

|   |  |       |                                       |            |          |
|---|--|-------|---------------------------------------|------------|----------|
|  | <b>INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION</b> |       |                                       |            |          |
|   | NOMBRE ALUMNA:                               |       |                                       |            |          |
|   | AREA :                                       |       | MATEMÁTICAS                           |            |          |
|   | ASIGNATURA:                                  |       | GEOMETRÍA                             |            |          |
|   | DOCENTE:                                     |       | JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO |            |          |
|   | TIPO DE GUIA:                                |       | CONCEPTUAL - EJERCITACION             |            |          |
|   | PERIODO                                      | GRADO | N°                                    | FECHA      | DURACION |
| 2   | 10°  | 4     | MAYO 2 DE 2022                        | 2 UNIDADES |          |

### INDICADORES DE DESEMPEÑO

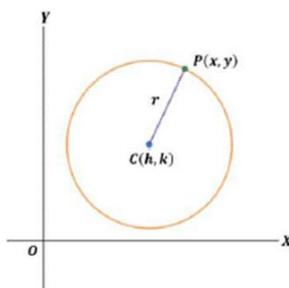
- ✓ Emplea algunos parámetros dados de la circunferencia para obtener su ecuación canónica en ejercicios prácticos.
- ✓ Muestra interés y buena actitud al realizar oportuna y correctamente las actividades y consultas que se le asignan.

## ¿QUÉ VOY A APRENDER?...

### LA CIRCUNFERENCIA: Ecuación canónica

- ★ **DEFINICIÓN:** Es el lugar geométrico de un punto que se mueve en el plano de tal manera que su distancia a un punto fijo es siempre constante

El punto fijo se llama **CENTRO** y se representa como **(h, k)** y la distancia constante recibe el nombre de **RADIO** y se representa con la letra **r**.



- ★ **ECUACIÓN CANÓNICA U ORDINARIA DE LA CIRCUNFERENCIA:**

Dado el centro (h, k) y el radio (r) de una circunferencia su ecuación canónica, estándar u ordinaria está dada por la expresión:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

Si el centro de la circunferencia es (0, 0) (origen de coordenadas), su ecuación será:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

**OBSERVACIÓN IMPORTANTE:** Siempre que conozcamos la ecuación canónica de la circunferencia, podemos obtener directamente las coordenadas del centro y la medida del radio, así: **el valor de la h** del centro es el número que suma o resta con x pero **con signo contrario**; **el valor de la k** es el número que suma o resta con y pero **con signo contrario**. El valor del radio será la raíz cuadrada del número que hay después del igual.

Vamos a trabajar la circunferencia desde las dos situaciones siguientes:

1. Dada la ecuación canónica hallar sus elementos o algunos parámetros de ella como el centro, radio, diámetro, área, longitud.
2. Dados algunos parámetros o condiciones hallar su ecuación canónica.

### *Veamos un ejemplo de la primera situación:*

Determina el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 36$$

#### **Solución**

Observamos que la ecuación es de la forma  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ , donde

$$(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 36 \text{ se puede reescribir así: } (x - 5)^2 + (y - (-3))^2 = 36$$

Entonces  $h = 5, k = -3$  y  $r^2 = 36$ , luego  $r = \sqrt{36} = 6$

Por lo tanto el centro es el punto C (5, -3) y el radio es r = 6.

### *¿QUÉ ESTOY APRENDIENDO?...*

**MI PROFE ME ORIENTA**, y te puedes apoyar en el siguiente video del profe ALEX: <https://www.youtube.com/watch?v=jk9V5OkJIAg>

Observa con mucha atención las siguientes ecuaciones y analiza la forma como tu profesor encuentra las coordenadas del centro de cada una de ellas, así como el valor de la longitud de la circunferencia y del área del círculo que se forma.

