

INSTITUCION EDUCATIVA LA PRESENTACION				
	NOMBRE ALUMNA:			
	AREA :		MATEMÁTICAS	
	ASIGNATURA:		GEOMETRÍA	
	DOCENTE:		JOSÉ IGNACIO DE JESÚS FRANCO RESTREPO	
	TIPO DE GUIA:		EJERCITACION	
PERIODO	GRADO	Nº	FECHA	DURACION
3	10	6	Julio 26 de 2021	3 HORAS

INDICADORES DE DESEMPEÑO

1. Encuentra y analiza los elementos de algunas parábolas con base en sus ecuaciones canónicas.
2. Soluciona correctamente las actividades propuestas por el profesor.

LA PARÁBOLA Y SUS ECUACIONES CANÓNICAS. Conceptos básicos, ejemplos y ejercicios de aplicación.

- **DEFINICIÓN:** Es el lugar geométrico de un punto (x, y) que se mueve en el plano de tal manera que su distancia a una recta fija llamada **directriz** es siempre igual a la distancia de dicho punto a un punto fijo llamado **foco** y que no está sobre la parábola.
- **ELEMENTOS DE UNA PARÁBOLA:**
 - **Vértice:** Es el punto desde el cual se abre la parábola. Sus coordenadas se simbolizan **(h, k)** . El vértice es el punto medio entre la directriz y el foco, esto quiere decir que la distancia del vértice al foco es igual a la distancia que hay del vértice a la directriz; dicha distancia se denota con la letra **p** . Tanto el vértice como el foco están sobre el eje de la parábola.
 - **Eje de la parábola o eje focal:** Es la recta que pasa por el vértice y por el foco, y es perpendicular a la directriz. También se llama eje de simetría porque divide a la parábola en dos partes iguales llamadas ramas.
 - **Foco:** Es el punto fijo.
 - **Directriz:** Es la recta fija y que es perpendicular al eje de la parábola.
 - **Lado recto (latus rectum):** Es la cuerda focal (segmento que pasa por el foco) y que es perpendicular al eje de la parábola. Su longitud es igual a **$4p$** .
- **ECUACIONES CANÓNICAS DE LA PARÁBOLA:**

En una parábola sólo aparece al cuadrado una de las dos variables **x** o **y** pero no las dos. Cuando el eje de la parábola es paralelo al eje **y** y se dice que la parábola **abre sobre el eje y y en este caso la variable que aparece al cuadrado es la x** , pero si el eje de la parábola es paralelo al eje **x** la parábola **abre sobre el eje x y la variable que aparece al cuadrado es la y** .

Ahora bien, una parábola ubicada en el plano cartesiano puede ocupar cuatro posiciones, a saber: Hacia arriba, hacia abajo, hacia la derecha o hacia la izquierda. Dependiendo de la forma hacia donde abre la parábola tendrá como ecuaciones canónicas las siguientes:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

Cuando la parábola abre ó es cóncava hacia arriba.



$$(x - h)^2 = -4p(y - k)$$

Cuando la parábola abre ó es cóncava hacia abajo.



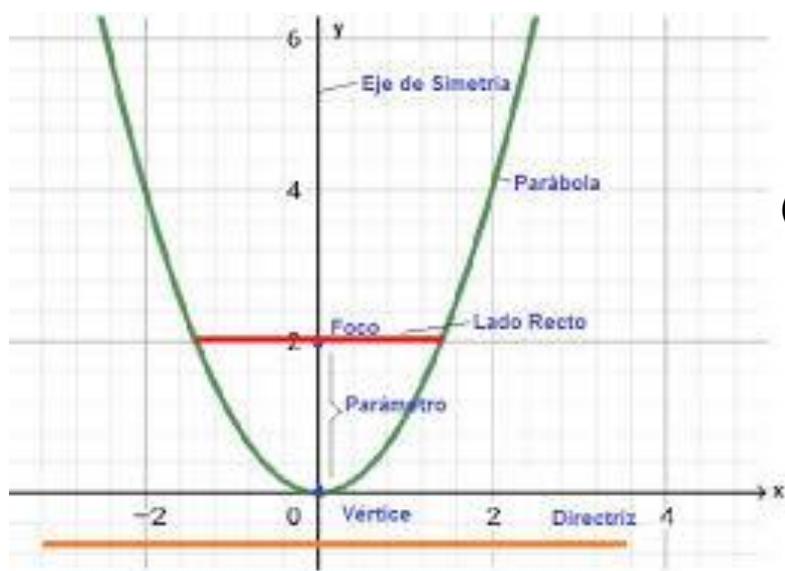
$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Cuando la parábola abre ó es cóncava hacia la derecha.



$$(y - k)^2 = -4p(x - h)$$

Cuando la parábola abre ó es cóncava hacia la izquierda.



