	<b>INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION</b>				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		MATEMÁTICAS		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		De aprendizaje		
PERIODO	GRADO	N°	FECHA	DURACION	
2	10	5	Mayo 16 de 2022	8 períodos	

### INDICADORES DE DESEMPEÑO

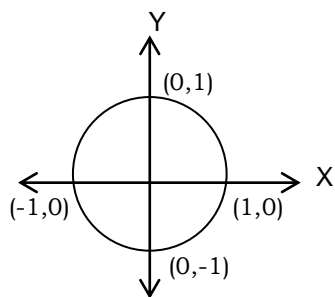
1. Reconoce los signos de las funciones trigonométricas y las expresiones del ángulo de referencia en los diferentes cuadrantes del plano cartesiano, para determinar el valor de expresiones trigonométricas en ejercicios dados.
2. Soluciona oportuna y correctamente las tareas y actividades académicas que se le asignan.

## LO QUE VOY A APRENDER...

### ÁNGULOS CUADRANTALES Y EL ÁNGULO DE REFERENCIA

**ÁNGULOS CUADRANTALES** son los ángulos de  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$  y  $360^\circ$  ( $0$ ,  $\pi/2$ ,  $\pi$ ,  $3\pi/2$  y  $2\pi$  rad respectivamente). Reciben el nombre de cuadrantales porque entre cada uno de ellos hay  $90^\circ$ .

Para calcular las funciones trigonométricas de estos ángulos hacemos uso del círculo trigonométrico (**función circular**) o círculo unitario cuyo centro es el punto  $(0,0)$  y su radio siempre es igual a 1. Al graficar el círculo trigonométrico nos interesa trabajar con los puntos donde el círculo corta a cada uno de los ejes:



Este círculo trigonométrico lo interpreto así:

- \* El punto  $(1,0)$  corresponde a los ángulos de  $0^\circ$  ó  $360^\circ$  ó  $-360^\circ$ .
- \* El punto  $(0,1)$  corresponde al ángulo de  $90^\circ$  ó  $-270^\circ$ .
- \* El punto  $(-1,0)$  corresponde al ángulo de  $180^\circ$  ó  $-180^\circ$ .
- \* El punto  $(0,-1)$  corresponde al ángulo de  $270^\circ$  ó  $-90^\circ$ .

La coordenada en X del punto es el coseno del respectivo ángulo y la coordenada en Y es el seno; así por ejemplo si nos piden el  $\text{Sen}90^\circ$  nos ubicamos en el punto correspondiente a  $90^\circ$  ( $0,1$ ) y la Y de dicho punto es el Seno o sea que  **$\text{Sen}90^\circ = 1$**  y la X es el coseno ó sea  **$\text{Cos}90^\circ = 0$** .

De acuerdo a este análisis tenemos que:

$$\text{Sen}0^\circ = 0 ; \text{cos}0^\circ = 1 ; \text{sen}90^\circ = 1 ; \text{cos}3\pi/2 = 0 ; \text{sen}180^\circ = 0 ; \text{cos}180^\circ = -1 ; \text{sen}360^\circ = 0$$

Podemos observar que del círculo sólo se obtienen los valores directamente de las funciones seno y coseno de los ángulos cuadrantales. Por lo tanto, para calcular las demás funciones de dichos ángulos hacemos uso de las **DEFINICIONES CIRCULARES** que son:

$\text{Tan}x = \text{sen}x / \text{cos}x$	$\text{Sec}x = 1 / \text{cos}x$
$\text{Cot}x = \text{cos}x / \text{sen}x$	$\text{Csc}x = 1 / \text{sen}x$

Así por ejemplo:  $\text{tan}0^\circ = \text{sen}0^\circ / \text{cos}0^\circ = 0 / 1 = 0 \rightarrow \text{tan}0^\circ = 0$

$$\text{csc}270^\circ = 1 / \text{sen}270^\circ = 1 / -1 = -1 \rightarrow \text{csc}270^\circ = -1$$

**CONCLUÍMOS** que si vamos a trabajar con los triángulos rectángulos es necesario emplear las razones trigonométricas y si vamos a trabajar con el círculo trigonométrico debemos emplear las definiciones circulares.

