

	INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:				
	AREA :		MATEMÁTICAS		
	ASIGNATURA:		MATEMÁTICAS		
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO		
	TIPO DE GUIA:		EJERCITACION		
	PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACION
3	9º	10	JULIO 26 DE 2021	5 horas	

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Aplica las propiedades de la potenciación en el desarrollo de procesos algebraicos.
- Participa activamente en el desarrollo de las actividades propuestas.

POTENCIACIÓN: Propiedades, Ejemplos y ejercicios de aplicación.

Para expresar un producto de factores iguales se utiliza la potenciación, así por ejemplo el producto de factores iguales $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ lo podemos expresar como 3^5 , es decir, $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$.

- **Definición:** $\underbrace{a.a.a.a.a\dots a}_{n \text{ veces}} = a^n$. a recibe el nombre de base y n de exponente.

Ej: $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

Para trabajar la potenciación es importante que tengas en cuenta algunas propiedades tales como:

- **Propiedad 1:** $a^1 = a$. Esta propiedad indica que cualquier número o cantidad elevado al exponente 1 da como resultado el mismo número o la misma cantidad.

Ej: $2^1 = 2$; $7^1 = 7$; $a^1 = a$

- **Propiedad 2:** $a^0 = 1$, si $a \neq 0$. Esta propiedad indica que todo número o cantidad diferente de cero elevado al exponente cero es igual a 1.

Ej: $5^0 = 1$; $(3/5)^0 = 1$; $(-2)^0 = 1$; 0^0 no existe.

Si tenemos dos números reales m y n cualquiera, se cumplen las siguientes propiedades para la potenciación:

- **Propiedad 3:** $\# \cdot a^{-n} = \# / a^n$. Esta propiedad permite expresar exponentes negativos en exponentes positivos.

Ej: $x^{-2} = 1/x^2$; $3x^{-5} = 3/x^5$; $5^{-3} = 1/5^3 = 1/125$; $7 \cdot 3^{-4} = 7/3^4 = 7/81$

- **Propiedad 4: Producto de potencias de igual base:** $a^m \cdot a^{\pm n} = a^{m \pm n}$. Esta propiedad indica que para multiplicar potencias de igual base se escribe la misma base y como exponente se coloca la suma algebraica de los exponentes dados (**suma algebraica porque se debe tener en cuenta el signo de los exponentes**).

Ej: $x^5 \cdot x^2 \cdot x^{-4} = x^{5+2-4} = x^3$; $(a^3b^4)(a^{-5}b^6)(a^7b^{-12}) = a^{3-5+7}b^{4+6-12} = a^5b^{-2} = a^5/b^2$

- **Propiedad 5: División de potencia de igual base:** $a^m \div a^{\pm n} = a^{m \mp n}$

Esta propiedad indica que para dividir potencias de igual base se escribe la misma base y como exponente se coloca la resta entre el exponente del numerador y el exponente del denominador (**al exponente del numerador se le agrega el exponente del denominador con signo contrario**).

Ej: $3^5/3^2 = 3^{5-2} = 3^3 = 27$; $2^3/2^6 = 2^{3-6} = 2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$; $5^2/5^{-4} = 5^{2+4} = 5^6$

- **Propiedad 6: Potencia de potencia:** $(a^m)^n = a^{mn}$. Esta propiedad indica que si se tiene una base elevada a varios exponentes, se escribe la misma base y como exponente se coloca el producto algebraico de los exponentes (producto algebraico porque se debe tener en cuenta en los exponentes la ley de signos de la multiplicación).

Ej: $(a^2)^3 = a^6$; $[(3^4)^{-2}]^3 = 3^{-24} = 1/3^{24}$; $5(2^3)^2 = 5(2^6) = 5(64) = 320$
 $(a^2)^4 \cdot (b^3)^{-5} = a^8b^{-15} = a^8/b^{15}$

- **Propiedad 7: Propiedad distributiva del producto con respecto a la potenciación (potencia de un producto):** $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$. Esta propiedad indica que si se tiene un producto elevado a un exponente, es equivalente a elevar cada uno de los factores a dicho exponente, es decir, el producto es distributivo con respecto a la potenciación.

