INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
NOMBRE ALUMNA:				
AREA :	MATEMÁTICAS			
ASIGNATURA:	GEOMETRÍA			
DOCENTE:	JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO			
TIPO DE GUIA:	DE APRENDIZAJE			
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION
1	10	2	Febrero 7 de 2022	3 unidades

INDICADORES DE DESEMPEÑO

1. Reconoce y aplica la expresión matemática de la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, resolviendo problemas de áreas y perímetros.
2. Muestra buena disposición y actitud en las clases y cumple oportunamente con sus compromisos académicos.

¿QUÉ VOY A APRENDER?...

LA DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS Y SUS APLICACIONES.

La geometría que vamos a trabajar ahora en décimo es la "geometría analítica". Su objetivo principal se centra en crear representaciones visuales de los conceptos matemáticos, mediante la utilización de sistemas de coordenadas. Históricamente este proceso fue iniciado por Renato Descartes (1596 – 1650), quien estableció una correspondencia uno a uno entre puntos y números reales, llegando a un sistema de coordenadas rectangulares llamado plano cartesiano rectangular (el cuál estudiaste en la guía anterior) y el cuál hizo posible la aplicación de los métodos algebráicos en la geometría.
La geometría analítica se ocupa de dos problemas fundamentales:

- Dada una ecuación hallar el lugar geométrico que representa y determinar sus diferentes elementos y/o parámetros.
- Dado un lugar geométrico definido por determinadas condiciones, hallar su ecuación matemática.

Para abordar el estudio de la geometría analítica es de gran importancia tener claro el buen manejo del plano cartesiano así como algunos conceptos básicos que se manejarán en el estudio del presente núcleo como lo son el desplazamiento de figuras en el plano cartesiano rectangular (estudiado en la guía anterior) y la distancia entre puntos con sus respectivas aplicaciones.

¿QUÉ ESTOY APRENDIENDO?...

- **Distancia entre dos puntos ubicados en el plano cartesiano rectangular.**

Sean los dos puntos: A (X_1, Y_1) y B (X_2, Y_2) ubicados en el plano cartesiano rectangular. La distancia **D = $\overline{\textbf{AB}}$** entre dichos puntos se calcula mediante la siguiente expresión matemática o fórmula:

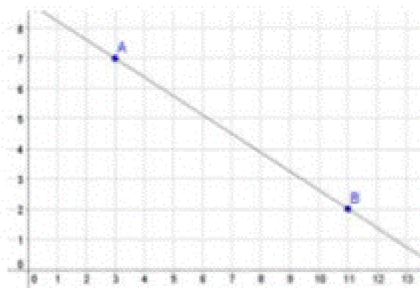
$$D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

Esta fórmula es la misma que se emplea para hallar la longitud o medida de un segmento cuando se conocen sus extremos A (X_1, Y_1) y B (X_2, Y_2).

Veamos algunos ejemplos:

1. Encuentre la distancia entre los puntos: A (3, 7) y B (11, 2)

La gráfica de los puntos es la mostrada en la figura, ahora vamos a calcular la distancia entre ellos. Se usa la fórmula:



$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

Ahora vamos a sustituir valores:

x_1 y_1 x_2 y_2

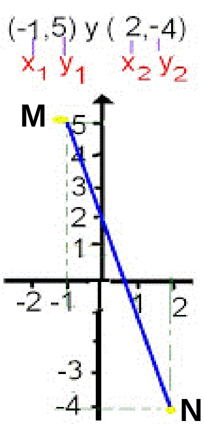
A (3, 7) B (11, 2)

$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{(3 - 11)^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{64 + 25} = \sqrt{89} = 9.43$$

2. Los extremos de un segmento están dados por los puntos: M (- 1, 5) y N (2, - 4). Halla su longitud.

Solución: Primero hagamos la gráfica para hacernos una idea de la situación:



Distancia

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 - (-1))^2 + (-4 - 5)^2}$$

$$d = \sqrt{(2 + 1)^2 + (-4 - 5)^2}$$

$$d = \sqrt{(3)^2 + (-9)^2}$$

$$d = \sqrt{9 + 81}$$

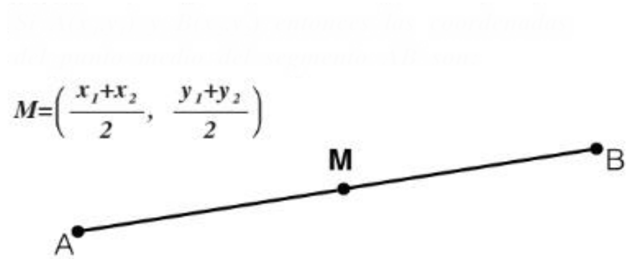
$$d = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

RETO: **¡Tú me ayudarás con la siguiente situación!:** La vivienda de Valentina Salazar está ubicada en el punto P (2, - 3) y la casa de Isabela Cárdena está ubicada en el punto Q (- 5, - 6). Paulina vive en una casa situada en el punto R (- 4, 3) y quiere visitar (con todos los protocolos de bioseguridad) a Valentina y a Isabela. Susana afirma que Paulina vive más retirada de Valentina que de Isabela. Dime tú si Susana tiene o no la razón y por qué?.

