



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Guía De Matemáticas 8°

Juan Camilo Lopera Email: juanlopera@ieabrahamreyes.edu.co

Las asesorías se darán de acuerdo a las necesidades del general del grupo hasta que sea necesario, por plataforma MEET, el enlace se les enviará a cada grupo de trabajo. El trabajo se hace en el cuaderno y en lo posible se envía al correo por medio de camscanner.

Temporalidad: el taller se entrega el 12 de Junio (se recibe solo ese día, ni antes ni después)

Expresiones algebraicas y polinomios

Expresiones algebraicas El lenguaje numérico expresa la información matemática a través de los números, pero en algunas ocasiones, es necesario utilizar letras para expresar números desconocidos. El lenguaje algebraico expresa la información matemática mediante letras y números.

Una expresión algebraica es una combinación de letras, números y signos de operaciones.

Así, $x+2$ es una expresión algebraica formada por la letra x , el signo $+$ y el número 2. Esta expresión algebraica puede leerse como un número más dos. Para escribir una expresión algebraica debes tener en cuenta que puedes sustituir el signo x de la multiplicación por el signo \cdot o bien puedes suprimirlo

$$3 \times x^2 \rightarrow 3 \cdot x^2 \rightarrow 3x^2$$

Y también que no se suelen escribir ni el factor 1 ni el exponente 1.

$$1x^5 \rightarrow x^5$$

$$8x^1 \rightarrow 8x$$

Traducción de enunciados Como has visto el lenguaje algebraico permite expresar operaciones con números desconocidos. Así, se puede representar la suma de dos números como $x+y$ y el triple de la suma de dos números como $3(x+y)$. De



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

esta forma se realiza una traducción de enunciados a lenguaje algebraico.

Asimismo mediante la traducción de enunciados se pueden expresar números desconocidos en términos de otros. Por ejemplo, si la edad de Juan es x y Lola tiene el triple de la edad de Juan más cuatro años, se puede expresar la edad de Lola como $3x+4$ y si Pedro tiene el doble de la edad de Lola, se puede expresar la edad de Pedro como $2(3x+4)$.

Monomio

Un **monomio** es una expresión algebraica en la que las únicas **operaciones** que aparecen entre las variables son el **producto y la potencia de exponente natural**.

Binomio

Un **binomio** es una expresión algebraica formada por **dos monomios**.

Trinomio

Un **trinomio** es una expresión algebraica formada por **tres monomios**.

Polinomio

Un **polinomio** es una expresión algebraica formada por **más de un monomio**.

MONOMIOS

Las siguientes expresiones algebraicas:

$8x^3$ $2x^4$ $3x$ están formadas por el producto de un número y de una letra. Reciben el nombre de monomios.

Un monomio está formado por un coeficiente y por una parte literal. Observa:



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Monomio	Coficiente	Parte literal
$8x^3$	8	x^3
$2x^4$	2	x^4
$3x$	3	x

Si un monomio está formado por una única letra su coeficiente es 1. El coeficiente de x^7 es 1.

El grado de un monomio es el exponente de la letra. El grado de $8x^3$ es 3, el de $2x^4$ es 4 y el de $3x$ es 1.

SUMAS Y RESTAS DE MONOMIOS

Observa que los monomios $12x^3$ y $4x^3$ tienen la misma parte literal. Reciben el nombre de monomios semejantes.

Para sumar o restar monomios semejantes se suman o se restan los coeficientes y se deja la misma parte literal.

Partes de un monomio

Coeficiente

El coeficiente del monomio es el número que aparece multiplicando a las variables.

Parte literal

La parte literal está constituida por las letras y sus exponentes.



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Grado

El grado de un monomio es la suma de todos los exponentes de las letras o variables.

El grado de $2x^2y^3z$ es: $2 + 3 + 1 = 6$

Monomios semejantes

Dos monomios son semejantes cuando tienen la misma parte literal.

$2x^2y^3z$ es semejante a $5x^2y^3z$

Operaciones con monomios

Suma de Monomios

Sólo podemos sumar monomios semejantes.

