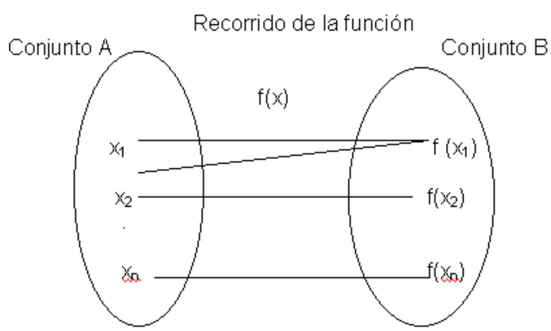
INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN					
NOMBRE ALUMNA:					
ÁREA / ASIGNATURA: Matemática					
DOCENTE: ÉDISON MEJÍA MONSALVE					
PERIODO	TIPO GUÍA	GRADO	Nº	FECHA	DURACIÓN
II	APRENDIZAJE	11°	8	6/07/2022	

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Soluciona problemas con funciones reales, haciendo uso de los diferentes recursos teóricos matemáticos y geométricos.

Definición de función:

Una función f es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento y, llamado también f(x), de un conjunto B.



Dominio de una función:

El dominio de una función f es el mayor subconjunto del conjunto de números reales para los que f(x) es un número real.

Rango de una función:

El rango de una función f es el conjunto de todos los valores posibles de f(x) conforme x varia en todo el dominio.

DOMINIO Y RANGO DE FUNCIONES

Las funciones polinómicas (que no tienen x en ningún denominador ni dentro de ninguna raíz y los exponentes de la variable son números enteros positivos) tienen como dominio todos los reales, es decir,

$$\boxed{D_m = R = (-\infty, +\infty)}$$

Aquí no hay que realizar ningún proceso, sólo decir que el dominio son todos los números reales.

- Si y = $3x^2 - 5x + 4$, determine el dominio de la función.

  El **dominio son todos los reales** porque es una función polinómica (ver definición anterior de función polinómica).

- Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 3x + 2}$$

En **Las funciones racionales** (sin X dentro de raíces pero sí con X en el denominador, denominador o numerador y denominador polinomios), debo igualar el denominador a cero, resolver la ecuación que resulta y despejar a X; luego el dominio estará formado por todos los números reales sin incluir los valores despejados de X en el denominador, es decir:

$$\boxed{D_m = R - \{\text{valores despejados de X en el denominador}\}}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$
$$(x + 2)(x + 1) = 0$$
$$x + 2 = 0 \;\; o \;\; x + 1 = 0$$
$$x = -2 \quad o \quad x = -1$$

D = R - $\{-2, -1\}$

- Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x - 5}$$

En **Las funciones irracionales** (con X dentro de una raíz), si el índice de la raíz es par y dicha raíz está como numerador, debo buscar los valores de X para los cuales la cantidad subradical es mayor o igual a cero y dichos valores forman el dominio de la función, pero si la raíz está como denominador debo buscar sólo los valores que hacen que la cantidad subradical sea mayor que cero. Si el índice de la raíz es impar y la raíz está como numerador no hay ningún problema y el dominio estará formado por todos los reales, pero si la raíz está como denominador debo desigualar la cantidad subradical a cero despejar a X y el dominio estará formado por todos los reales excepto los valores despejados de X al desigualar la cantidad subradical a cero.

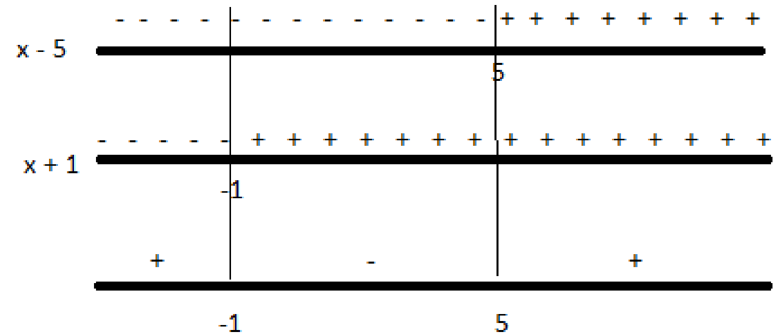
Los demás casos de dominio que se nos puedan presentar son combinaciones de los tres casos anteriores.

Solución:

$x^2 - 4x - 5 \geq 0$

$(x-5)(x+1) \geq 0$

Puntos críticos: $x - 5 = 0 \quad \rightarrow x = 5;$ $\qquad x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$



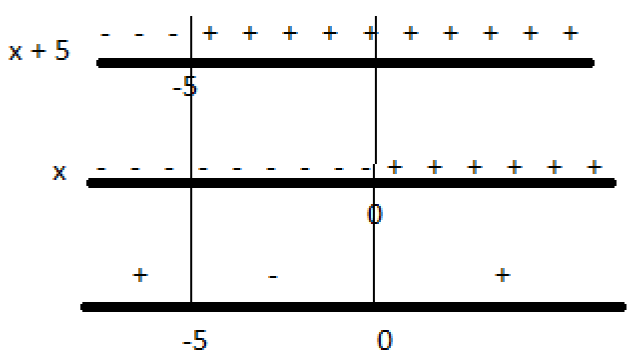
D: (- ∞ , - 1] U [5, ∞)

❖ Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+5x}}$$

$x^2 + 5x > 0$

$x(x+5) > 0$



D: (- ∞ , - 5) U (0, ∞)

❖ Determine el dominio de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{3x-5}{\sqrt[3]{x^2-3x-4}}$$

