó} \quad A > B$

LEY DE TRICOTOMÍA

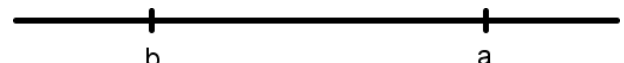
Las dos últimas relaciones son las que conforman una **desigualdad**.

En conclusión:

Si **a** y **b** son números reales diferente entonces si **a** está a la **izquierda** de **b** es porque "**a es menor que b**" ($a < b$) y si **a** está a la **derecha** de **b** es porque "**a es mayor que b**" ($a > b$).



Desigualdad $a < b$



Desigualdad $a > b$

Propiedades importantes de las desigualdades:

1. $A \geq B$ significa que $A > B$ ó que $A = B$
2. $A \leq B$ significa que $A < B$ ó que $A = B$
3. $A > 0$ significa que A es un número positivo
4. $A < 0$ significa que A es un número negativo

NOTA MUY IMPORTANTE:

Cuando una desigualdad se multiplica o divide a ambos lados por un número negativo o por "menos 1", la desigualdad cambia su sentido, por ejemplo:

Si $-3 < 5$ entonces $3 > -5$.

Si $-3x \geq 7$ entonces $3x \leq -7$

Intervalos reales.

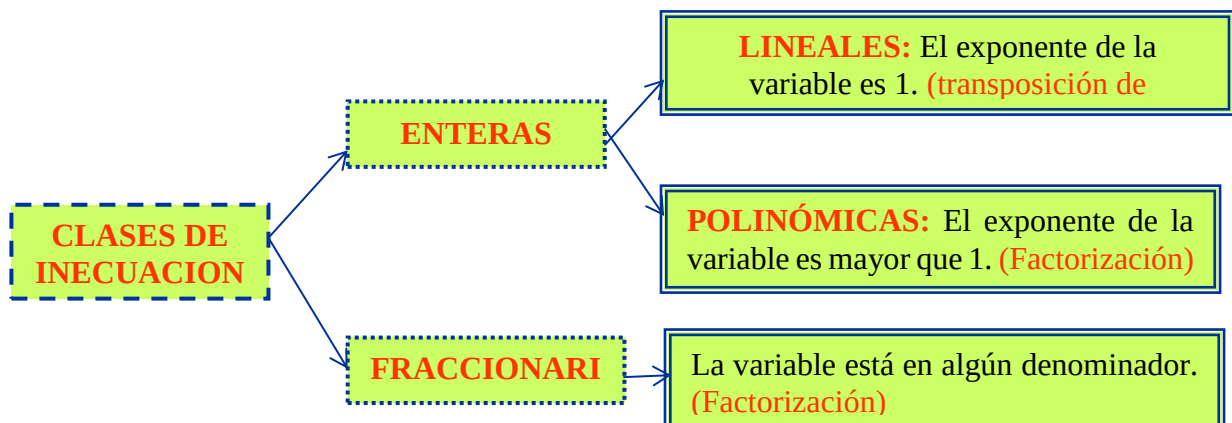
La relación de orden en los números reales permite definir algunos subconjuntos de números reales **llamados intervalos** y que se utilizan en la solución de las inecuaciones reales que vamos a estudiar en este período. A continuación se muestran los diferentes tipos de intervalos:

Notación	Descripción de conjunto	Gráfica
(a, b)	$\{x \mid a < x < b\}$	
$[a, b]$	$\{x \mid a \leq x \leq b\}$	
$[a, b)$	$\{x \mid a \leq x < b\}$	
$(a, b]$	$\{x \mid a < x \leq b\}$	
(a, ∞)	$\{x \mid a < x\}$	
$[a, \infty)$	$\{x \mid a \leq x\}$	
$(-\infty, b)$	$\{x \mid x < b\}$	
$(-\infty, b]$	$\{x \mid x \leq b\}$	
$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}$ (conjunto de todos los números reales)	

INECUACIÓN:

Una **inecuación real** es una desigualdad en la que aparecen una o más variables. En el presente curso sólo nos interesa analizar inecuaciones con una sola variable, así por ejemplo: $2x - 1 > -3$; $x^2 - 5x \leq 6$

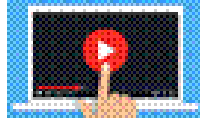
Resolver una inecuación consiste en encontrar todos los valores de x para los cuales se cumple la desigualdad y para resolverlas se debe hacer uso de las propiedades de las desigualdades y de los intervalos.