$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

NOTA:

1. Cuando el **vértice está en el origen** de coordenadas las ecuaciones anteriores se reducen a:

$$x^2 = 4py, \quad \text{cóncava hacia arriba.}$$

$$x^2 = -4py, \quad \text{cóncava hacia abajo}$$

$$y^2 = 4px, \quad \text{cóncava hacia la derecha.}$$

$$y^2 = -4px, \quad \text{cóncava hacia la izquierda.}$$

2. Cuando se realizan las operaciones de la ecuación canónica y se iguala a cero la expresión que resulta, se obtiene la ecuación general de la circunferencia que estudiaremos un poco más adelante.
3. Siempre que conozcamos la ecuación canónica de la parábola, podemos obtener directamente de dicha ecuación: el vértice, el valor de P y saber hacia donde abre, así:

El vértice es (h, k) donde h es el número que suma o resta con x y con signo contrario (en la ecuación dada), k es el número que suma o resta con y y con signo contrario (en la ecuación dada), y $4p$ es el número que hay después del igual teniendo en cuenta que el signo de dicho número nos dice hacia donde abre la parábola.

EJERCICIOS: ECUACIONES CANÓNICAS DE LA PARÁBOLA (Parte 1)

PARTE A: EL APOORTE DE MI PROFE... Observo con mucha atención los siguientes ejercicios que desarrolla mi profesor en la clase:

Para cada una de las parábolas siguientes cuyas ecuaciones canónicas se dan, encuentra sus elementos (vértice, foco, ecuación directriz, ecuación eje de la parábola; longitud del lado recto). Haz un bosquejo de la gráfica en cada caso.

a. $(x - 2)^2 = 8(y + 1)$

* $(x - h)^2 = 4p(y - k)$ } Abre hacia arriba
 $(x - 2)^2 = 8(y + 1)$

⊙ $h = 2$
⊙ $k = -1$ } $V(2, -1)$

⊙ $4p = 8 \rightarrow$ Lado recto
 $p = 2$

$P = 2$ →

⊙ $F(2, -1 + 2)$
 $F(2, 1)$

⊙ Directriz: Por ser una recta tiene ecuación; en este caso es horizontal: $y = k - p \rightarrow y = -1 - 2 \rightarrow y = -3$
 $y + 3 = 0$

⊙ Eje de parábola o simetría:
Es también una recta, entonces tiene ecuación:
 $x = h \rightarrow x = 2 \rightarrow x - 2 = 0$

Resumen: $\left\{ \begin{array}{l} V(2, -1) \\ F(2, 1) \\ \text{Ecuación eje: } x - 2 = 0 \\ \text{Ecuación directriz: } y + 3 = 0 \\ \text{Longitud lado recto: } 8 \end{array} \right.$

b. $(y + 3)^2 = -4(x - 2)$

* $(y - k)^2 = -4p(x - h)$ } abre a la izquierda.