Ej: $(abc)^3 = a^3 \cdot b^3 \cdot c^3$; $(a^2 b^3 c^4)^5 = (a^2)^5 (b^3)^5 (c^4)^5 = a^{10} b^{15} c^{20}$;

$$(3d^2 e^{-4})^3 = 27d^6 e^{-12} = 27d^6 / e^{12} \quad ; \quad (m^{-2} n^3)^{-5} = m^{10} n^{-15} = m^{10} / n^{15}$$

- **Propiedad 8: Propiedad distributiva de la división con respecto a la potenciación (potencia de un fraccionario o de una división):** $(a / b)^n = a^n / b^n$. Esta propiedad indica que si se tiene un fraccionario elevado a un exponente, es equivalente a elevar cada uno de los términos de la fracción a dicho exponente, es decir, la división es distributiva con respecto a la potenciación.

Ej: $(a/b)^3 = a^3/b^3$; $(a^2/b^3)^5 = (a^2)^5/(b^3)^5 = a^{10}/b^{15}$;

$$(3/5)^2 = 3^2/5^2 = 9/25 \quad ; \quad (2/3)^3 = 8/27 \quad ; \quad (a^2 b^3 c^4 / d^5 e^6)^3 = a^6 b^9 c^{12} / d^{15} e^{18} \quad ;$$

$$(3m^2 n^3 / 5z d^2)^2 = 9m^4 n^6 / 25z^2 d^4$$

- **Propiedad 9: $(a / b)^{-n} = (b / a)^n = b^n / a^n$.** Esta propiedad indica que si se tiene un fraccionario elevado a un exponente negativo, el fraccionario se invierte y queda elevado al exponente pero positivo.

Ej: $(4/5)^{-3} = (5/4)^3 = 5^3/4^3 = 125/64$

$$\left(\frac{3a^2 b^3 c^{-4}}{4d^5 e^{-2}} \right)^{-3} = \left(\frac{4d^5 e^{-2}}{3a^2 b^3 c^{-4}} \right)^3 = \frac{64d^{15} e^{-6}}{27a^6 b^9 c^{-12}} = \frac{64d^{15} c^{12}}{27a^6 b^9 e^6}$$

- **Propiedad 10:** Todo número negativo elevado a un exponente par da un resultado positivo, y elevado a un exponente impar da un resultado negativo.

$1^{\text{algo}} = 1$	$(\text{base negativa})^{\text{par}} = +$
$(-1)^{\text{par}} = 1$	$(\text{base negativa})^{\text{impar}} = -$
$(-1)^{\text{impar}} = -1$	

Ej: $(-4)^3 = -4^3 = -64$; $(-4)^4 = 4^4 = 256$; $(-3/5)^2 = (3/5)^2 = 9/25$;
 $(-3/5)^3 = -(3/5)^3 = -27/125$; $(-2/3)^{-4} = (2/3)^{-4} = (3/2)^4 = 81/16$;
 $(-2/3)^{-5} = -(2/3)^{-5} = -(3/2)^5 = -243/32$

NOTA: Las propiedades anteriores son válidas también para cualquier potencia fraccionaria.

EJEMPLOS Y EJERCICIOS DE POTENCIACIÓN

1. MI PROFESOR RESUELVE Y YO PRESTO TODA MI ATENCIÓN.

Con base en las propiedades de la potenciación reconocidas y estudiadas al inicio de la presente guía, observo detenidamente la explicación que dará mi profesor a la solución de los siguientes ejercicios.

