| | INSTITUCIÓN EDUCATIVA VILLA FLORA | CÓDIGO: ED-F-35 | VERSIÓN 2 |
|---|---|---|---|
| | Taller - Guía | FECHA: 25-06-2020 | |

Marque el tipo de taller: Complementario ___ Permiso ___ Desescolarización __ Otro: Trabajo en casa

Asignatura(s): Matemáticas y Estadística Grado:9 ° Fecha: Semanas 5, 6, 7 y 8 P3

Docentes: James Sepúlveda Serna
Nombre y Apellidos de estudiante: ______ ____________________________________________

**Propósito (indicador de desempeño): Matematicas y estadísticas:**
**SABER HACER (PROCEDIMENTAL)**:
-Determina y utiliza la expresión general de una sucesión para calcular cualquier valor de la misma y para compararla con otras sucesiones.
-Determina la expresión algebraica que permite construir un fractal.
- Usa estrategias gráficas o numéricas para encontrar las medidas de forma de un conjunto de datos agrupados.

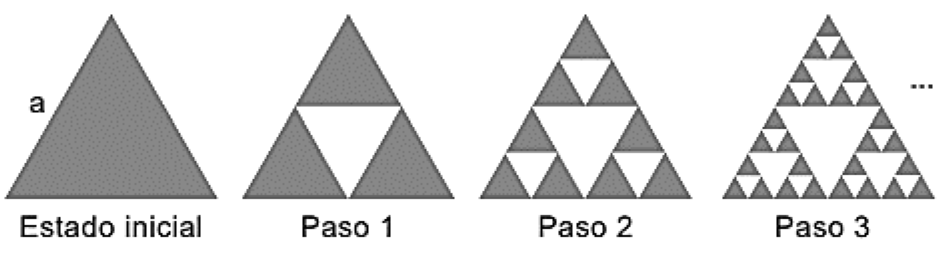
**Pautas para la realización del taller:**
Esta actividad se puede trabajar en el cuaderno o en material de apuntes, hojas de blokc o en word, pdf, luego enviarla en fotos o como documentos digital. Es importante que el trabajo realizado se entienda; las fotos sean claras y legibles de lo contrario se devolverán o habrá una disminución en su valoración. Los estudiantes que no pueden realizarlo de esta forma deben hacerlo en hojas de block para entregarlo en la deben entregar la guía resuelta a la secretaría de la institución en hojas de block con su **puño y letra.**

**Describir ítems de evaluación del taller para el estudiante:**
Cada indicador tiene dos notas, eso quiere decir que, en Matemáticas,2 calificaciones en la asignatura.

**Exploration:**

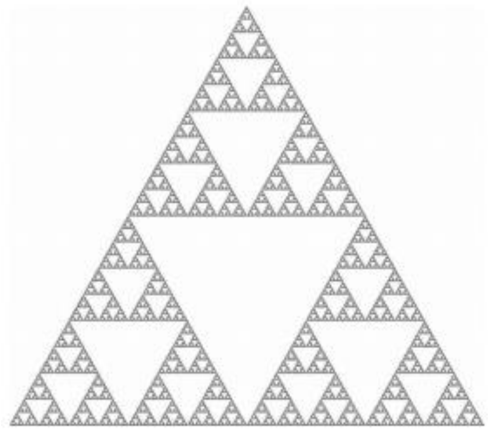
**ACTIVIDADES:**
Lee el siguiente documento haz un resumen en tu cuaderno y desarrolla los ejercicios propuesto

1. **Las sucesiones**
   El mundo de los fractales, estos maravillosos diseños geométricos que nos cautivan y que están presentes en la naturaleza y las artes, se relaciona estrechamente con cierto tipo de funciones denominadas sucesiones o secuencias. Procedamos con la construcción siguiente en relación con un triángulo, la cual indicaremos por pasos:




Estado inicial: Comenzamos con un triángulo equilátero de lado a y área A
**Etapa 1**: Marcamos los puntos medios de cada lado y los unimos con segmentos. Se forman 4 triángulos equiláteros congruentes.
**Etapa 2**: Eliminamos el triángulo central (en blanco) y repetimos la etapa 1 con cada uno de los triángulos gris que quedan.
**Etapa 3**: Iteramos (repetimos sucesivamente) la etapa 2 en cada triángulo de color gris.

Después de seguir este algoritmo “indefinidamente” se obtiene un fractal denominado Triángulo de Sierpinski (Fractal de Sierpinski). Son muchas las preguntas que podemos hacer en relación con este fractal, por ejemplo: 1) ¿Cuántos triángulos en blanco y cuántos triángulos no eliminados hay después de n pasos?
1.2) ¿Cuánto mide el perímetro de cada uno de esos triángulos y cuánto el perímetro total?
1.3) ¿Cuál es el área de cada triángulo y el área total de los triángulos no eliminados?



