



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA ABRAHAM REYES

Guía Trabajo

II Periodo Académico

GRADO 8° ASIGNATURA: Geometría

DOCENTE: Diana Vileidy García Roldán

Entregar el 3 de junio al correo:

dianagarciar@ieabrahamreyes.edu.co



## LOS POLÍGONOS

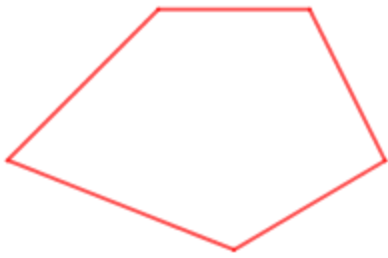
### DEFINICIÓN Y ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Una **línea poligonal** es un conjunto de varios segmentos consecutivos (donde acaba uno empieza otro).

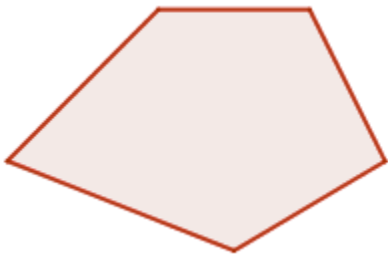
Una línea poligonal puede ser abierta (como en la siguiente imagen)



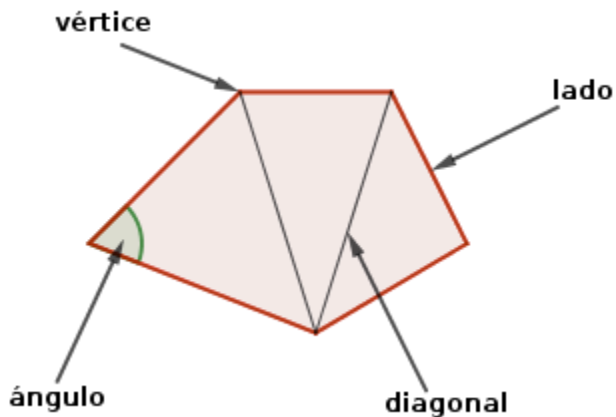
También puede ser cerrada (el extremo del último segmento coincide con el origen del primero)



Llamamos **polígono** a la zona del plano que encierra una línea poligonal cerrada



## ELEMENTOS DE UN POLÍGONO




- ▶ **Lados:** segmentos que limitan el polígono
- ▶ **Vértices:** puntos donde coinciden dos lados
- ▶ **Ángulos interiores:** ángulos delimitados por dos lados y el vértice común
- ▶ **Diagonales:** segmentos que unen dos vértices no consecutivos

**Perímetro:** suma de las longitudes de los lados

## CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

### Por el número de lados

Los nombres de los polígonos se forman anteponiendo a la palabra griega "**gono**", que significa lado, los prefijos que indican número:

Nombre	Lados	Forma
<b>Triángulo</b> (o trígono)	3	
<b>Cuadrilátero</b> (o tetrágono)	4	
<b>Pentágono</b>	5	
<b>Hexágono</b>	6	
<b>Heptágono</b>	7	
<b>Octágono</b>	8	
<b>Nonágono</b>	9	
<b>Decágono</b>	10	
<b>Endecágono</b>	11	
<b>Dodecágono</b>	12	

### Por el tipo de ángulos

- Se denominan polígonos **convexos** a aquellos en los que todos sus ángulos son menores que  $180^\circ$ .
- Llamamos polígonos **cóncavos** a aquellos que al menos tienen un ángulo que mide más de  $180^\circ$ .



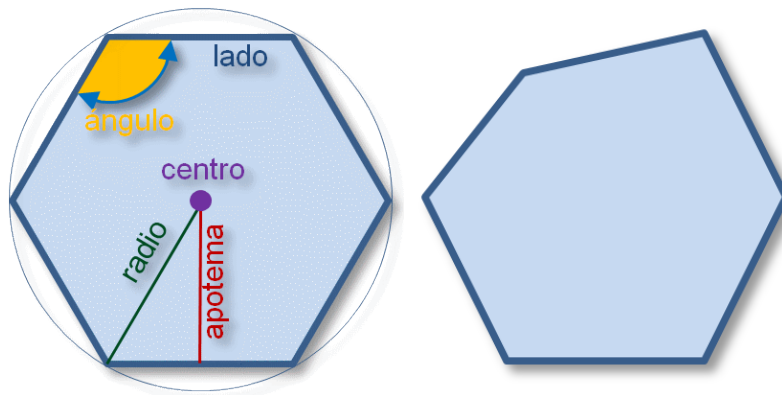
Todos los ángulos  
menores que  $180^\circ$



Al menos un ángulo  
mayor que  $180^\circ$

### Polígonos regulares e irregulares

Si todos sus ángulos y lados son iguales es regular.



**Polígono regular**

**Polígono irregular**

### Elementos de un polígono regular

- **Centro:** punto interior que equidista de cada vértice.
- **Radio:** segmento que va del centro a cada vértice.
- **Apotema:** distancia del centro al punto medio de un lado.