SOLUCIÓN DE INECUACIONES ENTERAS.

 **Lineales:** Recuerda que las inecuaciones lineales son aquellas en cuya variable el único exponente es 1. Para solucionarlas empleamos la transposición normal de términos, se reúnen términos semejantes y se despeja la variable (ten en cuenta las propiedades de la desigualdades). En caso de que el ejercicio tenga operaciones indicadas, se deben realizar y simplificar antes de transponer los términos.

Presta mucha atención al siguiente video y luego a la forma como tu profesor en clase solucionará las siguientes inecuaciones lineales:



<https://www.youtube.com/watch?v=yPSuv-CoZ3g>

1. $3x + 1 < 4$

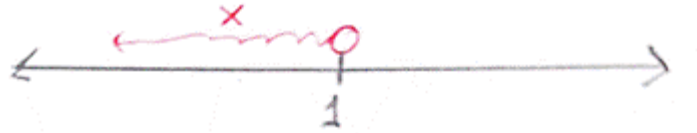
Solución:

$$3x < 4 - 1 \quad (\text{Transponemos el 1 a la derecha de la desigualdad}).$$

$$3x < 3 \quad (\text{Efectuamos operaciones}).$$

$$x < \frac{3}{3} \quad (\text{Despejamos } x)$$

$$x < 1 \rightarrow$$



Solución: $(-\infty, 1)$

2. $2(x-1) - 4 > 3x + 5$

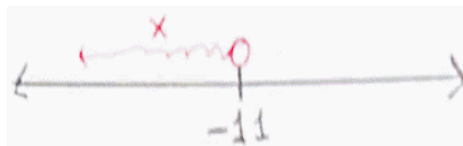
Solución:

$$2x - 2 - 4 > 3x + 5 \quad (\text{Destruimos signos de agrupación}).$$

$$2x - 3x > 5 + 2 + 4 \quad (\text{Transpones las variables al lado izquierdo y los números al lado derecho de la desigualdad}).$$

$$-x > 11 \quad (\text{Reunimos los términos semejantes}).$$

$$x < -11 \quad (\text{Multiplicas ambos miembros de la inecuación por } -1 \text{ para que la variable quede positiva e } \textbf{invertimos el signo} \text{ de la desigualdad}).$$



Solución: $(-\infty, -11)$

Otros ejemplos...

Observe detalladamente la solución de los siguientes ejemplos en clase:

3. $2(x + 1) + 8x - 6 \geq -2(x + 6) + 4x + 18$

4.
$$2x - 2 > \frac{8}{3}x - 6$$

5.
$$\frac{2x-3}{4} > x+6$$

6.
$$\frac{2x-3}{5} - \frac{5x+7}{10} \geq 2$$

7. $-13 < 3x - 2 \leq 7$

8. $2 \geq -3 - 3x \geq -7$

Polinómicas (Cuadráticas): Recuerda que las inecuaciones polinómicas son aquellas en las que la variable ya está elevada a un exponente mayor que 1. Cuando el mayor exponente de la variable es 2 se dice que es una inecuación cuadrática, si es 3 es cúbica y así sucesivamente.

Para hallar la solución de las inecuaciones **enteras polinómicas** es necesario desigualar la inecuación a cero, realizar las operaciones indicadas y luego factorizar completamente la inecuación resultante. Ya después de tenerla factorizada se procede a resolverla por cualquiera de los dos métodos que existen: **El analítico y el gráfico**. En este curso emplearemos sólo el método gráfico.