Waclaw Sierpinski (Polonia, 1882-1969) ideó el triángulo que lleva su nombre en un trabajo presentado en 1916, aun cuando en esa época no se utilizaba el nombre de fractal ni se disponía de una teoría sobre estos entes geométricos. Sierpinski fue un eminente matemático polaco, profesor en Lvov y Varsovia. Uno de los cráteres de la Luna lleva su nombre.

FRACTALES EN LA NATURALEZA En 1623, Galileo desvelaba el idioma en que está escrito el Universo: «… es el de las Matemáticas, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras Geométricas…» Sin embargo, en la naturaleza no vemos triángulos, círculos o esferas. La geometría euclídea no resulta adecuada para describir la sutil complejidad de las irregularidades de la naturaleza. Como dice Benôit Mandelbrot (1924–), inventor del término fractal: «…Las nubes no son esferas, las montañas no son conos, la corteza de un árbol no es suave y la luz no viaja en línea recta.»

La geometría fractal permite estudiar de manera científica formas naturales como la del árbol, romanesco, copo de nieve y rayo de las fotografías, en las que apreciamos irregularidades, estructura en todas las escalas, y autosemejanza, es decir, un parecido de las partes con el todo. Pero no sólo la naturaleza produce objetos fractales. También la industria ha comenzado a explotar las formas fractales para la producción por ejemplo de antenas, difusores de fluidos e incluso camuflaje militar

Muchos fenómenos de la naturaleza se presentan en forma secuencial, por ejemplo, la multiplicación de poblaciones animales se realiza en esa forma, cada especie tiene un tiempo promedio de procreación y como el número de individuos depende de las veces que se da ese periodo resulta una sucesión.

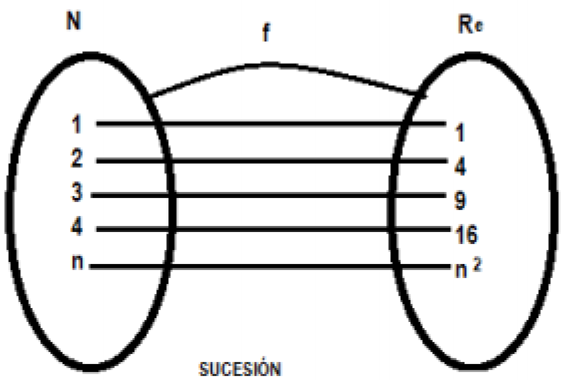
En música cada nota de una escala natural tiene una frecuencia, por ejemplo, la nota do5 que corresponde al do central de un piano, tiene una frecuencia de 256 ciclos/segundo o hertzios, la nota do4 correspondiente a la escala inferior o inmediatamente a la izquierda tiene 128 hertzios y el do6 de la escala inmediatamente superior, tiene 512 ciclos / segundo. De esta manera la frecuencia de una nota y la de sus octavas más bajas y más altas conforman una secuencia de números.

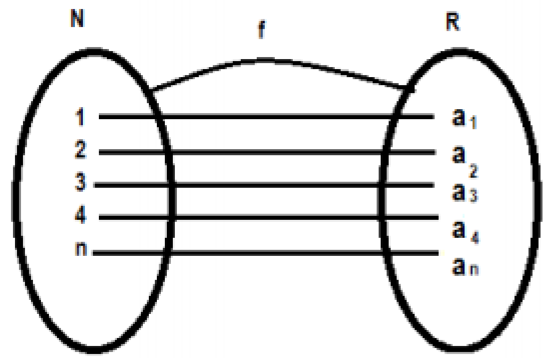
Lee, lo que pudo hacer Gauss siendo solo un niño.
Una anécdota bastante conocida de Gauss (príncipe de los matemáticos), se desarrolló en la escuela elemental a la que asistía, a la edad de 10 años. El maestro de esa escuela mando a los discípulos (sin duda para tenerlos ocupados un buen rato), que calcularan la suma de todos los números naturales menores o

iguales a 100. Apenas habían sus condiscípulos empezado a escribir, cuando ya Gauss puso sobre la mesa del maestro su pizarra en la que él había escrito el único número: 5050; es decir, la solución. ¿Cuál fue el proceso seguido mentalmente por Gauss?

2. **ESTRUCTURACIÓN**

**¿QUÉ ES UNA SUCESIÓN**? Es una función cuyo dominio es el conjunto de los números enteros positivos (naturales) y el rango es cualquier conjunto, ya que sea de letras, símbolos arbitrarios o números (reales)




Las sucesiones las podemos representar así: : $(a_n)$ $n \in N$, $\{a_n\}$, $n \rightarrow a_n$ Los elementos de la sucesión se llaman términos y se representan con una letra y un subíndice que indica su posición.