La suma de los monomios es otro monomio que tiene la misma parte literal y cuyo coeficiente es la suma de los coeficientes.

$$ax^n + bx^n = (a + b)bx^n$$

$$2x^2y^3z + 3x^2y^3z = 5x^2y^3z$$

Si los monomios no son semejantes se obtiene un polinomio. $2x^2y^3 + 3x^2y^3z$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Producto de un número por un monomio

El producto de un número por un monomio es otro monomio semejante cuyo coeficiente es el producto del coeficiente de monomio por el número.

$$5 \cdot 2x^2y^3z = 10x^2y^3z$$

Producto de monomios

El producto de monomios es otro monomio que tiene por coeficiente el producto de los coeficientes y cuya parte literal se obtiene multiplicando entre sí las partes literales teniendo en cuenta las propiedades de las potencias.

$$ax^n \cdot bx^m = (a \cdot b)bx^{n+m}$$

$$5x^2y^3z \cdot 2y^2z^2 = 10x^2y^5z^3$$

Cociente de monomios

El cociente de monomios es otro monomio que tiene por coeficiente el cociente de los coeficientes y cuya parte literal se obtiene dividiendo entre sí las partes literales teniendo en cuenta las propiedades de las potencias

$$ax^n : bx^m = (a : b)bx^{n-m}$$

$$\frac{6x^3y^4z^2}{3x^2y^2z^2} = 2xy^2$$

Potencia de un monomio



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Para realizar la potencia de un monomio se eleva, cada elemento de éste, al exponente de la potencia.

$$(ax^n)^m = a^m \cdot bx^{n \cdot m}$$

$$(2x^3)^3 = 2^3 (x^3)^3 = 8x^9$$

$$(-3x^2)^3 = (-3)^3 (x^2)^3 = -27x^6$$

Concepto de polinomio de una sola variable

Un polinomio de una sola variable es una expresión algebraica de la forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x^1 + a_0$$

Siendo $a_n, a_{n-1} \dots a_1, a_0$ números, llamados coeficientes. n un número natural. x la variable o indeterminada. a_n es el coeficiente principal.

a_0 es el término independiente.

Grado de un polinomio

El grado de un polinomio $P(x)$ es el mayor exponente al que se encuentra elevada la variable x .

Un polinomio es una expresión algebraica formada por la suma algebraica de monomios, que son los términos del polinomio.

- Un polinomio es reducido cuando no tiene monomios semejantes.



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

- El grado de un polinomio reducido es el grado del término de mayor grado.
- Un polinomio es completo cuando tiene términos de todos los grados inferiores al grado del polinomio.

Tipos de polinomios

Polinomio nulo

El polinomio nulo tiene todos sus coeficientes nulos.

Polinomio completo

Un polinomio completo tiene todos los términos desde el término independiente hasta el término de mayor grado.

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 + 5x - 3$$

Polinomio ordenado

Un polinomio está ordenado si los monomios que lo forman están escritos de mayor a menor grado.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3$$

Tipos de polinomios según su grado

Polinomio de grado cero



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

$$P(x) = 2$$

Polinomio de primer grado

$$P(x) = 3x + 2$$

Polinomio de segundo grado

$$P(x) = 2x^2 + 3x + 2$$

Polinomio de tercer grado

$$P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Polinomio de cuarto grado

$$P(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 3x + 2$$

Valor numérico de un polinomio

El valor numérico de un polinomio es el resultado que obtenemos al sustituir la variable x por un número cualquiera.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3 ; x = 1$$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

$$P(1) = 2 \cdot 1^3 + 5 \cdot 1 - 3 = 2 + 5 - 3 = 4$$

Suma de polinomios

Para sumar dos polinomios se suman los coeficientes de los términos del mismo grado.

$$P(x) = 2x^3 + 5x - 3 \quad Q(x) = 4x - 3x^2 + 2x^3$$

Ordenamos los polinomios, si no lo están. $Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$

$$P(x) + Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) + (2x^3 - 3x^2 + 4x)$$

Agrupamos los monomios del mismo grado. $P(x) + Q(x) =$

$$2x^3 + 2x^3 - 3x^2 + 5x + 4x - 3$$

3 Sumamos los monomios semejantes. $P(x) + Q(x) = 4x^3 - 3x^2 + 9x - 3$

Resta de polinomios

La resta de polinomios consiste en sumar el opuesto del sustraendo.

$$P(x) - Q(x) = (2x^3 + 5x - 3) - (2x^3 - 3x^2 + 4x) \\ P(x) - Q(x) = 2x^3 + 5x - 3 - 2x^3 + 3x^2 - 4x \\ P(x) - Q(x) = 2x^3 - 2x^3 + 3x^2 + 5x - 4x - 3 \\ P(x) - Q(x) = 3x^2 + x - 3$$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Producto