Tengamos en cuenta además que:  $0 / \# \neq 0 = 0$  y  $\# / 0$  no existe.

**OBSERVA** con mucha atención la manera como tu profe solucionará en clase el siguiente ejercicio:

Verifica que: 
$$\frac{\text{sen}^2 180^\circ \text{sen} 270^\circ - \text{csc}^2 90^\circ \text{sec}^3 180^\circ}{\text{cos}^2 180^\circ - \text{csc}^3 270^\circ + 3\text{Cos}^4 3\pi/2} = 1/2$$

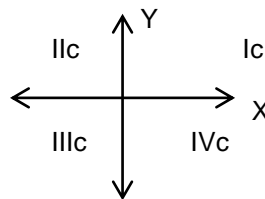
## LO QUE ESTOY APRENDIENDO...

### EL ÁNGULO DE REFERENCIA

Después de haber estudiado en el período anterior los ángulos notables y ahora los cuadrantales, pasas a continuación a estudiar la forma de hallar las funciones trigonométricas de ángulos mayores de  $90^\circ$  haciendo uso del ángulo de referencia. Para ello necesitarás de algunos conceptos nuevos que a lo largo del estudio responsable de la presente guía irás conociendo y aprenderás a manejar.

#### Funciones trigonométricas de ángulos entre $90^\circ$ y $360^\circ$ (ángulo de referencia)

Los dos ejes del plano cartesiano lo dividen en cuatro partes llamadas cuadrantes que se enumeran en sentido contrario a las manecillas del reloj (sentido positivo de los ángulos) partiendo siempre desde el semieje positivo de las Xs, así:



Ic: Primer cuadrante;

si  $\alpha \in Ic$  entonces  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$

IIc: Segundo cuadrante;

si  $\alpha \in IIc$  entonces  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$

IIIc: Tercer cuadrante;

si  $\alpha \in IIIc$  entonces  $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

IVc: Cuarto cuadrante;

si  $\alpha \in IVc$  entonces  $270^\circ < \alpha < 360^\circ$

Nuestro objetivo es el de hallar las funciones trigonométricas de ángulos comprendidos entre  $90^\circ$  y  $360^\circ$ , pero para ello es necesario tener en cuenta el signo de las funciones en cada uno de los cuadrantes. Las funciones trigonométricas son positivas en dos cuadrantes y negativas en los otros dos; la siguiente tabla nos muestra los signos de estas funciones en cada cuadrante (el profesor en clase explicará la forma de obtenerla y manejarla):

Función	Ic	IIc	IIIc	IVc
Sen y Csc	+	+	-	-
Cos y Sec	+	-	-	+
Tan y Cot	+	-	+	-

De la tabla puedes observar, por ejemplo, que las funciones seno y cosecante son positivas en el primer y segundo cuadrante y son negativas en el tercero y cuarto.

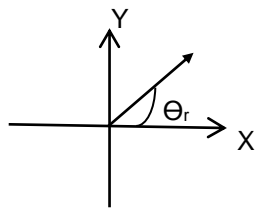
• **Ángulo en posición normal o canónica.**

Cuando ubicamos un ángulo en el plano cartesiano es necesario hacerlo en posición normal, es decir, que su lado inicial coincida con el semieje positivo de las Xs y su lado final esté en cualquier semieje o en cualquier cuadrante dependiendo de su valor. **Así por ejemplo** un ángulo de  $240^\circ$  tiene su lado inicial en el semieje positivo de las Xs y su lado terminal en el tercer cuadrante.

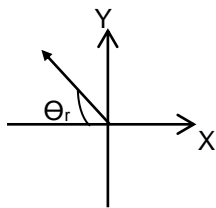
Para calcular las funciones trigonométricas de ángulos comprendidos entre  $90^\circ$  y  $360^\circ$  se emplea el ángulo de referencia.

