Institución Educativa Abraham Reyes
Guías de Trabajo
II Periodo Académico

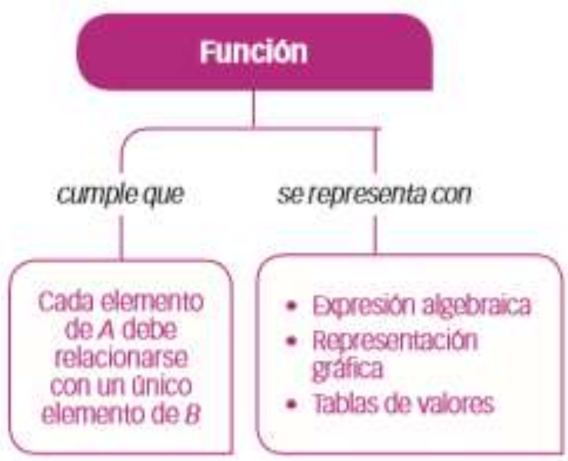
GUIA # 1 Matemáticas y geo-estadística 11° periodo II

DAVID MONTES CEBALLOS Correo: DAVIDMONTES@IEABRAHAMREYES.EDU.CO
Celular: 300 357 97 34

ASESORIAS: lunes a viernes en el horario de 7 am-1 pm.

Fecha límite de entrega: JUNIO 3 DE 2021

TEORIA: FUNCIONES 1



El esquema es el resumen del concepto de función y sus características principales, temática trabajada y desarrollada en el grado noveno, vamos a retroalimentar un poco el concepto y profundizar un poco más en él.

Una función es una regla que asigna a cada elemento de un conjunto A, uno y solo un elemento del conjunto B. Se puede representar mediante la expresión verbal, la expresión algebraica, la tabla de valores o la representación gráfica.

- Expresión verbal: descripción de una función por medio de palabras. Es decir, mediante una oración o una frase se explica cómo una variable depende de otra.
- Expresión algebraica: fórmula o ecuación mediante la cual se expresa una función. La conforman las constantes, la variable dependiente y la independiente, y se utiliza la ecuación $y = f(x)$.
- Tabla de valores: arreglo de dos filas o dos columnas, en donde se escriben los valores de la variable independiente en la primera fila o columna, y sus respectivas imágenes en la segunda.
- Gráfica: representación en el plano cartesiano de los pares ordenados o grafo de la función.

Para que una relación sea una función, debe cumplir las siguientes condiciones:

- Cada elemento del conjunto A debe estar relacionado con un elemento del conjunto B.
- Un elemento de A no puede relacionarse con dos o más elementos diferentes de B.

El dominio de una función es el conjunto de partida, es decir, el conjunto de elementos para los cuales está definida la función. Se simboliza como Dom f.

El rango de una función es el conjunto formado por todas las imágenes de los elementos del dominio. Se simboliza Ran f.

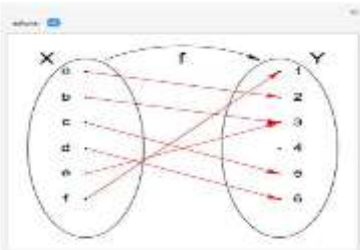
Los siguientes videos pueden ampliar la conceptualización (solo si se tiene acceso a internet)

1. https://youtu.be/Ll7xfe3HoZE "Concepto de función"
2. https://youtu.be/yLCSdk_DjSs "Clasificación de funciones; nociones elementales"

Lo primero es que una función es la forma más simple de contextualizar nuestra realidad en la matemática a través de los diferentes elementos que ella posee, como lo es el grafico en el plano cartesiano, la tabla de valores, el diagrama sagital, e inclusive la forma algebraica nos permite aplicarla en las situaciones cotidianas.

Veamos rápidamente las diferentes representaciones de una función.

Diagrama sagital: Los diagramas sagitales son gráficos para representar relaciones y consiste en curvas cerradas que relacionan los elementos del conjunto de partida y conjunto de llegada mediante flechas. Ver imagen.



