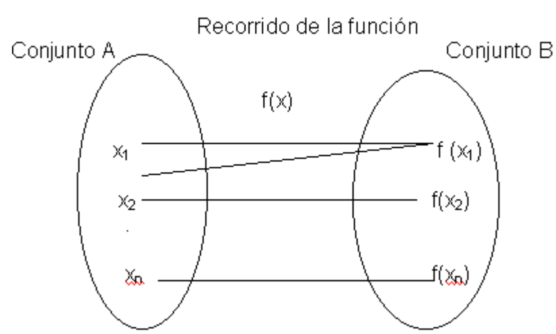
INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA PRESENTACIÓN					
NOMBRE ALUMNA:					
ÁREA / ASIGNATURA: Matemática					
DOCENTE: ÉDISON MEJÍA MONSALVE					
PERIODO	TIPO GUÍA	GRADO	N°	FECHA	DURACIÓN
II	APRENDIZAJE	11°	6	2/05/2022	

INDICADOR DE DESEMPEÑO

Realiza operaciones entre funciones reales para aplicar sus propiedades.

Definición de función:

Una función f es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento x de un conjunto A exactamente un elemento y, llamado también f(x), de un conjunto B.



Dominio de una función:

El dominio de una función f es el mayor subconjunto del conjunto de números reales para los que f(x) es un número real.

Rango de una función:

El rango de una función f es el conjunto de todos los valores posibles de f(x) conforme x varia en todo el dominio.

Si tenemos la expresión **$W = 3x^2 – 5x + 1$**, decimos que W es una función de x porque el valor de W depende del valor que se le dé a x y escribimos **$W = f(x)$** y se lee: "W es función de x".

Las funciones surgen siempre que una cantidad depende de otra, así por ejemplo, sabemos que el área **A** de un cuadrado depende de su lado **L** y se relacionan mediante la expresión **$A = L^2$**, y para cada valor de L existe un valor de A y por lo tanto **$A = f(L)$** (A es una función de L).

El costo **C** de enviar una encomienda por Servientrega (por ejemplo), depende de su peso **P** y para cada peso P existirá un valor de C y por lo tanto **$C = f(P)$**.

Por ejemplo, nos dan la regla o función: **$Y = f(x) = 3x^2 + 5x – 2$**.

Obsérvese que cuando **$x = 1$**, a la función **$y = f(x)$** le corresponderá un valor así:

$$f(1) = 3(1)^2 + 5(1) – 2 \quad \rightarrow \quad f(1) = 6.$$

Esto significa que para $x = 1$ el valor de es $y = 6$ o que **$f(1) = 6$**, y se dice que 6 es la imagen de 1.

La forma general de una función real es **$Y = f(X)$**.

- **ÁLGEBRA DE FUNCIONES (Operaciones):** Algebraicamente las funciones se pueden sumar, restar, multiplicar y dividir de la misma manera que como se procede con los polinomios algebraicos.

En general: Definimos las operaciones entre funciones así:

Sean f y g dos funciones reales cualquiera, se define la suma, la resta, el producto y la división entre ellas así:

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f. g)(x) = f(x). g(x)$$

$$(f / g)(x) = f(x) / g(x) \; ; \; g(x) \neq 0$$

EJEMPLOS:

1. Sean: f(x) = 5x + 6 y g(x) = $3x^2$ – 4x + 8

a.

Encontrar (*f* + *g*)(*x*).
$(f+g)(x) = f(x)+g(x)$
$= (5x+6)+(3x^2-4x+8)$
$= 3x^2+5x-4x+6+8$
$= \underline{3x^2+x+14}$

b.