$x^2 - 3x - 4 = 0$
$(x-4)(x+1) = 0$
$x - 4 = 0 \quad o \quad x + 1 = 0$
$x = 4 \quad o \quad x = -1$

D = R - $\{-1,4\}$

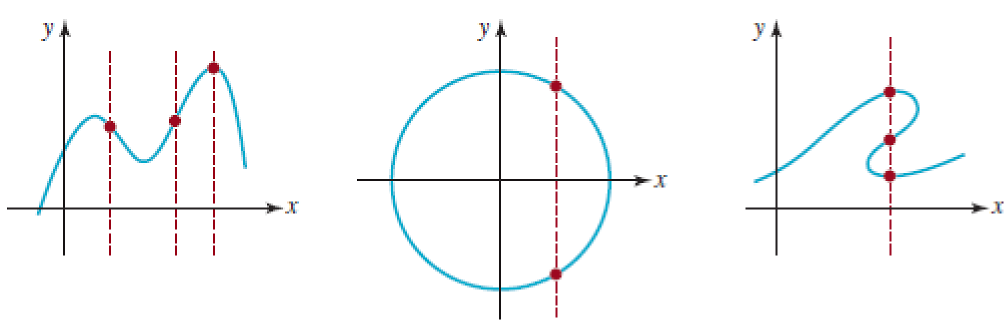
ACTIVIDAD # 1

Determine el dominio de las siguientes funciones:

a. $f(x) = x^2 - 5x + 4$
b. $f(x) = 3x - 2$
c. $f(x) = \frac{2x}{x^2+10x+25}$
d. $f(x) = \frac{x}{x^2+8x+12}$
e. $f(x) = \sqrt{x^2 - 7x - 30}$
f. $f(x) = \sqrt{2x^2 - 9x - 5}$
g. $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+3x}}$
h. $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+5x+6}}$

Prueba de la recta vertical:

Consiste en trazar una recta Vertical (paralela al eje y) y analizar el o los puntos de corte con la gráfica realizada, se pueden presentar opciones como las siguientes:



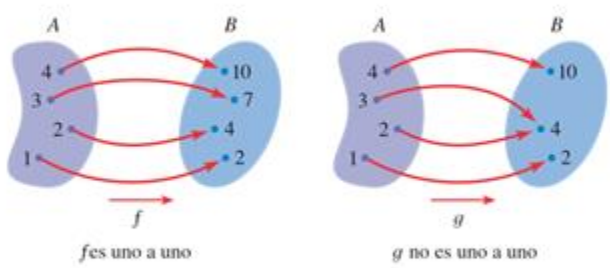
a) Función *b*) No es una función *c*) No es una función

Se observa en la opción a) que a cada elemento de x del conjunto A le corresponde un único elemento f(x) del conjunto B en concordancia con la definición de función.

En las opciones b) y c) se evidencia que la definición de función no se cumple, pues a cada elemento de x del conjunto A le corresponden dos más elementos f(x) del conjunto B, por tanto estas graficas no corresponden a una función.

FUNCIÓN INYECTIVA O UNO A UNO

Es aquella función en la cual todos los elementos del conjunto de partida tienen diferente imagen, es decir, no existen elementos del conjunto de partida con la misma imagen.



Función inversa

Sea f una función uno a uno con dominio X y rango Y. La **inversa** de f es la función f^{-1} cuyo dominio es Y y rango es X, para los cuales

$$f(f^{-1}(x)) = x \text{ para toda } x \text{ en } Y$$

y

$$f^{-1}(f(x)) = x \text{ para toda } x \text{ en } X$$

Propiedades de las funciones inversas

i) Dominio de f^{-1} = rango de f.
ii) Rango de f^{-1} = dominio de f.
iii) $y = f(x)$ equivale a $x = f^{-1}(y)$.
iv) Una función inversa f^{-1} es uno a uno.
v) La inversa de f^{-1} es f, esto es, $(f^{-1})^{-1} = f$.
vi) La inversa de f es única.

EJEMPLO:

Dada la función UNO A UNO $f(x) = \frac{1}{4x-3}$ determine:

a. El dominio de f(x)
b. La función inversa.
c. El dominio y el rango de f^{-1}

SOLUCIÓN:

a. El dominio de f(x)

4x – 3 = 0 4x=3 x= 3/4

D: R - $\{\frac{3}{4}\}$

b. Función inversa.

$y = f(x) = \frac{1}{4x-3}$

$x = \frac{1}{4y-3}$ Cambiamos las variables de posición.

Se despeja y.

$x(4y - 3) = 1$

$4y - 3 = \frac{1}{x}$

$4y = \frac{1}{x} + 3$

$4y = \frac{1 + 3x}{x}$

$y = \frac{1 + 3x}{4x}$

$f^{-1}(x) = \frac{1 + 3x}{4x}$

c. El dominio y el rango de f^{-1}

D: R - {0}
R: R - $\{\frac{3}{4}\}$

Afianzamiento de conceptos: se recomienda ver el siguiente video:

https://www.youtube.com/watch?v=TxRpKrQJsdw

ACTIVIDAD # 2

Dadas las funciones UNO A UNO:

$f(x) = -2x + 6$

$f(x) = -2x + 1$

$f(x) = x^3 + 2$

$f(x) = 1 - x^3$

$f(x) = 2 - \sqrt{x}$

$f(x) = \sqrt{x - 7}$

$f(x) = \dfrac{1}{2x - 1}$

$f(x) = \dfrac{2}{5x + 8}$

Determine:

a. El dominio de f(x)
b. La función inversa.
c. El dominio y el rango de f^{-1}