Tomado de https://3.bp.blogspot.com/-6wuvCTdr0/WvGBn2LPFpI/AAAAAAAABMc/vKfUyFG07qU9p_XQfiBTa-7DDwq6tOOjwCLcBGAs/s320/funcionsagital1.jpeg

Observando la imagen tenemos que los elementos de partida son donde comienza la flecha y los de llagada donde termina la misma.}

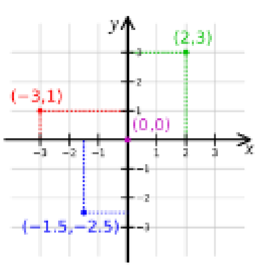
Tabla de valores:

Letra	Valor
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Tomado de: https://i1.wp.com/www.educapeques.com/wp-content/uploads/2017/09/Tabla-valores-numeros-romanos.png?w=184&ssl=1

Una tabla de valores es una representación de datos, mediante pares ordenados, que expresan la relación existente entre dos magnitudes o dos situaciones

Plano cartesiano:



Es un sistema de referencia conformado por dos rectas perpendiculares que se cortan en el origen, cada punto del plano puede "nombrarse" mediante dos números: (x, y), que son las coordenadas del punto, llamadas abscisa y ordenada, respectivamente, que son las distancias ortogonales de dicho punto respecto a los ejes cartesianos. **tomado de: https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/0/0e/Cartesian-coordinate-system.svg/250px-Cartesian-coordinate-system.svg.png**

Forma algebraica: La fórmula o ecuación de una función es la expresión, en términos de operaciones algebraicas o no, de la relación de dependencia entre las dos variables.

Forma de ecuacion: $y = mx + n$

Forma de función: $f(x) = mx + b$

Tomado de: http://trucosycursos.es/wp-content/uploads/2016/01/flineal01.jpg

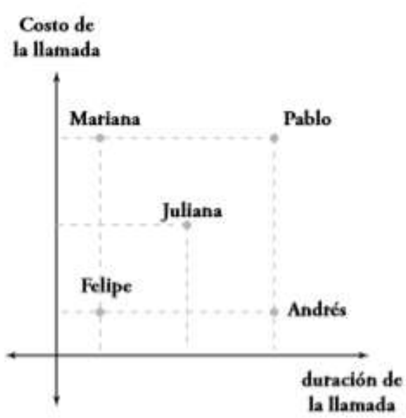
Lectura introductoria:

La función de las funciones Desde hace varios siglos, el conocimiento de las leyes que rigen la aparición y desarrollo de algún fenómeno se asocia al establecimiento de las relaciones funcionales entre variables que intervienen en su descripción. Es así como históricamente se puede observar un desarrollo en el concepto de función y en los símbolos que se usan para representar funciones. Con respecto al término función, para referirse a una variación, fue utilizado por primera vez, por los matemáticos René Descartes, en 1637, y Leibniz, en 1694. Sin embargo, no fueron ellos quienes asignaron a las funciones la notación de la forma f(x). Esta notación fue utilizada por primera vez por Clariaut y luego, por Leonard Euler. En el siglo XIX, Peter Dirichlet definió el uso más generalizado de la notación funcional que se refiere al concepto moderno de función.

René Descartes y Leonard Euler fueron los primeros que trabajaron la función como variación.

Con respecto al concepto de función, desde el siglo XVII surgió la necesidad de expresar las leyes naturales utilizando relaciones matemáticas entre cantidades variables. Esta necesidad se hizo evidente con Galileo a partir del descubrimiento de la ley de la caída de los cuerpos pesados. Años después, fue Isaac Newton quien promovió la necesidad de utilizar funciones, especialmente, en el campo de la física. A partir de los fenómenos físicos, se han desarrollado funciones particulares. La mayoría de estas funciones no surgieron en matemáticas, sino en la propia física.

Inicialmente los físicos utilizaban las funciones confiando más en la intuición que en la definición rigurosa de las mismas. Más adelante, a finales del siglo XIX, estas funciones fueron encontrando su fundamentación y representación. • Para contextualizar el tema de funciones resulta útil plantearles que analicen el significado de la expresión estar en función de y pedir que escriban situaciones conocidas en las que esta expresión sea utilizada.



Funciones de variable real

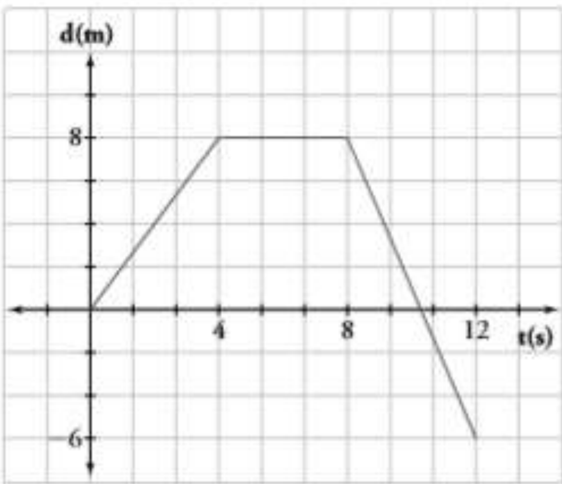
Analicemos la SITUACIÓN 1:

Cinco personas residentes en Medellín han realizado llamadas telefónicas a diferentes ciudades del país. El precio y la duración de la llamada realizada aparecen representados en la gráfica de puntos que se muestra a continuación:

respondamos las siguientes preguntas:

— ¿Cómo se aplica la expresión “estar en función de” en esta situación?
— ¿El costo de la llamada de Mariana fue mayor que el costo de la llamada de Pablo?
— ¿Qué personas hablaron mucho tiempo?
— ¿Qué personas hablaron poco tiempo y pagaron mucho por la llamada? — ¿Qué personas pudieron haber realizado una llamada local?
Den ejemplos propios de la presencia de funciones en gran número de ámbitos cotidianos.

Analicemos la SITUACIÓN 2



El gráfico presenta la posición respecto al tiempo de un cuerpo durante 12 segundos. El movimiento se realiza en tres intervalos de 4 segundos cada uno.

1. Respecto al movimiento realizado en el intervalo de 4 a 8 segundos, se puede afirmar que el cuerpo:

a. Parte de la posición 4 y recorre 8 metros con velocidad constante.
b. Permanece en reposo, ya que mantiene la misma posición, mientras transcurren los 4 segundos.
c. Recorre 4 metros con velocidad constante en 8 segundos.

2. Según la gráfica se puede inferir que la velocidad del cuerpo en el transcurso de 8 a 12 segundos fue negativa, lo cual indica que:

a. Disminuyó la velocidad que venía manteniendo en el intervalo 4 a 8 segundos.
b. Redujo el espacio recorrido durante los 4 segundos respecto a los intervalos anteriores.
c. Recorrió la misma distancia, pero empleó más tiempo que en los intervalos anteriores.

Como podemos observar las funciones pueden representar muchas situaciones cotidianas, desde la matemática ellas se clasifican según el grado de la variable, por ello realizaremos varios ejemplos de como representarlas gráficamente y sus características principales.

Ejemplo #1

$f(x) = 3x + 2$ La expresión algebraica representa una función lineal, ya que la variable independiente "x" tiene como exponente uno. Para graficarla vamos a realizar una tabla de valores o parejas ordenadas, las cuales nos sirvan para trasladarla al plano cartesiano. Para este caso en particular la variable independiente(dominio) será la "x" y nuestra variable dependiente (rango) f(x) que es lo mismo que decir "y".

x	0	3
y		

Como es una función lineal solo necesitamos de dos coordenadas para trazar la gráfica, ya que la misma va ser una línea recta, por definición por dos puntos solo pasa una y solo una línea recta, además por la expresión podemos asegurar que nuestro Dominio son todos los reales.

Tenemos que x=0 y x= 3
Para saber a cuánto equivale y para dichos valores lo que hacemos es reemplazamos ese valor en la expresión original, observemos.

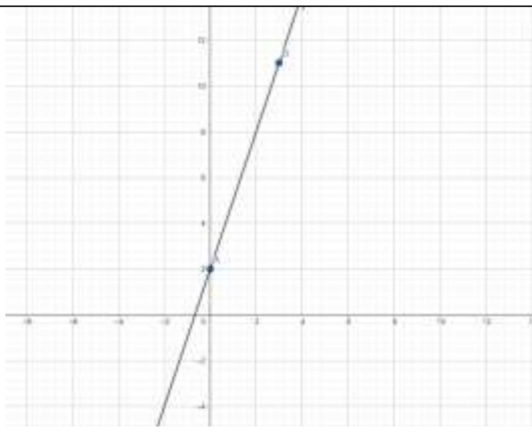
$f(x) = 3x + 2$ expresión original, como x=0, tenemos que: $f(x) = 3(0) + 2$, tres por cero es cero y cero más dos es igual $f(x) = 0 + 2 =$ dos, $f(x) = 2$

Repetimos el proceso cuando x=3

$f(x) = 3x + 2$ expresión original, como x=3, tenemos que: $f(x) = 3(3) + 2$, tres por tres es nueve y nueve más dos es igual $f(x) = 9 + 2 =$ once, $f(x) = 11$