Encontrar (*g* – *f*)(*x*).
$(g-f)(x) = g(x)-f(x)$
$= (3x^2-4x+8)-(5x+6)$
$= 3x^2-4x+8-5x-6$
$= 3x^2-4x-5x+8-6$
$= \underline{3x^2-9x+2}$

2. Dadas $f(x) = 2x - 3$ y $g(x) = x + 1$, encuentra $(f \cdot g)(x)$.

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$= (2x-3)\cdot(x+1)$$

$$= 2x^2 + 2x - 3x - 3$$

$$= \underline{2x^2 - x - 3}$$

3. Dadas: $h(n) = 2n - 1$ y $j(n) = n + 3$.

Encontremos $\left(\frac{j}{h}\right)(n)$.

Por definición, $\left(\frac{j}{h}\right)(n) = \frac{j(n)}{h(n)}$.

$$= \underline{\frac{n+3}{2n-1}}$$

4. Sean: $f(x) = 12x^3 + 15x^2 - 6x$ y

$g(x) = 3x$

Encontrar $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} \\
&= \frac{12x^3 + 15x^2 - 6x}{3x}, \\
&= \frac{3x(4x^2 + 5x - 2)}{3x} \\
&= 1 \cdot (4x^2 + 5x - 2) \\
&= \underline{4x^2 + 5x - 2},
\end{aligned}$$

5. Dadas las funciones:

$$f(x) = 8x^3 - 3x^2$$
$$g(x) = 4x^3 + 9x^2$$
$$h(x) = 3x^2$$

Encontrar $\left(\frac{f+g}{h}\right)(x)$.

$$\begin{aligned}
\left(\frac{f+g}{h}\right)(x) &= \frac{f(x)+g(x)}{h(x)} \\
&= \frac{(8x^3 - 3x^2) + (4x^3 + 9x^2)}{3x^2}, \quad x \neq 0 \\
&= \frac{8x^3 + 4x^3 + 9x^2 - 3x^2}{3x^2} \\
&= \frac{12x^3 + 6x^2}{3x^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{3x^2(4x+2)}{3x^2} \\
&= 1 \cdot (4x+2) \\
&= \underline{4x+2}
\end{aligned}$$

♦ FUNCIONES PARES E IMPARES

- **Una función es par** si al reemplazar a x por – x en la función dada, esta no cambia, es decir, la función que se obtiene es la misma función original.

  Matemáticamente: **Y = F(x) es par si F(- X) = F(X)**.

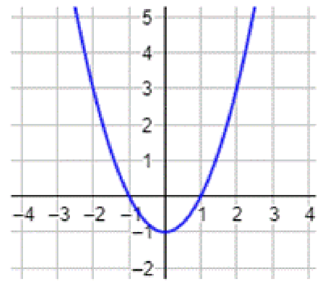
Ejemplo

La siguiente función es par:

$$f(x) = x^2 - 1$$

Demostración:

$$f(-x) = (-x)^2 - 1 = \\ = x^2 - 1 = \\ = f(x)$$



- **Una función es impar** si al reemplazar a x por – x en la función dada, esta cambia de signo, es decir, la función que se obtiene es la misma función original pero con signo contrario (y si es polinómica todos sus términos deben dar con signo contrario).

  Matemáticamente: **Y = F(x) es impar si F(- X) = - F(X)**.

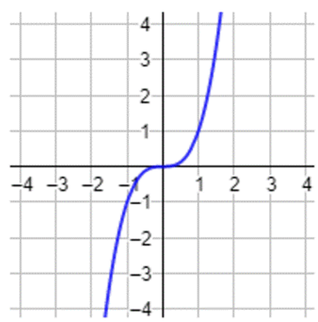
Ejemplo

La siguiente función es impar

$$f(x) = x^3$$

Demostración:

$$f(-x) = (-x)^3 = \\ = -x^3 = \\ = -f(x)$$



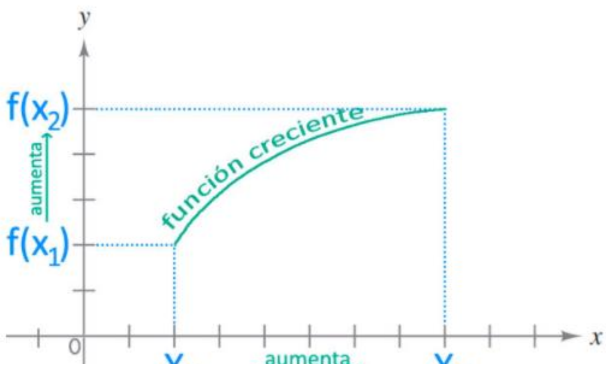
FUNCIONES CRECIENTES Y DECRECIENTES…

Función creciente

A medida que aumenta el valor de x, aumenta el valor de y. La definición es la siguiente: **una función es creciente en un intervalo si se cumple que:**

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) < f(x_1)$$

Veamos un ejemplo gráfico:

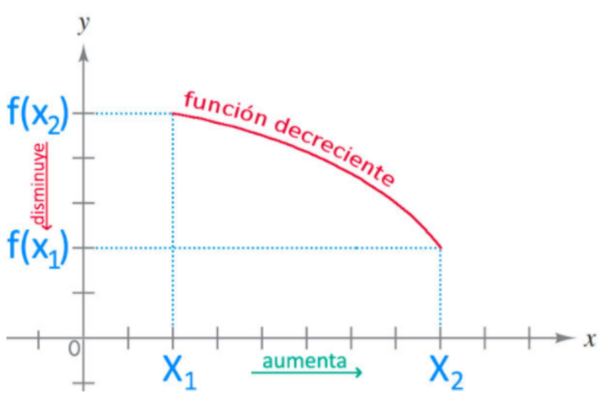


Función decreciente

A medida que aumenta el valor de x, disminuye el valor de y. La definición es la siguiente: **una función es decreciente en un intervalo si se cumple que:**

$$x_1 < x_2 \rightarrow f(x_1) > f(x_1)$$

Veamos un ejemplo gráfico:

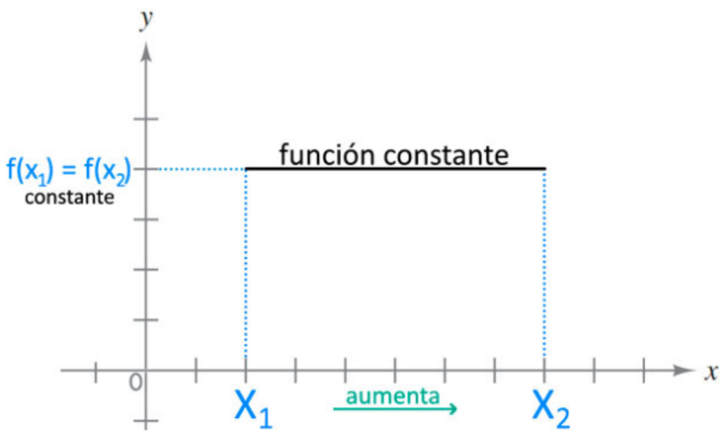


Función constante

A medida que aumenta el valor de x, se mantiene el mismo valor en y. La definición es la siguiente: **una función es constante en un intervalo si se cumple que:**

$$x_1 < x_2 \to f(x_1) = f(x_1)$$

Veamos un ejemplo gráfico:



- ## *COMPOSICIÓN DE FUNCIONES (Función compuesta)*

Sean f y g dos funciones reales cualquiera dadas, la **composición de funciones** (o **función compuesta**) **de f y g**, notada f○**g**, se define así:

$$\boxed{(f \circ g)(x) = f(g(x))}$$

De manera análoga, la composición de g y f será: (g○**f)(x) = g(f(x))**.

Ejemplo 1: Si $f(x) = 3x - 1$ y $g(x) = x^3 + 2$,

¿Qué es $f(g(x))$?