- **Ángulo de referencia ( $\Theta_r$ ):** Es el **ángulo agudo** formado entre el eje X y el lado terminal del ángulo dado ubicado en posición normal.

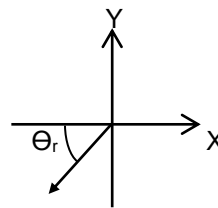
Sea Z el ángulo dado y sea  $\Theta_r$  el ángulo de referencia y observa las siguientes gráficas (que tu profesor en clase completará):



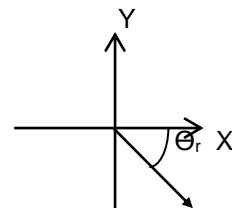
Prmier cuadrante



Segundo cuadrante



Tercer cuadrante



Cuarto cuadrante

De acuerdo a las gráficas anteriores puedes observar que para hallar el ángulo de referencia  $\Theta_r$  empleamos las siguientes fórmulas para cada uno de los cuadrantes donde se encuentra el ángulo Z dado:



¡Qué interesante es todo esto!...  
¿Verdad Marianela?

$$\text{Si } Z \in \text{Ic entonces } \Theta_r = Z$$

$$\text{Si } Z \in \text{IIc entonces } \Theta_r = 180^\circ - Z$$

$$\text{Si } Z \in \text{IIIc entonces } \Theta_r = Z - 180^\circ$$

$$\text{Si } Z \in \text{IVc entonces } \Theta_r = 360^\circ - Z$$

Estas fórmulas nos indican por ejemplo que si nos dan el ángulo de  $120^\circ$  como su lado terminal está en el segundo cuadrante entonces el ángulo de referencia será:  $\Theta_r = 180^\circ - Z$  o sea:  $\Theta_r = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$  y las funciones trigonométricas de  $120^\circ$  serán las mismas funciones del ángulo de  $60^\circ$  (ángulo de referencia) pero colocándoles el signo del cuadrante al cual pertenece  $120^\circ$  (en este caso segundo cuadrante).

Si nos dan el ángulo de  $330^\circ$  su lado terminal está en el cuarto cuadrante y su ángulo de referencia será:  $\Theta_r = 360^\circ - Z$  o sea  $\Theta_r = 360^\circ - 330^\circ = 30^\circ$ .

**Por lo tanto, para calcular las funciones trigonométricas de un ángulo comprendido entre  $90^\circ$  y  $360^\circ$  se procede así:**

- Se analiza en qué cuadrante está el lado terminal del ángulo dado.
- Se calcula el ángulo de referencia para dicho ángulo de acuerdo al cuadrante y con las fórmulas dadas anteriormente.
- Se calculan las funciones trigonométricas del ángulo de referencia y estas funciones serán las mismas del ángulo dado, colocándole al resultado el signo de la función pedida de acuerdo al cuadrante donde esté el ángulo dado.

**Por ejemplo** si nos piden calcular  $\csc 210^\circ$  se procede así:

- Miramos en qué cuadrante está  $210^\circ$  y nos damos cuenta que está en el IIIc.
- Buscamos el ángulo de referencia para el IIIc así:  $\Theta_r = 210^\circ - 180^\circ = 30^\circ$ .
- Esto significa que  $\csc 210^\circ = -\csc 30^\circ = -2$  y se coloca negativa porque en el tercer cuadrante la función cosecante es negativa (por esto se le coloca el menos).

**De igual forma** y siguiendo el análisis anterior calculemos  $\cot 135^\circ$ .

$135^\circ \in \text{IIc}$ , por lo tanto  $\Theta_r = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ ; por esto  $\cot 135^\circ = -\cot 45^\circ = -1$  y da negativa porque en el segundo cuadrante la función cotangente es negativa (por esto se le coloca el menos).