- a.  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 144$
- b.  $(2x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 9$
- c.  $(x + 3/2)^2 + (y - 4/5)^2 = 3$



## NOTAS DE INTERÉS:

1. El diámetro de una circunferencia es el doble del radio.
2. El centro de una circunferencia es el punto medio de los extremos de un diámetro.
3. Una recta es tangente a una circunferencia cuando la toca en un solo punto.
4. El radio siempre es perpendicular a la tangente en el punto de tangencia.
5. Dos circunferencias son concéntricas cuando tienen el mismo centro.
6. **Dada la ecuación canónica de una circunferencia y un punto cualquiera se puede presentar uno de los siguientes casos:**
  - a. Que el punto esté en la circunferencia: En este caso si se reemplaza a  $x$  y a  $y$  en la ecuación de la circunferencia por el punto se debe cumplir la igualdad.
  - b. Que el punto esté exterior a la circunferencia: En este caso si se reemplaza a  $x$  y a  $y$  en la ecuación de la circunferencia por el punto el resultado debe ser mayor que  $r^2$ .
  - c. Que el punto esté interior a la circunferencia: En este caso si se reemplaza a  $x$  y a  $y$  en la ecuación de la circunferencia por el punto el resultado debe ser menor que  $r^2$ .

*Veamos ahora cómo se halla la ecuación canónica cuando nos dan algunos parámetros o condiciones, analizando cada uno de los siguientes ejercicios que solucionará mi profe en la clase:*

- **Cuando conocemos el centro y el radio o el diámetro para hallar la ecuación:**

### **Ejemplo 1.**

Determinar la ecuación de la circunferencia con centro en  $C(-3,2)$  y radio 5.

#### **Solución**

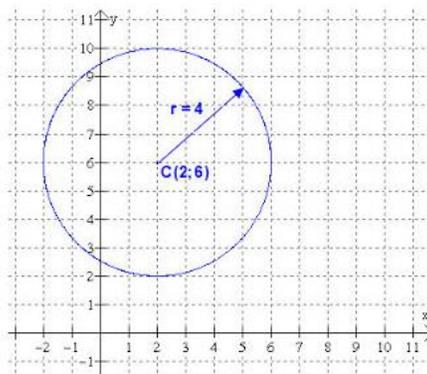
Para este caso  $h = -3$  y  $k = 2$ , el radio  $r = 5$ , aplicando la ecuación, se tiene:

$$\begin{aligned} (x - h)^2 + (y - k)^2 &= r^2 \\ (x - (-3))^2 + (y - (2))^2 &= 5^2 \\ (x + 3)^2 + (y - 2)^2 &= 25 \end{aligned}$$

Luego la ecuación es:  $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 25$

### **Ejemplo 2.**

Encuentra la ecuación canónica de la circunferencia mostrada en la gráfica:



Solución:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Aquí:  $h = 2$  ,  $k = 6$  ,  $r = 4$

Luego la ecuación es:  $(x - 2)^2 + (y - 6)^2 = 16$

### Ejemplo 3.

Halla la ecuación de la circunferencia cuyo centro es el punto  $(0, -3/2)$  y cuyo diámetro mide  $4\sqrt{3}$ .

Solución:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

Aquí:  $h = 0$  ,  $k = -3/2$  ,  $d = 4\sqrt{3} \rightarrow r = \frac{4\sqrt{3}}{2} \rightarrow r = 2\sqrt{3}$

$$(x - 0)^2 + (y + 3/2)^2 = (2\sqrt{3})^2$$

Luego la ecuación es:  $x^2 + (y + 3/2)^2 = 12$

- Cuando conocemos el centro y un punto por donde pasa la Circunferencia

### Ejemplo 4:

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro  $C(4,-1)$  y que pasa por el punto  $P(-1,3)$   
 $h, k$   $x, y$

Solución:  $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$

$$(-1 - 4)^2 + (3 + 1)^2 = r^2$$

$$(-5)^2 + (4)^2 = r^2$$

$$41 = r^2$$

Luego la ecuación es:  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 41$

**Ejemplo 5:**

Determina la ecuación canónica de la circunferencia cuyo centro es el punto C (- 2, - 3) y que pasa por el punto R (2, - 6).  
 $x, y$   $h, k$