Solución

Si observamos la expresión $f(g(x))$, podemos ver que $g(x)$ es la entrada de la función f. Así que sustituyamos $g(x)$ donde aparece x en la función f.

$$f(x) = 3x - 1$$

$$f(g(x)) = 3(g(x)) - 1$$

Como $g(x) = x^3 + 2$, podemos sustituir $g(x)$ por $x^3 + 2$.

$$= 3(x^3 + 2) - 1$$

$$= 3x^3 + 6 - 1$$

$$= 3x^3 + 5$$

Ejemplo 2: Si $f(x) = 3x - 1$ y $g(x) = x^3 + 2$, entonces, ¿qué es $f(g(3))$?

Solución

Una forma de evaluar $f(g(3))$ es trabajar "de adentro hacia afuera". En otras palabras, evaluemos $g(3)$ primero, y después sustituyamos ese resultado en f para encontrar nuestra respuesta.

Evaluemos $g(3)$.

$$g(x) = x^3 + 2$$

$$g(3) = (3)^3 + 2 \qquad \text{Sustituye } x = 3.$$

Como $g(3) = 29$, entonces $f(g(3)) = f(29)$.

Ahora evaluemos $f(29)$.

$$f(x) = 3x - 1$$

$$f(29) = 3(29) - 1 \qquad \text{Sustituye } x = 29.$$

$$= 86$$

Así, tenemos $f(g(3)) = f(29) = 86$.

ACTIVIDAD 1: Observe detalladamente los ejercicios que resolverá su profesor en clase:

1. Si $f(x) = \sqrt{2x+5}$, calcula: a. f(- 2) b. f(0) c. f(- 5) d. $2f^2(7) + 3f^2(-1)$
2. Si $f(x) = \dfrac{x}{2x^3 - 1}$, calcula: a. f(-1/2) b. $f(\sqrt[3]{2})$
3. Si $g(x) = \begin{cases} 5 - 3x, & x \leq -3 \\ 2x^3 - 4, & -3 < x < 0 \\ |3x^2 - 7x|, & x > 0 \end{cases}$ Determina: *a.* $g(4)$ *b.* $g(-4)$ *c.* $g(0)$

4. Sean las funciones:

$$g(x) = 4x^2 - 7x + 2$$

$$h(x) = 2x - 5$$

Evalúa $(h - g)(3)$.

5. Dadas las funciones: $a(x) = 3x^2 - 5x + 2$ y $b(x) = x^2 + 8x - 10$.

Evalúa $(a + b)(-1)$.

6. Sean las funciones:

$$m(x) = x^2 - 3x$$

$$n(x) = x - 5$$

Evalúa $(m \cdot n)(-1)$.

7. Con las funciones:

$$p(r) = 5r - 2$$

$$q(r) = r + 2$$

Evalúa $\left(\frac{p}{q}\right)(4)$.

8. Sean: $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = \sqrt[3]{x - 5}$, $h(x) = 3x + 4$

Encuentra:

a. (h º f)(1) b. (h º g)(- 3) c. (f º g)(- 2) d. h[f(2)]

ACTIVIDAD 2.

1. Sea $f(x) = 4 + 3x - x^2$ determina:

   a. $f(-1)$ *b.* $f^3(-2) - 3f^2(2)$

2. Si $f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & x \leq -2 \\ 3x^2 - 2, & -2 < x < 1 \\ |3 - 2x|, & x \geq 1 \end{cases}$ hallar: $\dfrac{3f(-2) + f(-4).f(0)}{f(2)}$

3. Si $f(x) = \dfrac{1}{x^2+5}$ y $g(x) = \sqrt[3]{x-7}$, halla el valor de: $f(3\sqrt{2}) - 4g(-1)$

4. Dadas, $f(x) = \sqrt{x}$ y $g(x) = x^2 - 1$, hallar:

   a. f(g(1)) b. g(f(1)) c. f(g(0)) d. $f[g(-3) + f(16)]$

RESPUESTAS: 1. a. 0 b. – 324
2. 7
3. 185/23
4. a. 0 b. 0 c. No existe d. $\sqrt{12}$