Producto de un número por un polinomio

Es otro polinomio que tiene de grado el mismo del polinomio y como coeficientes el producto de los coeficientes del polinomio por el número .

$$3 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^3 - 9x^2 + 12x - 6$$

Producto de un monomio por un polinomio

Se multiplica el monomio por todos y cada uno de los monomios que forman el polinomio .

$$3x^2 \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^5 - 9x^4 + 12x^3 - 6x^2$$

Producto de polinomios

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos segundo polinomio.

$$P(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - 3) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x) =$$

$$= 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 - 6x^3 + 9x^2 - 12x =$$

Se suman los monomios del mismo grado.

$$= 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$$

Se obtiene otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplican.

Cociente de polinomios

Resolver el cociente:

$$P(x) = 2x^5 + 2x^3 - x - 8 \quad Q(x) = 3x^2 - 2x + 1$$

$$P(x) : Q(x)$$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

A la izquierda situamos el dividendo. Si el polinomio no es completo dejamos huecos en los lugares que correspondan.

$$x^5 \quad + 2x^3 \quad - x - 8 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ \hline \end{array} \right.$$

A la derecha situamos el divisor dentro de una caja.

Realizamos el cociente entre el primer monomio del dividendo y el primer monomio del divisor.

$$x^5 : x^2 = x^3$$

Multiplicamos cada término del polinomio divisor por el resultado anterior y lo restamos del polinomio dividendo:

$$\begin{array}{r} x^5 \quad + 2x^3 \quad - x - 8 \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \\ \hline 2x^4 + x^3 \quad - x - 8 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ \hline x^3 \end{array} \right.$$

Volvemos a dividir el primer monomio del dividendo entre el primer monomio del divisor. Y el resultado lo multiplicamos por el divisor y lo restamos al dividendo.

$$2x^4 : x^2 = 2x^2$$

$$\begin{array}{r} x^5 \quad + 2x^3 \quad - x - 8 \\ -x^5 + 2x^4 - x^3 \\ \hline 2x^4 + x^3 \quad - x - 8 \\ -2x^4 + 4x^3 - 2x^2 \\ \hline 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2x + 1 \\ \hline x^3 + 2x^2 \end{array} \right.$$

Procedemos igual que antes. $5x^3 : x^2 = 5x$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad + 2x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\ 2x^4 + x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\ 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \\ \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\ 8x^2 - 6x - 8 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} | x^2 - 2x + 1 \\ \hline x^3 + 2x^2 + 5x \end{array}$$

Volvemos a hacer las mismas operaciones. $8x^2 : x^2 = 8$

$$\begin{array}{r} x^5 \qquad + 2x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-x^5 + 2x^4 - x^3} \\ 2x^4 + x^3 \qquad - x - 8 \\ \underline{-2x^4 + 4x^3 - 2x^2} \\ 5x^3 - 2x^2 - x - 8 \\ \underline{-5x^3 + 10x^2 - 5x} \\ 8x^2 - 6x - 8 \\ \underline{-8x^2 + 16x - 8} \\ 10x - 16 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} | x^2 - 2x + 1 \\ \hline x^3 + 2x^2 + 5x + 8 \end{array}$$

$10x - 16$ es el resto, porque su grado es menor que el del divisor y por tanto no se puede continuar dividiendo.

$x^3 + 2x^2 + 5x + 8$ es el cociente.

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

Dado el polinomio $P(x) = 5x^2 - 3x + 2x + 1 - 3$:

- Obtén el polinomio reducido.
- Determina el grado del polinomio.
- ¿Cuántos términos tiene? ¿Cuál es su término independiente?
- ¿Es un polinomio completo? Si es incompleto, di qué término falta.

a) Para reducir un polinomio primero que hay que hacer es operar:

$$P(x) = 5x^2 - 3x + 2x + 1 - 3 = P(x) = 5x^2 - x - 2 \quad \text{Polinomio reducido}$$

- El grado del polinomio es grado 2: $P(x) = 5x^2 - x - 2$
- El polinomio tiene tres términos y -2 es el término independiente.

$$P(x) = 5x^2 - x - \boxed{2} \rightarrow -2 \text{ es el término independiente.}$$

Tiene tres términos.

d) $P(x) = 5x^2 - x - 2$ es un polinomio completo

grado: 2 1 0

1.