Por lo tanto, nuestra tabla queda:

x	0	3
y	2	11

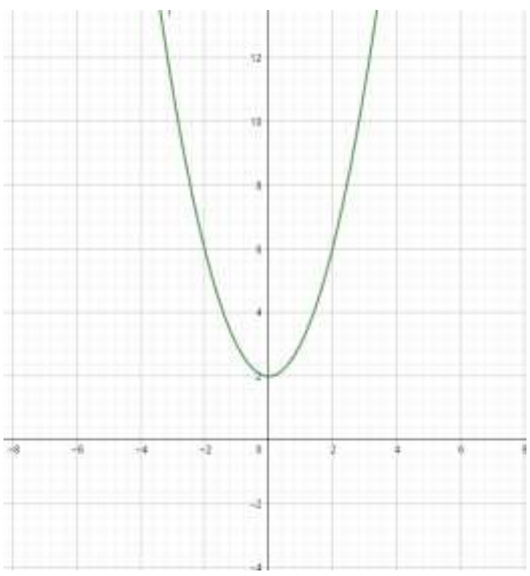


Traslademos los valores de la tabla al plano cartesiano.
Los dos puntos que se observan en la gráfica son las coordenadas que están en la tabla de valores y por llos dos puntos se traza la recta.

Solo con observar la graficas podemos determinar varios elementos de la función.

1. Es una línea recta como lo mencionamos anteriormente.
2. Es creciente ya que su pendiente es positiva, si aumento el valor de x, aumenta el valor de y, es directamente proporcional.
3. Corta el eje y en 2
4. Corta el eje x en -2/3
5. Su pendiente es 3, m=3, es el valor que acompaña la x.
6. El dominio son todos los reales (x puede tomar cualquier valor).
7. El rango son todos los reales (de acuerdo a x, y puede tomar cualquier valor.

Ejemplo #2



La grafica representa a la expresión $f(x) = x^2 + 2$,

Observemos sus características principales según la gráfica y la expresión algebraica.

1. Es una parábola, función cuadrática, ya que el grado de la variable es 2.
2. Su vértice es la coordenada (0,2).
3. Es cóncava hacia arriba.
4. El dominio son todos los reales.
5. El rango son todos los reales mayores o iguales que 2. (si observamos la gráfica la curva nunca está en la parte inferior del plano, por ello decimos que los valores que tomara será desde el dos en adelante).
6. El eje de simetría es y=0.
7. No tiene cortes con el eje x
8. El corte con el eje y es en y=2

Así sucesivamente se podrá resolver cualquier función, sin importar el grado de la misma.

A Continuación, tendremos una lista de las funciones con su representación gráfica.

Tomada de:https://proyectodescartes.org/iCartesiLibri/materiales_didacticos/Libro_Dominio_Rango-JS/Imagenes/tipos.jpg

Modelación: observemos la situación y respondamos las preguntas.

¿Cómo determinar la dosis de medicamento que se debe suministrar a una mascota?
La matemática es útil para los veterinarios, cuando se trata de hallar la dosis de medicamento que se le debe suministrar a cada mascota, de acuerdo con su peso. Para ello, se utilizan funciones lineales. Allí se tiene en cuenta la dosis médica y la concentración del medicamento que puede cambiar si la presentación es en tabletas o en líquido, aunque esta información la tiene cada medicamento en sus características básicas. Un medicamento tiene una dosis médica de 50 mg/kg ya sea en tableta o en suspensión y la concentración para cada tableta es de 500 mg/tab. La expresión que permite hallar la dosis en tabletas que se debe dar vía oral a un perro o un gato de acuerdo con el peso es:

$$\text{Dosis} = \frac{\text{peso} \cdot \text{dosis médica}}{\text{concentración}}$$

Por ejemplo, para un labrador que pesa cerca de 25 kg se puede hallar la dosis que se le debe aplicar en cada toma remplazando los anteriores valores en la expresión de la siguiente forma:

$$\text{Dosis} = \frac{25\ \text{kg} \cdot 50\ \text{mg/kg}}{500\ \text{mg/tab}} = 2{,}5\ \text{tabletas}$$

:

Eso indica que cada toma del medicamento para el labrador debe ser de dos tabletas y media.
1. ¿Qué tipo de función es utilizada para determinar la dosis para cada mascota?
2. Indica en este caso, ¿cuál es la variable dependiente e independiente?
3. A continuación se muestran algunas razas de perros y gatos, y su peso promedio en kilogramos.

Responde:
a. ¿Qué dosis de medicamento se debe aplicar a cada mascota?
b. Si el medicamento se debe aplicar cada 12 horas durante 5 días, ¿cuánto medicamento se debe aplicar a cada mascota para culminar el tratamiento?
c. El medicamento también se puede dar en suspensión, es decir, de forma líquida que es de fácil digestión y absorción para el animal. Si la concentración del medicamento en suspensión es de 50 mg/mL, ¿cuál es la dosis necesaria para cada mascota?

