

|   |  |           |       |            |       |
|---|--|-----------|-------|------------|-------|
|  | <b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN</b> |           |       |            |       |
|   | NOMBRE ALUMNA:                               |           |       |            |       |
|   | ÁREA / ASIGNATURA: Matemática                |           |       |            |       |
|   | DOCENTE: ÉDISON MEJÍA MONSALVE               |           |       |            |       |
|   | PERIODO                                      | TIPO GUÍA | GRADO | Nº         | FECHA |
| I   | APRENDIZAJE                                  | 11º       | 5     | 18/04/2022 |       |

### INDICADOR DE DESEMPEÑO

- *Soluciona diferentes tipos de inecuaciones con valor absoluto, para aplicar los respectivos teoremas.*
- *Soluciona correctamente las actividades propuestas por el profesor.*

## INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

**Recuerda que** el valor absoluto de un número  $a$ , notado  $|a|$  siempre es positivo ó como mínimo 0. Ejemplo:  $|-3| = 3$ ,  $|3| = 3$  y  $|0| = 0$ ; por lo tanto siempre será válida la siguiente definición:

$$|x| \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

Inicias hoy el estudio de las inecuaciones con valor absoluto; para resolverlas existen unas propiedades por medio de las cuales tú puedes suprimir el valor absoluto resultando ecuaciones e inecuaciones sencillas que ya tú has aprendido a manejar.

### • **Inecuaciones de la forma $|f(x)| < \text{Algo}$**

Sean  $f(x)$  y  $g(x)$  dos funciones ó expresiones que contienen la variable  $x$ , tenemos que:

**Propiedad 1 (P1):**  $|f(x)| < a, \quad a > 0 \Leftrightarrow -a < f(x) < a$  y se soluciona la inecuación doble

**Nota:** Si  $a < 0$  significa que es un número negativo y la desigualdad no tiene solución.

**Propiedad 2 (P2):**  $|f(x)| < g(x) \Leftrightarrow -g(x) < f(x) \quad \text{y} \quad f(x) < g(x) \quad \text{y} \quad g(x) > 0$

Resultan tres inecuaciones y la solución total es la intersección de las soluciones de cada una de estas inecuaciones.

**Propiedad 3 (P3):**  $|f(x)| < |g(x)| \Leftrightarrow f(x)^2 < g(x)^2$ , se desiguala a cero, se factoriza la diferencia de cuadrados, se reúnen los términos semejantes en cada paréntesis y se resuelve como la polinómica.

**NOTA:** Si tuviera  $\leq$  entonces a todas las desigualdades se les coloca el  $=$ .

• **Inecuaciones de la forma  $|f(x)| > \text{Algo}$ .**

Sean  $f(x)$  y  $g(x)$  dos funciones ó expresiones que contienen a la variable  $x$ , tenemos que :

**Propiedad 4 (P4):**  $|f(x)| > a, a > 0 \Leftrightarrow f(x) > a \text{ ó } f(x) < -a$

Resultan dos inecuaciones que se resuelven y luego la solución de cada inecuación se une y el resultado es la solución de la inecuación planteada.

**Propiedad 5 (P5):**  $|f(x)| > |g(x)| \Leftrightarrow f(x)^2 > g(x)^2$  se desiguala a cero, se factoriza la diferencia de cuadrados, se reúnen los términos semejantes en cada paréntesis y se resuelve como la polinómica.

1. **OBSERVO Y ANALIZO** detenidamente los siguientes ejemplos, aplicando los teoremas anteriores.