$\{a_n\} = \{1, 4, 9, 16, \ldots n^2\}$

$a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots a_n \longleftrightarrow$ (término – enésimo)

Generalizando $\{a_n\} = \{a_1, a_2, a_3, a_4, \ldots a_n\}$

Primer término Término enésimo

**Ejemplo 1:** Sea S la sucesión dada por 1,3,5,7, 9….

Diremos que $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 5$, … Basta la enumeración en orden de sus elementos para saber a qué natural le corresponde cada número de la sucesión. Esta sucesión está formada por los números impares, podemos entonces escribir:

$a_1 = 1 = 2.1-1$ $a_2 = 3 = 2.2-1$ $a_3 = 5 = 2.3-1$ … $a_n = 2.n-1$

Donde $a_n$ es el n-ésimo término o término general.

**Ejemplo 2**: Sea H la sucesión dada por 2,4,6,8, 10….

Diremos que

$a_1 = 2$, $a_2 = 4$, $a_3 = 6$, …

Esta sucesión está formada por los números pares, o múltiplos de 2, podemos entonces escribir:

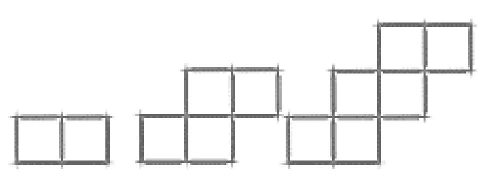
$a_1 = 2 = 2.1$ 2

$a_2 = 4 = 2.2$

$a_3 = 6 = 2.3$ …

$a_n = 2.n$

**Ejemplo 3.** Santos está construyendo una escalera con palitos. En el dibujo se observa cómo está levantando la escal



¿Cuántos palitos necesitará Santos para formar una escalera con 148 escalones? Para el primer escalón se necesitan 7 palitos, para el segundo 13, para el tercero 19… Se forma la sucesión ($a_n$) = (7, 13, 19…), cuyo término general es $a_n = 6n + 1$. Para calcular el número de palitos que se necesitarán para construir una escalera con 148 escalones hay que hallar el término 148 de la sucesión. Por tanto, se necesitarán
$a_{148} = 6 \cdot 148 + 1 = 889$ palitos.

2.1. Se hace la siguiente sucesión con palos de fósforo

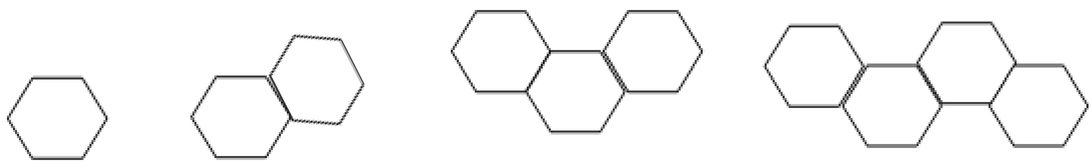


Figura 1 figura 2 figura 3 figura 4

¿Cuántos palitos se necesitan para el término 13 o figura número 13?

Los términos de algunas sucesiones se pueden determinar siguiendo un criterio que denominado **regla de formación,** que relaciona cada término con el lugar que ocupa.
**Ejemplo** Las dos reglas fundamentales son:
► **Sumar una misma cantidad**.
En la sucesión 2, 7, 12, 17, 22, 27 … cada término es el anterior más 5.
► **Multiplicar por una misma cantidad**.
En la sucesión 3, 9, 27, 81, 243, 729… cada término es el anterior por 3.

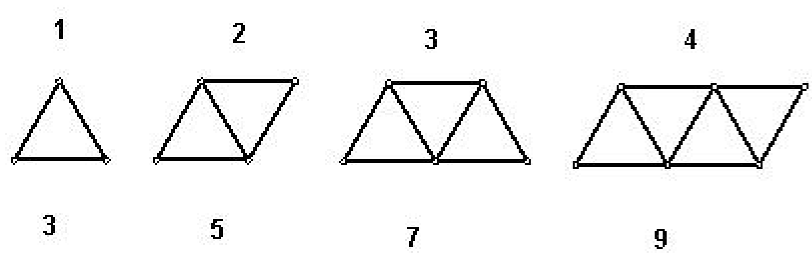
**Progresiones aritméticas**
Una progresión aritmética es una sucesión en la que cada término, salvo el primero, se obtiene sumando al anterior una cantidad fija d, llamada diferencia de la progresión.