1. Efectúa, simplifica y en lo posible trata de expresar el resultado en una sola potencia y positiva.

a. $m^5 \cdot m^{3/4} \cdot m^{-2} = m^{5 + \frac{3}{4} - 2} = m^{3 + \frac{3}{4}} = m^{15/4}$

b. $(-4)^3 \cdot (-4)^7 = (-4)^{3+7} = (-4)^{10} = 4^{10}$

c. $(x^2 y^5) \cdot (x^7 y^{-3}) = x^{2+7} \cdot y^{5-3} = x^9 y^2$

d. $(2x^{-3})(-4x^5)(3x^{6/5}) = -24x^{-3+5+6/5} = -24x^{2+6/5} = -24x^{16/5}$

e. $\left(\frac{3a^2 b^5}{1}\right) \left(-\frac{2}{3} a^{-3} b^4\right) \left(\frac{5}{4} a^5\right) \left(-\frac{5}{1} b^{-2}\right)$
 $= \frac{150}{12} a^{2-3+5} b^{5+4-2} = \frac{25}{2} a^4 b^7$

f. $a^{5m-4n} \cdot a^{7m+6n-3} = a^{5m-4n+7m+6n-3} = a^{12m+2n-3}$

g. $(x^{3n-2} \cdot y^{4m+5}) \cdot (x^{-n+4} \cdot y^{2m-1}) = x^{3n-2-n+4} y^{4m+5+2m-1} = x^{2n+2} y^{6m+4}$

h. $(3^2)^5 = 3^{10}$

i. $[2^2 \cdot 2^5]^7 = [2^7]^7 = 2^{49}$

j. $[(-5)^3 \cdot (-5)^2]^4 = [(-5)^{3+2}]^4 = [(-5)^5]^4 = (-5)^{20} = 5^{20}$

k. $\frac{a^7}{a^2} = a^{7-2} = a^5$

l. $\frac{m^7}{m^{-2}} = m^{7+2} = m^9$

n. $\frac{x^7 y^{-3} z^6}{x^2 y^{-9} z^4} = x^{7-2} \cdot y^{-3+9} \cdot z^{6-4} = x^5 y^6 z^2$

o. $\frac{x^{5n+2}}{x^{3n-1}} = x^{5n+2-3n+1} = x^{2n+3}$

q. $\left[\frac{2^4 \cdot 2^3}{2^{-2} \cdot 2^6} \right]^5 = \left[\frac{2^7}{2^4} \right]^5 = (2^{7-4})^5 = (2^3)^5 = 2^{15}$

r. $\left(\frac{3}{2}\right)^{-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$

s. $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{3}\right)^3 = -\left(\frac{5}{3}\right)^3 = -\frac{5^3}{3^3} = -\frac{125}{27}$

t. $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^6 = \frac{3^6}{2^6} = \frac{729}{64}$

2. Aplicando las propiedades de la potenciación, analiza, resuelve, simplifica y expresa el resultado con exponentes positivos.

a. $\frac{x^7 y^2 z^{-2} w^3}{x^{-2} y^4 z^{-4} w^7} = x^{7+2} y^{2-4} z^{-2+4} w^{3-7} = x^9 y^{-2} z^2 w^{-4} = \frac{x^9 z^2}{y^2 w^4}$

b. $\frac{4a^7 b^{-2}}{10a^5 b^4} = \frac{2a^{7-5} b^{-2-4}}{5} = \frac{2a^2 b^{-6}}{5} = \frac{2a^2}{5b^6}$

c. $\left(\frac{x^3 y^4 z^5}{x^4 y^2 z^6}\right)^4 = (x^{3-4} y^{4-2} z^{5-6})^4 = (x^{-1} y^2 z^{-1})^4 = x^{-4} y^8 z^{-4} = \frac{y^8}{x^4 z^4}$