$(y + 3)^2 = -4(x - 2)$

$k = -3$

$h = 2$

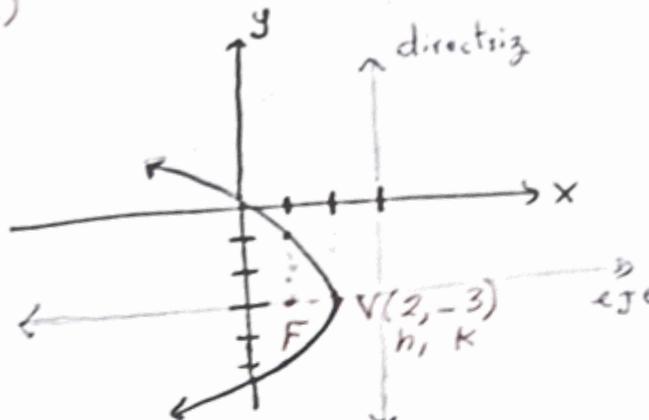
$4p = 4 \rightarrow$ lado recto

$p = 1$

$V(2, -3)$

$F(2 - 1, -3)$

$F(1, -3)$

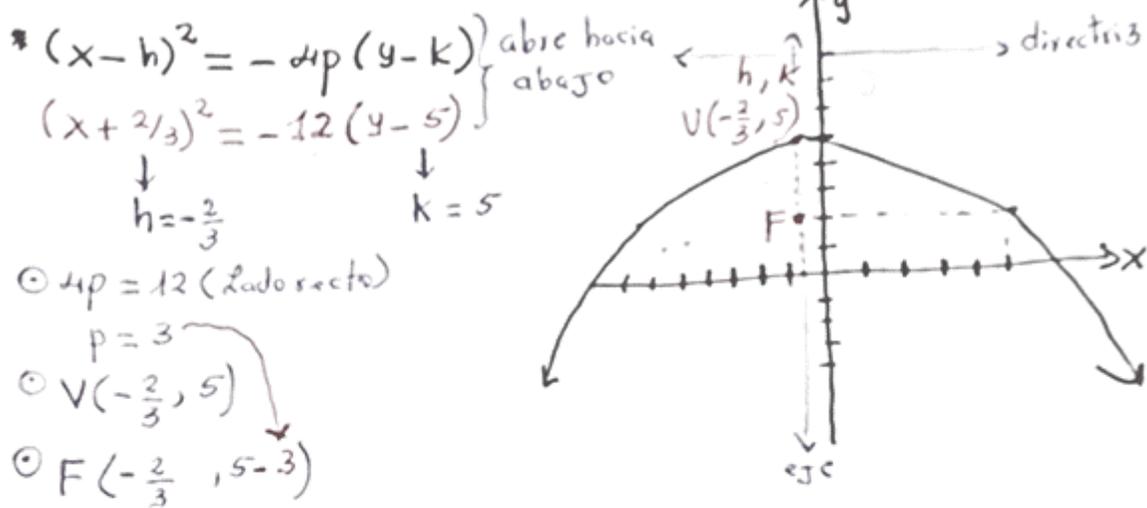


⊙ Directriz: Carta aleje x : $x = h + p \rightarrow x = 2 + 1 \rightarrow x = 3$
 $x - 3 = 0$

⊙ Eje de parábola: $y = k \rightarrow y = -3 \rightarrow y + 3 = 0$

Resumen: $\left\{ \begin{array}{l} V(2, -3) \\ F(1, -3) \\ \text{Ecuación directriz: } x - 3 = 0 \\ \text{Ecuación eje: } y + 3 = 0 \\ \text{Longitud lado recto: } 4 \end{array} \right.$

c. $(x + 2/3)^2 = -12(y - 5)$



$F(-\frac{2}{3}, 2)$

$\text{Eje parábola: } x = h \rightarrow x = -\frac{2}{3} \rightarrow \frac{x}{1} + \frac{2}{3} = 0 \rightarrow \frac{3x+2}{3} = 0 \rightarrow \underline{3x+2=0}$

$\text{Ecuación directriz: } y = k+p \rightarrow y = 5+3 \rightarrow y = 8 \rightarrow \underline{y-8=0}$

Resumen:

$V(-\frac{2}{3}, 5)$
 $F(-\frac{2}{3}, 2)$
 Ecuación eje parábola: $3x+2=0$
 Ecuación directriz: $y-8=0$
 Longitud lado recto: 12

d. $(y - 1)^2 = 12(x + 2)$

* $(y - k)^2 = 4p(x - h)$ } abre hacia la derecha.