- ## Coordenadas del punto medio de un segmento.

El punto medio de un segmento es el punto que **equidista** de los dos extremos del segmento, es decir, es el punto que está a igual distancia de los extremos del segmento.

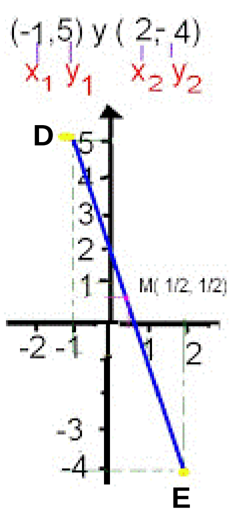
Sean los puntos A (x_1, y_1) y B (x_2, y_2) extremos del segmento **AB ,** y sea M (x, y) el punto medio de dicho segmento. Las coordenadas de dicho punto medio se calculan mediante las siguientes expresiones:



$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \qquad y \qquad y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

Observa estos ejemplos:

1. Un segmento tiene como extremos los puntos D (- 1, 5) y E (2, - 4). Halla las coordenadas de su punto medio.



PTO. MEDIO

$$M\left(\frac{X_1 + X_2}{2}, \frac{Y_1 + Y_2}{2}\right)$$

$$M\left(\frac{-1 + 2}{2}, \frac{5 - 4}{2}\right)$$

$$M\left(1/2, 1/2\right)$$

2. Determina las coordenadas del punto medio del segmento formado por los puntos S (1/2, - 7) y T (3, - 3/5).

$$* \; S\left(\underset{x_1}{\tfrac{1}{2}}, \underset{y_1}{-7}\right) \text{ y } T\left(\underset{x_2}{-3}, \underset{y_2}{3/5}\right)$$

Sea el punto medio: $M(x, y)$, entonces:

$$\odot\; x = \frac{x_1 + x_2}{2} \rightarrow x = \frac{\frac{1}{2} + (-3)}{2} \rightarrow x = \frac{\frac{1}{2} - \frac{3}{1}}{2}$$

$$x = \frac{\frac{1-6}{2}}{2}$$

$$x = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{2}{1}}$$

$$\underline{x = -\frac{5}{4}}.$$

$$\odot\; y = \frac{y_1 + y_2}{2} \rightarrow y = \frac{-\frac{7}{1} + \frac{3}{5}}{2} \rightarrow y = \frac{-\frac{35+3}{5}}{2}$$

$$y = \frac{-\frac{32}{5}}{\frac{2}{1}} \rightarrow y = -\frac{32}{10}$$

$$\underline{y = -\frac{16}{5}}.$$

Luego el punto medio es: $\boxed{M\left(-\frac{5}{4}, -\frac{16}{5}\right)}$

3. Si las coordenadas del punto medio del segmento BH es M (- 3, - 2); calcula las coordenadas del extremo B sabiendo que el extremo H tiene como coordenadas el punto (8,12)

$$* \; M(\underset{x}{-3}, \underset{y}{-2}), \; H(\underset{x_1}{8}, \underset{y_1}{12}), \; B = ? \Rightarrow B(x_2, y_2)$$

$$\odot\; x = \frac{x_1 + x_2}{2} \rightarrow -\frac{3}{1} = \frac{8 + x_2}{2} \rightarrow -6 = 8 + x_2$$

$$-6 - 8 = x_2$$

$$-14 = x_2 \rightarrow \underline{x_2 = -14}$$

$$\odot\; y = \frac{y_1 + y_2}{2} \rightarrow -\frac{2}{1} = \frac{12 + y_2}{2}$$

$$-4 = 12 + y_2 \rightarrow -4 - 12 = y_2 \rightarrow -16 = y_2$$

$$\underline{y_2 = -16}$$

Luego el extremo B es: $\boxed{B(-14, -16)}$

RECUERDA QUE:

1. Un triángulo escaleno es aquél que tiene los tres lados desiguales.
2. Un triángulo isósceles es aquél que tiene dos lados iguales y uno desigual.
3. Un triángulo equilátero es aquél que tiene los tres lados iguales
4. Para saber si un triángulo es rectángulo, primero se deben hallar las medidas de sus tres lados (aplicando la fórmula de distancia entre cada par de puntos); luego tomamos el lado mayor como si fuese la hipotenusa y los otros dos lados como catetos y finalmente miramos si se cumple el teorema de Pitágoras; si sí se cumple es rectángulo de lo contrario no.