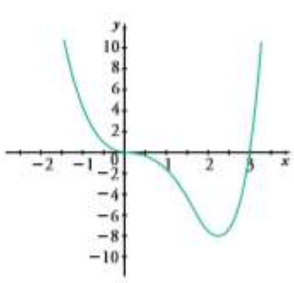
ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

Marca con una x las relaciones que son funciones, justifica tu respuesta:

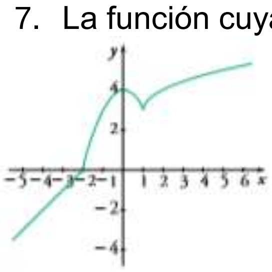
1. Los niveles de radiación UV y la altura sobre el nivel del mar de una ciudad.
2. Un producto tecnológico y el precio que se paga por él en el mundo.
3. El tamaño de una bolsa y el peso que puede soportar.

Completa los siguientes enunciados.

4. Dada la relación R de {1, 2} en {2, 3}, de tal forma que R 5 {(x, y): x < y}, entonces las parejas ordenadas son (,), (,), (,), (,).
5. El dominio y el rango de la función dada en la gráfica es y .



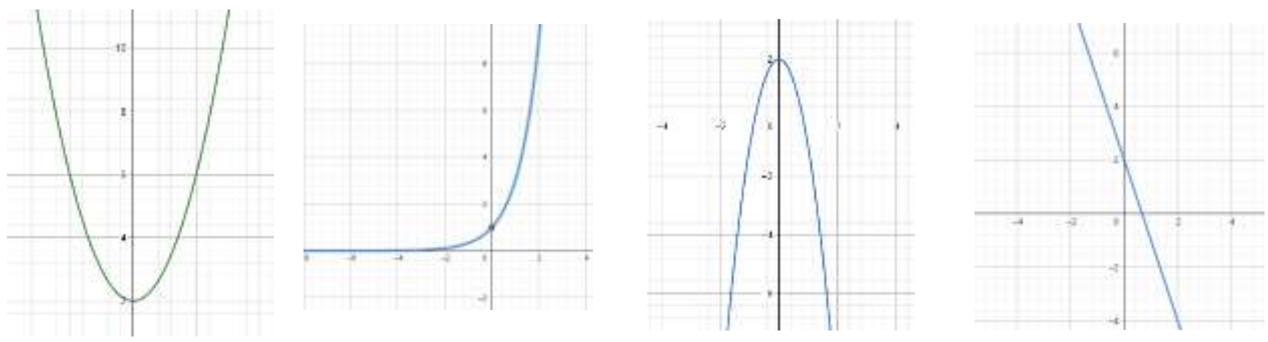
6. Si $f(x) = \sqrt{x+3}$, los valores de x del dominio de la función son > .
7. La función cuya gráfica está dada en la figura es decreciente para ≤x≤ .



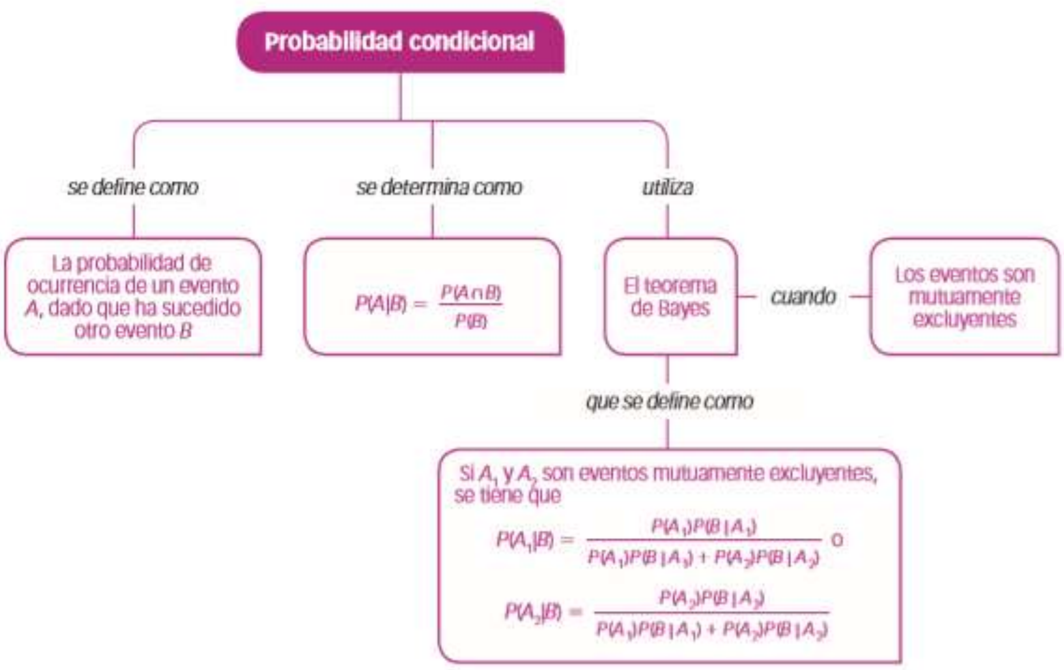
8. Si se toma un número y se multiplica por 2 para luego sumarlo a su cuadrado, se puede escribir algebraicamente mediante la función
9. Graficas las siguietnes funciones.