Método gráfico: Para hallar la solución de las **inecuaciones polinómicas** por el **método gráfico** debes tener en cuenta el siguiente proceso:

- ❖ Después de tener la inecuación desigualada a cero y factorizada se iguala cada factor a cero y se despeja la variable; estos valores despejados de la variable se ubican en la recta y ésta queda dividida en varios intervalos.
- ❖ Se mira el signo que antecede a la variable en cada uno de los factores y se multiplican dichos signos entre sí; el signo resultante se coloca en el intervalo de la derecha de la recta y de ahí nos devolvemos a los intervalos anteriores alternando los signos. Es de anotar que este proceso se hace solamente si después de factorizar no quedan paréntesis repetidos ni elevados a ninguna potencia, porque si esto ocurre es necesario coger un número al lado izquierdo del valor de x repetido (el que corresponde a los paréntesis repetidos y luego en los demás intervalos resultantes se alternan los signos).
- ❖ Si la inecuación factorizada es > 0 su solución será la unión de aquellos intervalos de la recta donde dio positivo, pero si es < 0 se toma la unión de aquellos intervalos donde dio negativo; si la desigualdad tiene el igual (≥ 0 o ≤ 0) los extremos del intervalo solución van cerrados excepto los infinitos que nunca se cierran.

Observa detenidamente la forma como mi profe soluciona las siguientes inecuaciones polinómicas.

1. $x^2 + 3x > 4$

3. $x(x-3) + 2 \leq x + 2$

2. $-2x^2 > x - 1$

4 Encontrar el conjunto solución de la inecuación

$$(2x + 1)(x - 3) + 2x \geq (x + 2)(x - 1) + 4$$

$$2x^2 - 6x + x - 3 + 2x \geq x^2 - x + 2x - 2 + 4$$

$$2x^2 - 6x + x + 2x - x^2 + x - 2x \geq -2 + 4 + 3$$

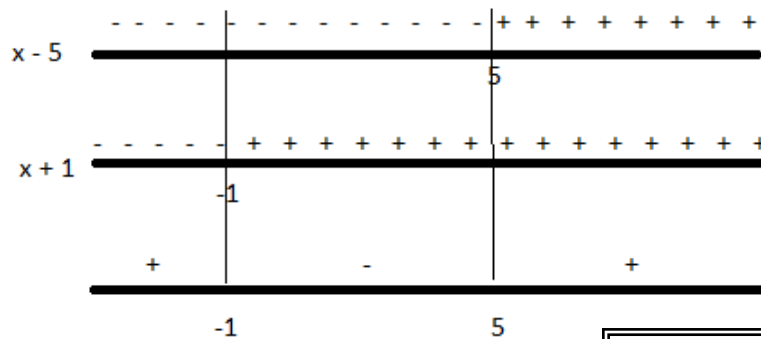
$$x^2 - 4x \geq 5$$

$$x^2 - 4x - 5 \geq 0$$

$$(x - 5)(x + 1) \geq 0$$

Puntos críticos: $x - 5 = 0 \rightarrow x = 5$;

$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$



Solución: $(-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$

VAMOS A TRANSFERIR...

Qué aprendí hoy??

LINEALES

1. $4x - 5 + 12 - 7x \leq 6x + 9 - 2x + 16$ 2. $5(2x - 7) + 3(2 - 4x) < 3 - 5(2x - 8)$

3. $\frac{2x-3}{4} + 6 > 2 + \frac{4x}{3}$ 4. $2x - \frac{9x-1}{3} \leq 1$ 5. $-1 < 7 - 2x \leq 5$ 6. $\frac{1}{2} - 3x \leq \frac{5}{2}$

Respuestas:

1. $[-\frac{18}{7}, +\infty)$ 2. $(-\infty, 9)$ 3. $(-\infty, \frac{39}{10})$ 4. $[-\frac{2}{3}, +\infty)$ 5. $[1, 4)$ 6. $[-\frac{2}{3}, +\infty)$

POLINÓMICAS

6. $x^2 - 5x - 6 \geq 0$ 7. $x^2 + 3x < 0$ 8. $-2 < 3x^2 - 5x$ 9. $x^2 - 10x + 9 \leq 0$

10. $(2x + 1)(x - 3) + 2x \geq (x + 2)(x - 1) + 4$ 11. $(x + 3)(2x - 3)(7 - 3x) \leq 0$

Respuestas: 6. $[-\infty, -1] \cup [6, +\infty)$ 7. $(-3, 0)$ 8. $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup (1, +\infty)$ 9. $[1, 9]$

10. $[-\infty, -1] \cup [5, +\infty)$ 11. $[-3, \frac{3}{2}] \cup [\frac{7}{3}, +\infty)$

"Cuando estás arriba tus amigos saben quién eres; cuando estás abajo, tú sabes quiénes son tus amigos"