¿ Qué aprendí?

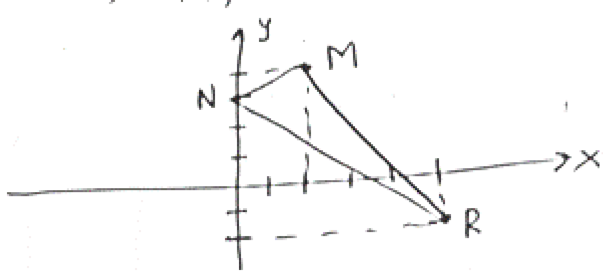
APLICACIONES DE ESTAS FÓRMULAS:

...Y AHORA UN APORTE DE MI PROFE.

Con toda tu atención observa y analiza la explicación que hará el profe de los siguientes ejercicios propuestos:

1. Dados los puntos M (2, 4), N (0, 3) y R (5, -2).
   a. Verifica que corresponden a los vértices de un triángulo escaleno.

$M(2,4)$, $N(0,3)$, $R(5,-2)$



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

a) Hallemos la medida de sus lados:

* $\overline{MN} = ?$; $M(\underset{x_1}{2},\underset{y_1}{4})$; $N(\underset{x_2}{0},\underset{y_2}{3})$

$\overline{MN} = \sqrt{(0-2)^2 + (3-4)^2} \rightarrow \overline{MN} = \sqrt{5}$

$$D = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$$

* $\overline{NR} = ?$; $N(\underset{x_1}{0},\underset{y_1}{3})$, $R(\underset{x_2}{5},\underset{y_2}{-2})$

$\overline{NR} = \sqrt{(5-0)^2 + (-2-3)^2} \rightarrow \overline{NR} = \sqrt{50} \rightarrow \overline{NR} = \sqrt{25 \times 2} \rightarrow \overline{NR} = 5\sqrt{2}$

* $\overline{MR} = ?$; $M(\underset{x_1}{2},\underset{y_1}{4})$, $R(\underset{x_2}{5},\underset{y_2}{-2})$

$\overline{MR} = \sqrt{(5-2)^2 + (-2-4)^2} \rightarrow \overline{MR} = \sqrt{45} \rightarrow \overline{MR} = \sqrt{9 \times 5} \rightarrow \overline{MR} = 3\sqrt{5}$

(x) Como los tres lados son diferentes el triángulo es escaleno

b. Verifica que el triángulo es rectángulo.

Para ser rectángulo debe tener un lado con mayor medida que los otros dos lados y este se supone que es la hipotenusa y por lo tanto los otros dos lados tendrán que ser los catetos. Por lo tanto tenemos que analizar que si lo que supusimos es cierto y para ello es necesario mirar si el triángulo cumple el **teorema de Pitágoras**:

Los lados encontrados fueron: $\overline{MN} = \sqrt{5}$, $\overline{NR} = 5\sqrt{2}$ y $\overline{MR} = 3\sqrt{5}$

(x) hipotenusa $= 5\sqrt{2}$ (el lado Mayor)
Catetos: $\sqrt{5}$ y $3\sqrt{5}$.
$hip^2 = c_1^2 + c_2^2 \rightarrow (5\sqrt{2})^2 \stackrel{?}{=} (\sqrt{5})^2 + (3\sqrt{5})^2$
$25(2) \stackrel{?}{=} 5 + 9(5) \rightarrow \underline{50 = 50} \Rightarrow$ Es rectángulo porque cumple el teorema de Pitágoras.

Luego de los resultados obtenidos en los literales a. y b. podemos concluir que el triángulo dado es escaleno y rectángulo.

c. Determina su perímetro.

El perímetro es la suma de la medida de sus lados, es decir:

Perímetro = $\overline{MN} + \overline{MR} + \overline{NR}$

$P = \sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$

$P = 4\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$ Perímetro.

...Y AHORA REALIZO CON MUCHO JUICIO LA SIGUIENTE ACTIVIDAD EN MI CASITA.

1. Dados los puntos: $A(7,3)$ y $B(-1,5)$ Determino:
   a. La distancia entre ellos (o sea la longitud del segmento que forman).
   b. Las coordenadas del punto medio.

2. El punto Q (2, - 4) es el punto medio del segmento RT. Hallar las coordenadas del extremo R sabiendo que las coordenadas del extremo T es el punto (6, 5).

3. Los vértices de un triángulo son los puntos A (1, 1), B (3, 5) y C (4, 2).
   a. Comprueba que corresponde a un triángulo rectángulo e isósceles.
   b. Determina el perímetro de dicho triángulo.

RESPUESTAS.

1. a. $\sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ b. (3, 4)

2. (- 2, - 13)

3. $2\sqrt{10} + \sqrt{20} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{5}$

"Nunca dejes de aprender
porque la vida nunca
deja de enseñarte"