3. Resuelve aplicando las propiedades de la potenciación y simplifica tu resultado.

a. $(x^{2n-1})^3 = x^{6n-3}$

b. $(x^{2n-1} \cdot x^{3n-7})^2 = (x^{2n-1+3n-7})^2 = (x^{5n-8})^2 = x^{10n-16}$

c. $(x^{2m-3} \cdot y^{2n-1})^2 \cdot (x^{3m+1} \cdot y^{3n-5})^3$
 $= (x^{4m-6} \cdot y^{4n-2}) \cdot (x^{9m+3} \cdot y^{9n-15}) = x^{4m-6+9m+3} \cdot y^{4n-2+9n-15} = x^{13m-3} \cdot y^{13n-17}$

d. $(\frac{3}{2})^2 \cdot (\frac{2}{3})^{-4} (\frac{2}{3})^0 = (\frac{3}{2})^2 (\frac{3}{2})^4 \cdot 1 = (\frac{3}{2})^6 = \frac{3^6}{2^6} = \frac{729}{64}$

e. $\frac{x^7 y^2 z^3 \cdot x^{-3} y^4}{x^{-2} y^5 \cdot x^4 y^3 z^2} = \frac{x^{7-3} y^{2+4} z^3}{x^{-2+4} y^{5+3} z^2} = \frac{x^4 y^6 z^3}{x^2 y^8 z^2} = x^{4-2} y^{6-8} z^{3-2} = x^2 y^{-2} z = \frac{x^2 z}{y^2}$

2. MI TRABAJO EN CASITA MUY RESPONSABLEMENTE (Puedo ir adelantando en los días que me quedo en casa):

Aplicando las propiedades de la potenciación vistas y con base en los ejercicios de aplicación solucionados en clase y en la guía, trabajo los siguientes planteamientos:

1. Expreso en forma de una sola potencia:

- a. $(-4)^3 \cdot (-4)^7$ b. $[(-5)^3 \cdot (-5)^2]^2$ c. $(x^2 y^5) \cdot (x^7 y^{-3})$ d. $(2x^3)(-4x^{-5})(3x^{6/5})$
- e. $\left(\frac{2^4 \cdot 2^3}{2^5}\right)^2$ f. $a^{5m-4n} \cdot a^{7m+6n-3}$ g. $\frac{x^{5n+5}}{x^{3n-2/3}}$ h. $\frac{a^{6n-5} b^{-3m+2}}{a^{4n+3} b^{-5m}}$ i. $\left(-\frac{2}{3} m^2\right)^3$

2. Aplicando las propiedades de la potenciación, analizo, resuelvo, simplifico y expreso el resultado con exponente positivo

- a. $\frac{6x^3 y^5 z^4 x^4}{3x^2 y^{-1} x^{-3} z^7}$ b. $(x^{3m-2})^2$ c. $(x^{2n-1} \cdot x^{3n-7})$ d. $\left(\frac{3}{2}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$ e. $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$

3. Efectúo las siguientes operaciones:

a. $2^{-1} - 5 \cdot 4^{-1} + 3 \cdot 5^{-1}$ b. $\frac{5^0}{3^2} + \frac{3^{-2}}{2^{-1}}$

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS: MI TRABAJO EN CASA.

* Numeral 1:

a. 4^{10} b. 5^{10} c. $x^9 y^2$ d. $-\frac{24}{x^{4/5}}$ e. 2^4 f. $a^{12m+2n-3}$
g. $x^{2n+17/3}$ h. $a^{2n-8} b^{2m+2}$ i. $-\frac{8}{27} m^6$

* Numeral 2:

a. $\frac{2x^8 y^6}{z^3}$ b. x^{6m-4} c. x^{10n-16} d. $\left(\frac{3}{2}\right)^6 = \frac{729}{64}$ e. $\frac{25}{9}$

* Numeral 3:

a. $-\frac{3}{20}$ b. $1/3$

De esta temática habrá un quíz cuya fecha se acordará en la clase.

*“Demuestro mi cultura, responsabilidad
y compromiso siempre”*