A. $f(x) = 4x + 2$
B. $f(x) = 4x^2 - 52$
C. $f(x) = -x^3$
D. $f(x) = \sqrt{x}$+2
E. $f(x) = 2^x$

10. Según la gráfica determina que función es:



Parte II



Los temas que se van a trabajar en esta unidad son: probabilidad condicional, variables aleatorias.

La probabilidad condicional permite determinar la probabilidad de que ocurra un evento de una variable, dado que ha ocurrido un evento de otra variable. La probabilidad de ocurrencia del evento A dado que ha sucedido el evento B es la probabilidad de ocurrencia de los eventos A y B sobre la probabilidad de ocurrencia del evento B, es decir:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

En el lenguaje del azar hablar de la probabilidad del evento inicial se conoce como probabilidad a **priori**, cuando se obtiene información adicional sobre el evento inicial ésta modifica los valores de la probabilidad a priori y genera una nueva probabilidad que se denomina probabilidad a **posteriori.**

Miraremos la forma en que cambia la probabilidad de un suceso A cuando se sabe que otro suceso B a ocurrido. A esta probabilidad se le denomina la probabilidad condicional del suceso A dado que el suceso B ha ocurrido.

La notación para esta probabilidad condicional es $P(A|B)$. Por conveniencia, esta notación se lee simplemente como la probabilidad condicional de A dado B. Entonces, sean A y B dos sucesos cualesquiera de un mismo espacio muestral E, tales

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

que $P(B) > 0$, así:

Ejemplo de cálculo de probabilidad condicional

Calcular la probabilidad de obtener un 6 al tirar un dado sabiendo que ha salido par.

Solución:

$$P(6|par) = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{1}{3}$$

La probabilidad de obtener 6 en un dado es una entre seis y la probabilidad de sacar par es 3 entre seis. Simplificando obtenemos. Un tercio como respuesta.

La probabilidad de obtener un 6 sabiendo que ha salido un par es de un tercio, 0,33, en porcentaje el 33%.

Ejemplo # 2

Se lanzan dos dados distintos al aire y se anotan los resultados de las caras superiores.

$$S = \begin{Bmatrix} (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) \\ (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) \\ (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) \\ (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) \\ (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) \\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6) \end{Bmatrix}$$

Encontrar los elementos de los siguientes eventos.

A: el resultado del primer dado es un número par.

B: el resultado del segundo dado es un número primo.

$$A = \begin{Bmatrix} (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) \\ (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) \\ (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6) \end{Bmatrix}$$

$$B = \begin{Bmatrix} (1,2),(1,3),(1,5),(2,2),(2,3),(2,5) \\ (3,2),(3,3),(3,5),(4,2),(4,3),(4,5) \\ (5,2),(5,3),(5,5),(6,2),(6,3),(6,5) \end{Bmatrix}$$

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra el evento A?; ¿la probabilidad de que ocurra el evento B?

En primera instancia vamos a encontrar la probabilidad del evento A, para ello vamos a utilizar la probabilidad simple:$P(A) = \frac{\#\, de\, casos\, de\, A}{\#\, total\, de\, casos}$, reemplazando tenemos que $P(A) = \frac{18}{36}, simplificando\ \frac{1}{2} = 0{,}5$; la probabilidad de que ocurra el evento “A” es del 50%.

En segunda instancia vamos a encontrar la probabilidad del evento B, utilizamos el mismo proceso.

$P(B) = \frac{\#\ de\ casos\ de\ B}{\#\ total\ de\ casos}$, reemplazando tenemos $P(B) = \frac{18}{36}$ simplificando = 0,5, la probabilidad que ocurra el evento “B” es del 50%.

