

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN					
	NOMBRE ALUMNA:					
	ÁREA / ASIGNATURA:	Matemática				
	DOCENTE:	ÉDISON MEJÍA MONSALVE				
	PERÍODO	TIPO GUÍA	GRADO	Nº	FECHA	DURACIÓN
	III	APRENDIZAJE	11°	10	14/09/2022	

- **INDICADOR DE DESEMPEÑO:** Calcula adecuadamente el límite de funciones reales tanto racionales como irracionales, aplicando sus teoremas fundamentales.

LÍMITES DE FUNCIONES IRRACIONALES

En la guía N° 9 tuviste la oportunidad de analizar la manera de hallar los límites de las funciones racionales empleando la factorización y los productos notables cuando se presentaban indeterminaciones matemáticas (0/0).

También en esta guía se te dieron a conocer los teoremas para calcular los límites con tendencia a real y llegamos hasta el **teorema 5**. Vamos con la presente guía a solucionar algunos límites propuestos pero de funciones irracionales con base en el **teorema 6** detallado a continuación, en las cuales aparte de tener que factorizar en algunas de ellas, es necesario emplear la racionalización (conjugadas) cuando se presentan indeterminaciones matemáticas (en nuestro caso 0/0).

TEOREMA 6: Límite de funciones irracionales:

Sea $Y = f(x)$ una función irracional (fraccionario con variable dentro de raíces); para calcular el límite a dicha función se procede de igual forma que en el **teorema 5**, pero si tanto el numerador como el denominador se anulan (dan iguales a cero) necesitas racionalizar.

En general si al calcular el límite a una fracción el numerador y el denominador se anulan, debes factorizar y/o racionalizar, luego simplificar los factores iguales del numerador y del denominador y finalmente reemplazar a la variable por su tendencia y el resultado es el límite.

Si el denominador se anula y el numerador no entonces el límite no existe, y si el numerador se anula y el denominador no entonces se reemplaza en toda la fracción a la variable por la tendencia y el número resultante es el límite.

Por otra parte cuando tenemos una función racional o irracional con varios factores en el numerador y/o en el denominador y ambos se anulen (sean igual a cero), sólo necesitas factorizar o racionalizar aquellos factores que se anulan cuando se reemplaza a la variable por la tendencia.

EJEMPLOS:

Estoy bien atenta y despierta a la explicación que hará mi profesor de los siguientes límites:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 9} \frac{3-\sqrt{x}}{x^2 - 81}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2 - (1)^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{x}+1)$$

$$= \sqrt{1} + 1$$

$$= \boxed{2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x^2+9} - 5}{x+4}$$

$$\textcircled{3} \quad \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x^2+9} - 5}{x+4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(\sqrt{x^2+9} - 5)(\sqrt{x^2+9} + 5)}{(x+4)(\sqrt{x^2+9} + 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(\sqrt{x^2+9})^2 - (5)^2}{(x+4)(\sqrt{x^2+9} + 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 9 - 25}{(x+4)(\sqrt{x^2+9} + 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(3-\sqrt{x})(3+\sqrt{x})}{(x^2 - 81)(3+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{(3)^2 - (\sqrt{x})^2}{(x^2 - 81)(3+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{9-x}{(x^2 - 81)(3+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} \frac{9-x}{(x+9)(x-9)(3+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} -\frac{x-9}{(x+9)(x-9)(3+\sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 9} -\frac{1}{(x+9)(3+\sqrt{x})}$$

$$= -\frac{1}{(18)(6)} = \boxed{-\frac{1}{108}}$$

$$\rightarrow = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{(x+4)(\sqrt{x^2+9} + 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x+4)(x-4)}{(x+4)(\sqrt{x^2+9} + 5)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x-4}{\sqrt{x^2+9} + 5}$$

$$= \frac{-4 - 4}{\sqrt{(-4)^2 + 9} + 5} = -\frac{8}{10} = \boxed{-\frac{4}{5}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{7x-6}}{1-x^3}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{7x-6})(x + \sqrt{7x-6})}{(1-x^3)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x)^2 - (\sqrt{7x-6})^2}{(1-x^3)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - (7x-6)}{(1-x^3)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 6}{(1-x^3)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-6)(x-1)}{(1-x)(1+x+x^2)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} - \frac{(x-6)(x-1)}{(1-x)(1+x+x^2)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= \lim_{x \rightarrow 1} - \frac{x-6}{(1+x+x^2)(x + \sqrt{7x-6})} \\
&= - \frac{1-6}{(1+1+1)(1+\sqrt{7(1)-6})} \\
&= - \frac{-5}{3(1+1)} \\
&= \boxed{\frac{5}{6}}
\end{aligned}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 16} \frac{16x - x^2}{\sqrt{x} - 4}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(16x - x^2)(\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x} - 4)(\sqrt{x} + 4)} \\
&= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(16x - x^2)(\sqrt{x} + 4)}{(\sqrt{x})^2 - (4)^2} \\
&= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{(16x - x^2)(\sqrt{x} + 4)}{x - 16} \\
&= \lim_{x \rightarrow 16} \frac{x(16-x)(\sqrt{x} + 4)}{x - 16} \\
&= \lim_{x \rightarrow 16} - \frac{x(16-x)(\sqrt{x} + 4)}{x - 16} \\
&= \lim_{x \rightarrow 16} - \frac{x(\sqrt{x} + 4)}{1} \\
&= - 16(\sqrt{16} + 4) \\
&= - 16(8) \\
&= \boxed{-128}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6. \quad & \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{2x+3} - x}{x^3 - 27} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{2x+3} - x)(\sqrt{2x+3} + x)}{(x^3 - 27)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(\sqrt{2x+3})^2 - x^2}{(x^3 - 27)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x+3 - x^2}{(x^3 - 27)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-x^2 + 2x + 3}{(x^3 - 27)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x^2 - 2x - 3)}{(x^3 - 27)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x-3)(x+1)}{(x^3 - 27)(x+1)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-(x+1)}{(x^2 + 3x + 9)(\sqrt{2x+3} + x)} \\
 &= \frac{-(3+1)}{(3^2 + 3(3) + 9)\sqrt{2(3) + 3} + 3} \\
 &= \frac{-4}{27(3+3)} \\
 &= -\frac{4}{162} = \boxed{-\frac{2}{81}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 7. \quad & \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(\sqrt{x}-1)}{2x^2+x-3} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(2x^2+x-3)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)((\sqrt{x})^2 - 1^2)}{(2x^2+x-3)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(x-1)}{(2x^2+x-3)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x-1)(x-1)}{\cancel{(2x+3)(x-1)}(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-1}{(2x+3)(\sqrt{x}+1)} \\
 &= \frac{2(1)-1}{(2(1)+3)(\sqrt{1}+1)} \\
 &= \frac{1}{5(2)} \\
 &= \boxed{\frac{1}{10}}
 \end{aligned}$$

*"El desafío hace al líder de excelencia
y no hay desafío sin riesgo al fracaso"*

Miguel Ángel Cornejo