$(y - 1)^2 = 12(x + 2)$

$k = 1$

$h = -2$

⊙ $4p = 12 \rightarrow$ lado recto

$p = 3$

⊙ $V(-2, 1)$

⊙ $F(-2 + 3, 1)$

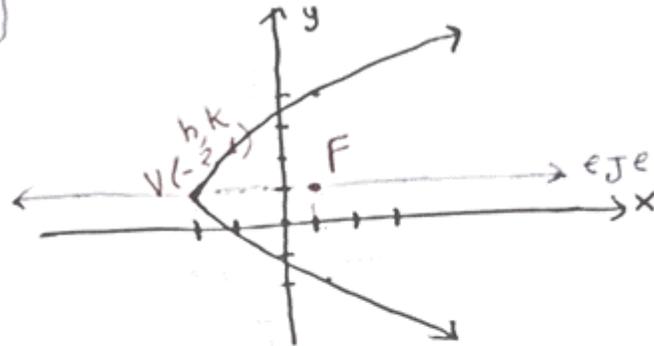
$F(1, 1)$

⊙ Eje de parábola: $y = k \rightarrow y = 1 \rightarrow y - 1 = 0$

⊙ Ecuación directriz: $x = h - p \rightarrow x = -2 - 3 \rightarrow x = -5 \rightarrow x + 5 = 0$

Resumen:

- $V(-2, 1)$
- $F(1, 1)$
- Ecuación eje: $y - 1 = 0$
- Ecuación directriz: $x + 5 = 0$
- Longitud lado recto: 12



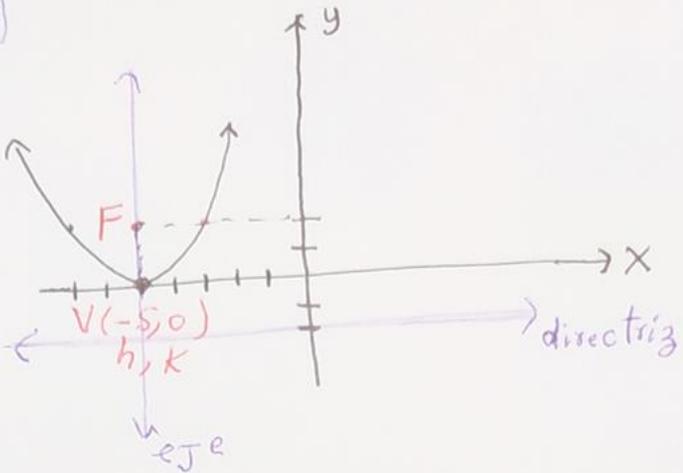
e. $(x+5)^2 = 8y$

* $(x-h)^2 = 4p(y-k)$ } abre hacia arriba.
 $(x+5)^2 = 8y$ ↓
 $h = -5$ $k = 0$

⊙ $4p = 8 \rightarrow$ lado recto
 $p = 2$

⊙ $V(-5, 0)$

⊙ $F(-5, 0+2)$
 $F(-5, 2)$



⊙ Eje parábola: $x = h \rightarrow x = -5 \rightarrow x + 5 = 0$

⊙ Ecuación directriz: $y = k - p \rightarrow y = 0 - 2 \rightarrow y = -2 \rightarrow y + 2 = 0$

Resumen: $\left\{ \begin{array}{l} V(-5, 0) \\ F(-5, 2) \\ \text{Ecuación eje parábola: } x + 5 = 0 \\ \text{Ecuación directriz: } y + 2 = 0 \\ \text{Longitud lado recto: } 8 \end{array} \right.$

PARTE B: MI EJERCITACIÓN EN CASITA PARA LOS DÍAS DE TRABAJO EN CASA

Para que afiances el tema visto, halla los elementos de las siguientes parábolas: vértice, foco, ecuación eje parábola, ecuación directriz y longitud del lado recto. Dudas me las mandan al correo.

- $x^2 = 8(y + 2)$
- $(y - 1)^2 = 16(x + 2)$
- $y^2 = -4x$
- $(x - 1/2)^2 = -16(y + 2/5)$

RESPUESTAS.

- Foco (0, 0) Eje: $x = 0$ Directriz: $y + 4 = 0$
- Foco (2, 1) Eje: $y - 1 = 0$ Directriz: $x + 6 = 0$
- Foco (-1, 0) Eje: $y = 0$ Directriz: $x - 1 = 0$
- Foco $(1(2. - 22/5))$ Eje: $2x - 1 = 0$ Directriz: $5y - 18 = 0$

QUÍZ DE ESTE TEMA: En clase se les dará a conocer la fecha.

*"EL SILENCIO OTORGA,
LA SONRISA CONFIRMA
Y LA MIRADA HABLA"*