Ejemplo
La sucesión 7, 10, 13, 16, 19, … es una progresión aritmética porque cada término se obtiene sumando 3 al anterior. Es decir, d = 3.
El término general de una progresión aritmética es: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$ donde $a_1$ es el primer término, y d, la diferencia.
Ejemplo ► Si se conoce el primer término de una sucesión a1 = 7 y la diferencia d = 3, entonces podemos conocer el término general de esa sucesión: $a_n = 3 + (n - 1) \cdot 5$

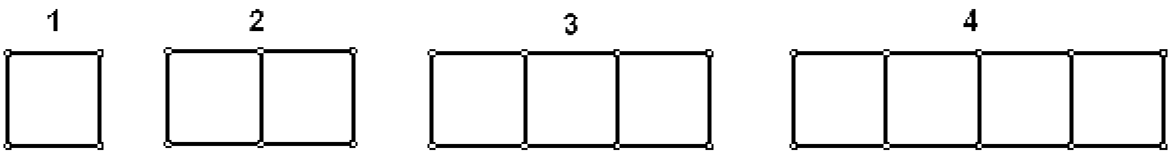
**3.TRANSFERENCIA**
3.1 Encuentra la fórmula general en las siguientes secuencias a
3.2 En la posicion 10 cuántos triangulos hay y cuantas cerilla ocupa.

Cantidad de triángulos

Cantidad de cerillas




Observa el gráfico siguente con atención y contesta las siguientes preguntas.
3.3 Escribe una formula general en la siguiente secuencia.
3.4 cuantos palillos utilizas en la figura número 20.




3.5. Escribir los cinco primeros términos de las sucesiones cuyo término general es:

a) $a_n = 2/n$
b) $b_n = 5\text{-}n / 2$
c) $c_n = n\text{-}4 / n\text{-}1$
d) $d_n = 3 - (-1)^n . n$

3.6 Halla el término general de cada una de estas sucesiones:

a) -4, -6, -8, -10, …
b) 24, 12, 6, 3, …
c) 2/3, ¾, 4/5, 5/6, ..

3.7. Luis y Juan están escribiendo sucesiones. Los tres primeros términos de sus progresiones se muestran a continuación.
Luis 4; 7; 10; . . .                    Juan 3; 8; 13; .
3.8. ¿Cuál es la diferencia común para cada sucesión? Muestra o explica cómo obtuviste tu respuesta.
b. Escribe una expresión que se pueda usar para encontrar el término enésimo para cada progresión.
3.9. Responda las preguntas de acuerdo con el siguiente gráfico.

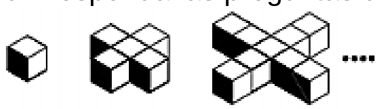


Fig.1. Fig. 2. Fig. 3.

3.10. ¿Cuál será el número de cubos que habrá en la figura 5? _____
3.11. El número de cubos que habrá en la figura 10 es _______
3.12. Encuentra una regla de formación para calcular el número de cubos de cualquier figura.___________f
3.13.. opserva la figura y responde

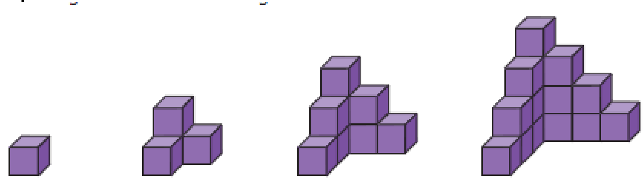
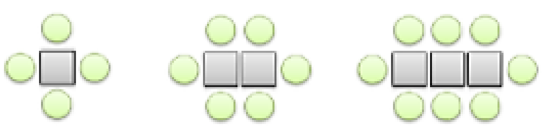


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

¿Cuántos cubos tendrá la figura 100 de la sucesión?
3.14. Este sábado, María va a realizar una comida con sus amigos y familiares para celebrar que ha cumplido 12 años. Para ello, quiere calcular cuántas mesas y sillas le harán falta. Quiere sentarlos del siguiente modo



1 mesa 2 mesas 3 mesas

Pero María tiene un problema: no sabe cuántos invitados acudirán a su fiesta. ¿Podrías ayudarle a calcular cuántos invitados cabrán en función de cuántas mesas coloque?
3.15 ¿Cuántos invitados cabrán con 6 mesas? ¿Cómo lo sabes?
3.16 ¿Cuántos invitados cabrán con 15 mesas? ¿Cómo lo sabes?
3.17 ¿Sabrías algún modo de calcular cuántos invitados cabrán con 50 mesas? ¿Cómo lo sabes?
3.18 Si en la mesa 1 del ejercicio anterion todos se saludan estrechando la mano cuántos estrechones de mano se dieron.