**APLICARÉ LO QUE APRENDÍ...**



# 1. LEO Y APRENDO UN POCO MÁS.

Leeré y analizaré con mucho cuidado la forma de hallar las **Funciones trigonométricas de ángulos mayores de 360°** y observaré los ejemplos con que mi profesor me bosqueja este tema:

Para calcular las funciones trigonométricas de ángulos mayores de 360° procedo así:

- Divido el ángulo dado entre 360°
- Miro cual es el ángulo que da en el residuo de la división.
- Calculo la función trigonométrica del ángulo que da como residuo y ésta es la función del ángulo dado.

Debo Tener en cuenta que si el ángulo que da como residuo está entre 90° y 360°, es necesario aplicarle la teoría que vi para el ángulo de referencia.

Ejemplo: **Calculo**

a.  $\text{Sen}3030^\circ$ ; 
$$\begin{array}{r|l} 3030^\circ & 360^\circ \\ \hline 150^\circ & 8 \end{array}$$

Luego,  $\text{sen}3030^\circ = \text{sen}150^\circ$ ;  $150^\circ \in \text{IIc}$  entonces  $\Theta_r = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$   
 $= \text{sen}30^\circ = 1/2$  (y es positivo porque el seno en el segundo cuadrante es positivo)

b.  $\text{cos}^2 2655^\circ$ : 
$$\begin{array}{r|l} 2655^\circ & 360^\circ \\ \hline 135^\circ & 7 \end{array}$$

Luego,  $\text{cos}^2 2655^\circ = \text{cos}^2 135^\circ$ ;  $135^\circ \in \text{IIc}$  entonces  $\Theta_r = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$$= (-\text{cos}45^\circ)^2 = \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 1/2$$

↳ Negativo porque en el IIc el coseno es negativo.

# 2. PRESTO TODA MI ATENCIÓN A LA SOLUCIÓN DE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS QUE DESARROLLARÁ MI PROFESOR EN CLASE.

a. Hallo el valor numérico de:  $\text{sec}210^\circ + \tan120^\circ + \text{csc}^2 315^\circ$

b. Hallo el valor de: 
$$\frac{2\text{cos}^2 225^\circ \cdot \text{sen}150^\circ - 3\tan^3 315^\circ}{3\text{csc}^2 210^\circ}$$

c. Compruebo que: 
$$\frac{\text{sen}^2 810^\circ - \tan 30^\circ \text{csc} 60^\circ \cdot \text{sen}^3 90^\circ}{\text{csc}^2 2070^\circ + \cot^2 60^\circ \tan^2 6000^\circ \text{sec}^2 180^\circ} = 1/6$$

d. Si  $\tan x < 0$ ; ¿en qué cuadrantes podrá estar el ángulo x?

e. Si  $\text{sen} y < 0$  y  $\text{cos} y > 0$ ; en qué cuadrante estará el ángulo y?

f. Si  $\text{csc} \theta < 0$  y  $\text{sen} \theta > 0$ . ¿En qué cuadrante podrá estar el ángulo  $\theta$ ?

g. Sabiendo que  $\text{cos} x = 1/2$  y  $\tan x = -\sqrt{3}$ . ¿En qué cuadrante estará el ángulo x?

### 3. VIENE MI APORTE EN CASA COMO SIEMPRE...

Con todo entusiasmo y cumpliendo muy responsablemente con mis deberes académicos soluciono los siguientes ejercicios, las dudas que tenga se las preguntaré a **Valentina Salazar**:

a.  $\frac{\cos 210^\circ - 3\sin^2 300^\circ}{\tan^2 60^\circ + 2\sec 120^\circ}$

b.  $\frac{\cot^2 210^\circ + \sec 300^\circ}{-\sin 225^\circ + \sin^3 330^\circ}$

c.  $\frac{2\csc 9315^\circ - \sin 3180^\circ}{2\cos 300^\circ - \sec^2 2025^\circ}$

d. Si  $\cot x > 0$  y  $\sin x < 0$ . Di el cuadrante al que pertenece  $x$ .

e. Si  $\tan y = -1$  y  $\sin y > 0$ . Di el cuadrante donde está  $y$ .

**“El orgullo construye muros,  
la humildad construye puentes”**