Ahora planteamos el evento c y lo respondemos.

C: el resultado del segundo dado es un número primo si se sabe que el resultado del primero es un número par, es decir,

C = (B / A)., para dar solución a este evento tenemos que:

$$B/A = \{(2,2), (2,3), (2,5), (4,2), (4,3), (4,5), (6,2), (6,3), (6,5)\}$$

, observemos el primer término es par y el segundo es primo.

La probabilidad del evento condicional para este caso tenemos que: $P(C) = \mathrm{P}(B/A) = \frac{\#\ de\ casos\ B/A}{\#\ de\ casos\ de\ A}$, reemplazando los valores tenemos que $P(B/A) = \frac{9}{18} = 0{,}5$, lo que nos indica que la probabilidad del evento c es del 50%

EL TEOREMA DE BAYES

El teorema de Bayes proporciona un método para calcular las probabilidades a posteriori, sea S el espacio muestral de un experimento aleatorio, a la función f que asocia a cada evento simple del espacio muestral un número real se le denomina variable aleatoria.

El teorema de Bayes se utiliza para revisar probabilidades previamente calculadas cuando se posee nueva información. Desarrollado por el reverendo Thomas Bayes en el siglo XVII, el teorema de Bayes es una extensión de lo que ha aprendido hasta ahora acerca de la probabilidad condicional.

Comúnmente se inicia un análisis de probabilidades con una asignación inicial, probabilidad a priori. Cuando se tiene alguna información adicional se procede a calculas las probabilidades revisadas o a posterior. El teorema de Bayes permite calcular las probabilidades posteriori y es:

$$P(A_i/B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B/A_i)}{P(B)}$$

Donde:
$P(A_i)$ = Probabilidad a priori
$P(B/A_i)$ = Probabilidad condicional
$P(B)$ = Probabilidad Total
$P(A_i/B)$ = Probabilidad a posteriori

Explicación de la expresión

Tenemos un experimento aleatorio donde definimos los sucesos A y B, tenemos que $P(A/B) \neq P(B/A)$ son probabilidades diferentes.

El teorema de Bayes encuentra una relación entre $P(A/B)\ y\ P(B/A)$

Dada la probabilidad condicional tenemos que: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ despejando la intersección tenemos que: $P(A \cap B) = P(A/B).P(B)$, ahora miremos la otra relación.

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$ despejando la intersección tenemos que:

$P(A \cap B) = P(B/A).P(A)$, utilizando en método por igualación tenemos que:

$P(A/B).P(B) = P(B/A).P(A)$ despejando tenemos que:

$P(B/A) = \frac{P(B)}{P(A)}.P(A/B)$ teorema de Bayes.

Ejemplo de aplicación #1

Si tenemos para un evento determinado los siguientes valores:

P(A)= 0,3

P(B)= 0,4

P(A/B) = 0,45

Determine P(B/A)

Aplicando el teorema de Bayes tenemos que $P(B/A) = \frac{P(B)}{P(A)}.P(A/B)$, reemplazando

$P(B/A) = \frac{0,4}{0,3}.0,45$ resolviendo la expresión tenemos que: $P(B/A) = 0,6$ el valor solicitado, la probabilidad es del 60%.

Ejemplo de aplicación # 2

En una clase de bachillerato, el 50% suspende matemáticas, el 60% suspende Física y el 30% suspende ambos. Si se selecciona al azar un estudiante, ¿Cuál es la probabilidad que suspensa Matemáticas si suspendió Física?

A: {suspende Física}

P(A) = 0,6

B: {suspende Matemáticas}

P(B) = 0,50

$P(A \cap) = 0,3$ intersección

$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,30}{0,60} = 0,50$, esta es la probabilidad solicitada, ahora determinemos la probabilidad que suspenda matemáticas si suspendió Física, para ello vamos a utilizar el teorema de Bayes.

Debemos encontrar $P(A/B) = \frac{P(A)}{P(B)}.P(B/A)\,, reemplazando\ los\ valores\ tenemos\ que$:

$P(A/B) = \frac{0,50}{0,60}.0,50 = 0,42$ La probabilidad de que ocurra este evento es del 42%.