**Solución:**

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(2 + 2)^2 + (-6 + 3)^2 = r^2$$

$$(4)^2 + (-3)^2 = r^2$$

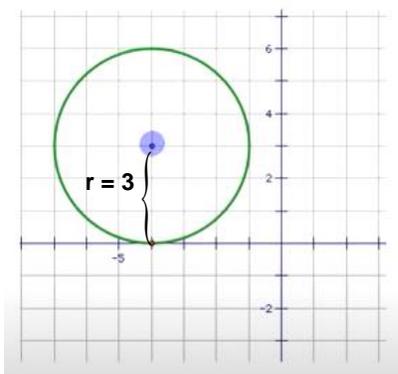
$$25 = r^2$$

Luego la ecuación es:  $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$

- Cuando conocemos el centro y que es tangente a uno de los ejes coordenados (x o y).

**Ejemplo 6:**

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro en (-4, 3) y tangente al eje x.

**Solución:**

Observemos que  $r = |k| \rightarrow r = |3| \rightarrow r = 3$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

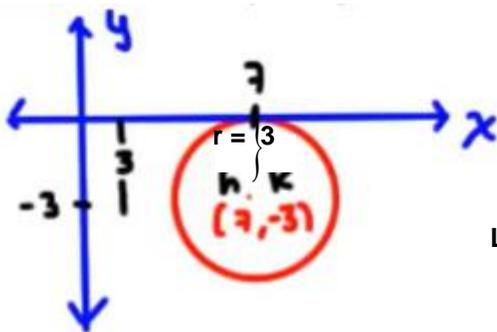
Entonces:  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 3^2$

Luego la ecuación es:  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 9$

**Ejemplo 7:**

Encuentre la ecuación de la circunferencia con centro  $(7, -3)$ , la cual es tangente al eje  $x$ .

**Solución:**



Obtenemos que  $r = |k| \rightarrow r = |-3| \rightarrow r = 3$

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

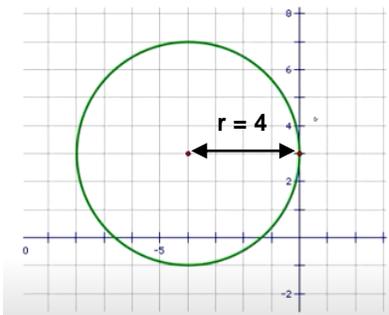
Entonces:  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 3^2$

Luego la ecuación es:  $(x - 7)^2 + (y + 3)^2 = 9$

**Ejemplo 8:**

Encontrar la ecuación de la circunferencia de centro en  $(-4, 3)$  y tangente al eje  $y$ .

**Solución:**



Observemos que  $r = |h| \rightarrow r = |-4| \rightarrow r = 4$

Entonces:  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 4^2$

Luego la ecuación es:  $(x + 4)^2 + (y - 3)^2 = 16$

**CONCLUSIONES IMPORTANTES:**

1. Cuando una recta sea tangente al eje  $X$  el radio es:  $r = |k|$
2. Cuando una recta sea tangente al eje  $Y$  el radio es:  $r = |h|$

## ¿QUÉ APRENDÍ?...

### YO APORTO: MI TAREÍTA

- Cuando conocemos dos puntos como extremos de un diámetro.

Observo y analizo cuidadosamente los dos videos siguientes. Te recomiendo que tomes nota en tu cuaderno del ejercicio desarrollado en cada video por el profesor.

<https://www.youtube.com/watch?v=Spr3-obdqos>

<https://www.youtube.com/watch?v=3LfdENd-II>



### MI TAREÍTA ES LA SIGUIENTE:

CON BASE EN ESTOS DOS VIDEOS VISTOS SOLUCIONO LA SIGUIENTE SITUACIÓN:

Los extremos de un diámetro de una circunferencia son los puntos: R (3, - 2) y T (1, - 4).

**Determino:**

1. Las coordenadas de su centro.
2. La medida de su radio.
3. Su ecuación canónica.
4. Su ecuación general.
5. Hago la gráfica exacta de la circunferencia.

Lo puedo realizar y entregar con otra compañerita.

En clase mi profe me dirá la fecha de entrega.

"La verdadera amistad es aquella  
que conoce el valor del respeto  
y la sinceridad"