Resuelvo para  $X$  las siguientes inecuaciones.

a.  $|3X - 2| \leq -5$

Analizando la nota de la P1 puedo observar que dicha inecuación no tiene solución, es decir: **Sin**  
 $= \emptyset$

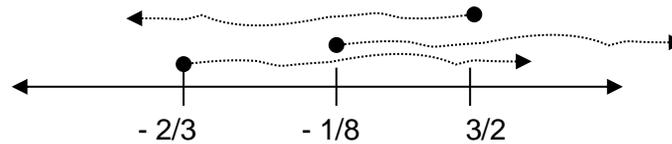
b.  $|5X - 1| \leq 3X + 2$

Aplicando la P2 obtengo que:  $-(3x+2) \leq 5x-1$  y  $5x-1 \leq 3x+2$  y  $3x+2 \geq 0$

$$\Rightarrow -3x-2 \leq 5x-1 \text{ y } 5x-1 \leq 3x+2 \text{ y } 3x+2 \geq 0$$

$$\Rightarrow -3x - 5x \leq -1 + 2 \text{ y } 5x - 3x \leq 2 + 1 \text{ y } 3x \geq -2 \Rightarrow -8x \leq 1 \text{ y } 2x \leq 3 \text{ y } x \geq -2/3$$

$\Rightarrow 8x \geq -1$  y  $x \leq 3/2$  y  $x \geq -2/3 \Rightarrow x \geq -1/8$  y  $x \leq 3/2$  y  $x \geq -2/3$ . Ubicando en la recta estos valores para mirar la intersección de los tres intervalos tengo:



Luego la intersección de las tres es la solución, es decir: **Sln :**  $\boxed{[-1/8, 3/2]}$

c.  $|2X - 1| < |X + 2|$

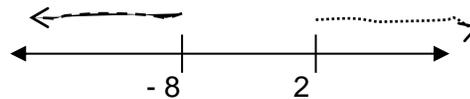
Si analizo la forma del ejercicio me doy cuenta que es necesario aplicar la P3 para solucionarla, y mediante esta propiedad obtengo:

$(2x - 1)^2 < (x + 2)^2 \Rightarrow (2x - 1)^2 - (x + 2)^2 < 0 \Rightarrow (2x - 1 + x + 2)(2x - 1 - x - 2) < 0 \Rightarrow (3x + 1)(x - 3) < 0$ , luego resolviéndola como polinómica y haciendo la recta con los signos obtengo como solución:

**Sln :**  $\boxed{(-1/3, 3)}$

d.  $|X + 3| > 5$

Toma la forma de P4, por lo tanto me queda que :  $x + 3 > 5$  ó  $x + 3 < -5 \Leftrightarrow x > 2$  ó  $x < -8$ . Ubicando en la recta los despejes para mirar su unión me queda:



La solución será la unión de estos intervalos ó sea: **Sln =**  $x \in (-\infty, -8) \cup (2, +\infty)$ .

e.  $|X - 3| \geq |2X + 3|$

Toma la forma de la P5 y resulta:  $(x - 3)^2 \geq (2x + 3)^2$ , luego hago las operaciones indicadas y resulta una ecuación polinómica, la cuál resuelvo (como yo ya sé) y obtengo que su solución es:

**Sln =**  $x \in [-6, 0]$

## ACTIVIDAD

Hallar la solución de las siguientes inecuaciones con valor absoluto, en caso de requerirlo se anexan algunas direcciones electrónicas que le pueden ayudar a alcanzar su objetivo.

a.  $|3x - 2| \leq 2/5$  (Me apoyo en el video: <https://www.youtube.com/watch?v=qciUZ4Xev5c>)

b.  $|5 - 7x| > 6$  (Me apoyo en el ejemplo d de esta guía y en el video:

<https://www.youtube.com/watch?v=Bfb0efPKb-0>)

c.  $|4x - 7| \leq 3x$  (Me apoyo en el ejemplo b de esta guía y en el video:

<https://www.youtube.com/watch?v=UXD3wtRvi0E>)

d.  $|3X + 2| \leq |5X - 4|$  (Me apoyo en el ejemplo c de esta guía).

***“NADA SE OLVIDA MÁS DESPACIO QUE UNA OFENSA  
Y NADA MÁS RÁPIDO QUE UN FAVOR”***