Véase también:

- "Probabilidad Condicional - Ejercicios Resueltos" https://youtu.be/dStF9z7tjZU
- "Teorema de Bayes | Probabilidad Condicional" https://youtu.be/vI0XwOu_c0o
- "Probabilidad condicional ejercicios resueltos" https://youtu.be/rN6IWbanhy0
- "Teorema de Bayes - Probabilidades - Ejercicios Resueltos" https://youtu.be/CP4ToX5Tyvw
- Probabilidad condicional ejercicios resueltos" https://youtu.be/rN6IWbanhy0

ACTIVIDADES A DESARROLLAR

1. Al 25% de tus amigos le gusta la fresa y el chocolate, mientras que al 60% le gusta el chocolate. ¿Cuál es la probabilidad de que a un amigo que le gusta el chocolate, le guste la fresa?

Vamos a trabajar con 2 eventos: que a un amigo le guste la fresa, y que a un amigo le guste el chocolate.

- Evento A: que a un amigo le gusten los fresa. **P(A) = ?**
- Evento B: que a un amigo le guste el chocolate. **P(B) = 60 %.**
- Evento A y B: que a un amigo le guste la fresa y el chocolate. **P(A∩B) = 25 %.**

Ahora calculamos la probabilidad de que a un amigo le guste la fresa, dado que le gusta el chocolate

2. El 76 % de los estudiantes de Ingeniería Civil han aprobado resistencia de materiales y el 45 % aprobaron estática. Además, el 30 % aprobaron resistencia de materiales y estática. Si Camilo aprobó resistencia de materiales, ¿qué probabilidad tiene de haber aprobado también estática?

Vamos a trabajar con 2 eventos: aprobar resistencia de materiales, y aprobar estática.

- Evento A: aprobar resistencia de materiales. **P(A) = 76 %.**
- Evento B: aprobar estática. **P(B) = 45 %.**
- Evento A y B: aprobar resistencia de materiales y estática. **P(A∩B) = 30 %**, y es lo mismo que: **P(B∩A) = 30 %**

Ahora calculamos la probabilidad de aprobar estática, dado que se aprobó resistencia de materiales.

3. En un acuario se tienen solo 2 especies de peces. El 40 % de los peces del acuario son de la especie azul y el 60% son de la especie roja. De la especie azul, el 30 % son machos; mientras que, de la especie roja, el 40% son hembras. Si se selecciona un pez al azar, a) y resulta que es hembra, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la especie azul? b) y resulta que es macho, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la especie azul?

4. En una academia hay 3 aulas, el aula roja, el aula azul, y el aula negra. Los estudiantes están repartidos de la siguiente manera:

   • El aula roja, tiene el 50 % de los estudiantes.

   • El aula azul, tiene el 30 % de los estudiantes.

   • El aula negra, tiene el 20 % de los estudiantes.

   Los hombres están repartidos de manera uniforme, pues en cada aula hay un 40 % de hombres. Si se selecciona un estudiante al azar,

   a) ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer del aula azul?

   b) ¿cuál es la probabilidad de que sea un hombre del aula negra o un hombre del aula azul?

5. En el consultorio de Jorge, el 40 % de los pacientes fingen tener una enfermedad (para obtener un certificado médico). Además, el 10 % de los pacientes del consultorio son hombres. La probabilidad de que un paciente finja una enfermedad dado que es hombre, es del 50 %. Calcular la probabilidad de que un paciente sea hombre, dado que finge una enfermedad.

6. En San José, el 8% de las personas ganan más de $1000 al mes, mientras que al 60% le gusta el helado de chocolate. ¿Cuál es la probabilidad de que una persona seleccionada al azar en San José, gane más de $1000 al mes y le guste el helado de chocolate?

7. Sabiendo que $P(A) = 0{,}80$; $P(B) = 0{,}10$; y además, $P(A \cap B)=0{,}08$; determinar si son eventos independientes o no.

8. En una caja hay 3 latas de Pepsi, 2 de CocaCola, 4 de Sprite y 1 lata de Duff. Calcular la probabilidad de seleccionar una lata al azar que sea de Pepsi, Sprite o Duff.

9. En un grupo de estudiantes del colegio ABC se sabe que el 30% inglés, el 65% habla francés, y el 12% habla los dos idiomas. Si se selecciona un alumno al azar,
   a) ¿cuál es la probabilidad de que hable inglés o francés?
   b) ¿cuál es la probabilidad de que no hable ni inglés ni francés?

En un colegio, la probabilidad de que a un alumno le guste la mayonesa es de 65 %, la probabilidad de que le guste el kétchup es de 70 %, y la probabilidad de que le guste la mayonesa y el kétchup es de 55 %. ¿Cuál es la probabilidad de que a un alumno le guste la mayonesa, dado que le gusta el kétchup?