Reduce los siguientes polinomios.

a) $P(x) = 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1$

b) $P(x) = x^4 - 4 - 3x^2 + x - x^2 + 1 - 3x^4 - 3x$

2.

Señala si los siguientes polinomios son completos o incompletos. Completa la tabla.

POLINOMIO	COMPLETO	INCOMPLETO	FALTAN LOS TÉRMINOS
$P(x) = -4x^2 + 5x - 2$			
$Q(x) = 2x^3 + 40$			
$R(x) = -10x^2 - 20x + 40$			
$S(x) = 40$			
$T(x) = x^3 + x^2 + 1$			



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Calcula el valor numérico de los polinomios para $x = 1$.

a. $P(x) = x + 1$
 $x = 1$

$$P(\) = \square + 1$$

b. $P(x) = x^2 + 1$

c. $P(x) = x^3 + 1$

d. $P(x) = x^4 + 1$

1.

Halla el valor numérico de cada polinomio para el valor de la variable indicada.

a. $A(x) = x + 1$, para $x = 1$

c. $C(x) = -9x^4 + 7x^2 + 5$, para $x = 1$

b. $B(x) = 4x^5 - 6x^2 + 3$, para $x = -1$

d. $D(x) = x^3 + x^2 + x + 2$, para $x = -2$

2.



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Calcula la suma y resta de estos polinomios.

a. $P(x) = 3x + 2x^2 - x - 4$

$$P(x) =$$

$$+ Q(x) =$$

$$P(x) + Q(x) =$$

$$Q(x) = x^3 - x^2 - 9x + 3$$

$$P(x) =$$

$$- Q(x) =$$

$$P(x) - Q(x) =$$

b. $P(x) = x^7 - 8x^4 + 3$

$$P(x) =$$

$$+ Q(x) =$$

$$P(x) + Q(x) =$$

$$Q(x) = x^5 + 3x^3 - 6$$

$$P(x) =$$

$$- Q(x) =$$

$$P(x) - Q(x) =$$

c. $P(x) = 10x^4 + x^2 + 1$

$$P(x) =$$

$$+ Q(x) =$$

$$P(x) + Q(x) =$$

$$Q(x) = x^5 + 7x^2 - x$$

$$P(x) =$$

$$- Q(x) =$$

$$P(x) - Q(x) =$$



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

d. $P(x) = -x^4 - x^3 - 2$

$$P(x) =$$

$$+ Q(x) =$$

$$P(x) + Q(x) =$$

$Q(x) = -3x^4 - 2x^3 - x - 5$

$$P(x) =$$

$$- Q(x) =$$

$$P(x) - Q(x) =$$

e) $P(x) = -3x^3 - 2x^2 - 2$

$$P(x) =$$

$$+ Q(x) =$$

$$P(x) + Q(x) =$$

$Q(x) = 6x^4 - x^3 - 3x + 7$

$$P(x) =$$

$$- Q(x) =$$

$$P(x) - Q(x) =$$

3.

multiplica los siguiente s polinomios.

a. $P(x) = 5x^2 - 7x + 3$ y $Q(x) = 2x^2 + 1$

$$P(x) \cdot Q(x) = (5x^2 - 7x + 3) \cdot (2x^2 + 1)$$

$$= \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} = \boxed{} - \boxed{} + \boxed{} =$$

$$=$$

← Multiplica los monomios.

← Suma los términos.

b. $P(x) = x^3 - 1$ y $Q(x) = 5x^2 - x + 2$

$$P(x) \cdot Q(x) =$$

Calcula el producto de los polinomios $R(x) = x^3 - 1$ y $S(x) = x + 3$, utilizando la propiedad distributiva.



Institución Educativa Abraham Reyes

Guías de Trabajo

II Periodo Académico

Halla el producto de los siguientes polinomios.

a. $R(x) = x^3 - 1$ y $S(x) = x$

b. $R(x) = x^4 - x + 1$ y $S(x) = x^2 + 1$

4.

Calcula las divisiones de polinomios, y señala si son exactas o enteras.

a. $P(x) = x - 1$, $Q(x) = x$

c. $P(x) = x^2 - 1$, $Q(x) = x + 1$

b. $P(x) = x^2 - 5x + 6$, $Q(x) = x - 2$

d. $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, $Q(x) = x$