### Medida de un ángulo interior en polígonos equiángulos (4i)

$$\beta = \frac{180^\circ * (N - 2)}{N}$$

N = número de lados

### Ejemplo:

¿Cuánto miden los ángulos interiores de un pentágono?

Como un pentágono tiene 5 lados, se procede a realizar el cálculo de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{180^\circ * (5 - 2)}{5}$$

$$\beta = \frac{180^\circ * 3}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

## Diagonales de un polígono

Para calcular el número de diagonales de un polígono se utiliza la siguiente expresión:

$$d = \frac{n \times (n - 3)}{2}$$

n= número de lados del polígono

### Ejemplo:

¿Cuántas diagonales tiene un dodecágono?

Como un dodecágono tiene 12 lados, se procede a realizar el cálculo de la siguiente manera:

$$d = \frac{12 \times (12 - 3)}{2}$$

$$d = \frac{12 \times (9)}{2}$$

$$d = \frac{108}{2}$$

$$d = 54$$

# LOS TRIÁNGULOS

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS			
Según sus lados \ Según sus ángulos	EQUILÁTERO 3 lados iguales 3 ángulos iguales	ISÓSCELES 2 lados iguales 2 ángulos iguales	ESCALENO 3 lados desiguales 3 ángulos desiguales
<b>ACUTÁNGULO</b> 3 ángulos agudos			
<b>RECTÁNGULO</b> 1 ángulo recto 2 ángulos agudos	No existe		
<b>OBTUSÁNGULO</b> 1 ángulo obtuso 2 ángulos agudos	No existe		

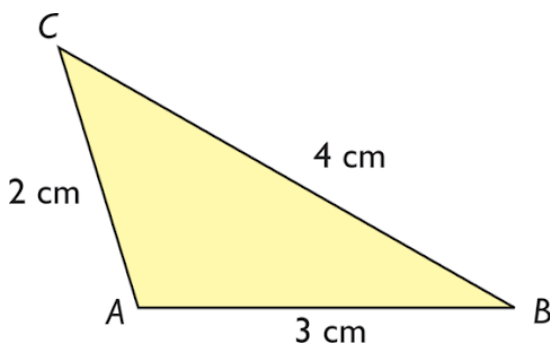
## PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS:

1. Un **lado** de un **triángulo** es **menor** que la **suma** de los **otros dos** y **mayor** que su **diferencia**.

$$a < b + c$$

$$a > b - c$$

### EJEMPLO:



En este caso:

Sea  $a = 4\text{cm}$ ;  $b = 2\text{cm}$  y  $c = 3\text{cm}$

Para poder construir el triángulo se debe dar que la suma de  $a+b$  sea mayor que  $c$ :

$a+b = 6\text{cm}$ , lo cual es cierto porque 6 es mayor que 3

También que  $b+c$  sea mayor que  $a$ :

$b+c = 2+3 = 5$ , y 5 es mayor que 4

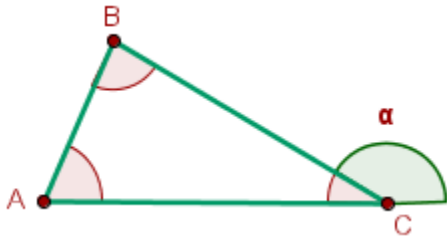
Por último,  $a+c$  debe ser mayor que  $b$

$a+c = 4+3 = 7$ , y 7 es mayor que 2

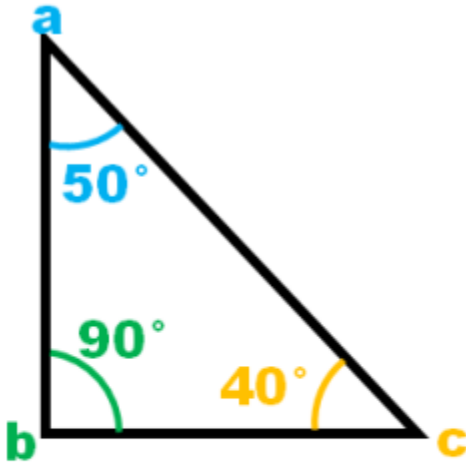
Como las tres desigualdades se cumplen, entonces es posible la existencia del triángulo.

2. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a  $180^\circ$ .

$$A + B + C = 180^\circ$$



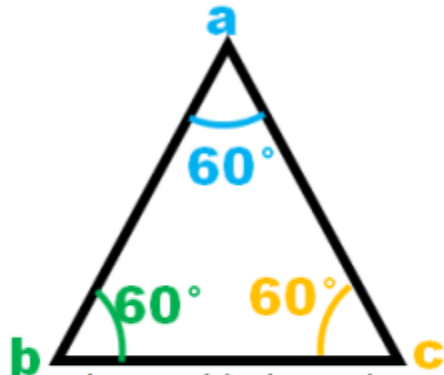
EJEMPLO:



$$a + b + c = 180^\circ$$

<https://matematicasparaticharito.wordpress.com>

$$50 + 90 + 40 = 180^\circ$$



<https://matematicasparaticharito.wordpress.com>

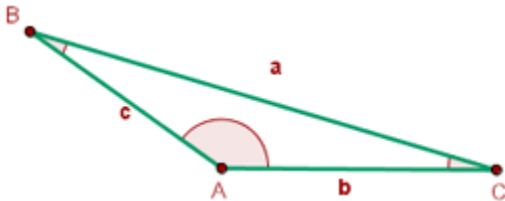
$$a + b + c = 180^\circ$$

$$60 + 60 + 60 = 180^\circ$$

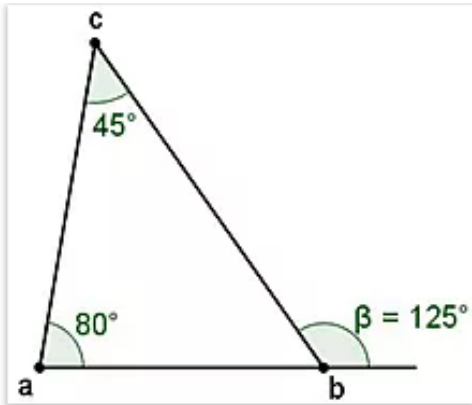
3. El valor de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes.

$$\alpha = A + B$$

$$\alpha = 180^\circ - C$$



**EJEMPLO:**



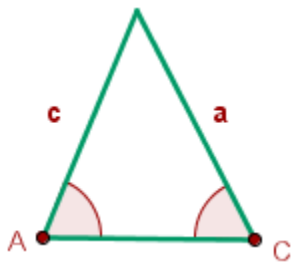
En este ejemplo los ángulos interiores se encuentran en a y c, sus valores son 80° y 45° respectivamente.

Y el ángulo  $\beta$  es un ángulo exterior al triángulo porque es suplementario del ángulo b.

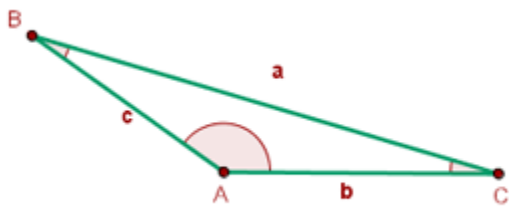
La suma de los ángulos a y c debe ser igual al suplemento de b, es decir al ángulo  $\beta$ .

$a+c = 80^\circ+45^\circ = 125^\circ$ , lo cual comprueba la propiedad.

**4. En un triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo.**

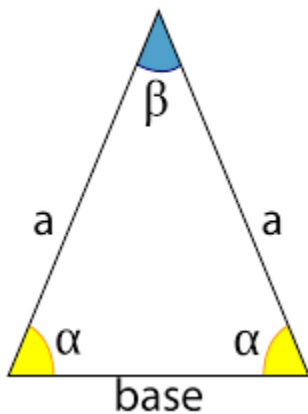


**EJEMPLO:**



En este triángulo el lado mayor es a y el ángulo de mayor abertura es A que es el opuesto al lado a, lo cual confirma la propiedad de que entre más longitud tenga el lado, el ángulo opuesto será mayor.

**5. Si un triángulo tiene dos lados iguales, sus ángulos opuestos también son iguales.**



Como los lados a y a son iguales, sus opuestos, que corresponden a los ángulos de la base, también lo son.



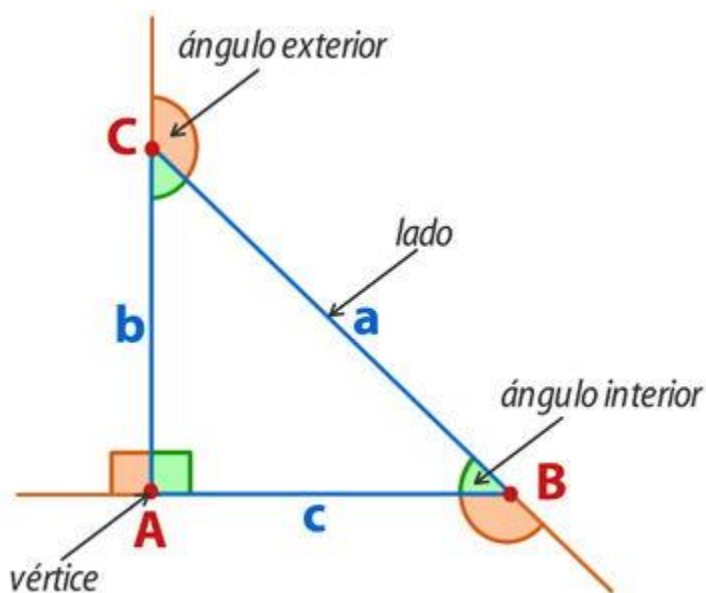
# LÍNEAS NOTABLES EN UN TRIÁNGULO

## 1- Elementos del triángulo

Los elementos del triángulo son los que componen esta figura geométrica, los cuales se pueden definir como elementos primarios y secundarios.

Los elementos primarios son los vértices, lados y ángulos (interiores y exteriores).

Ejemplo elementos primarios:



Como puedes ver, un triángulo tiene tres lados (dibujados en celeste), tres vértices (resaltados con un punto rojo), tres ángulos interiores (pintados en verde) y tres ángulos exteriores (pintados color naranja).

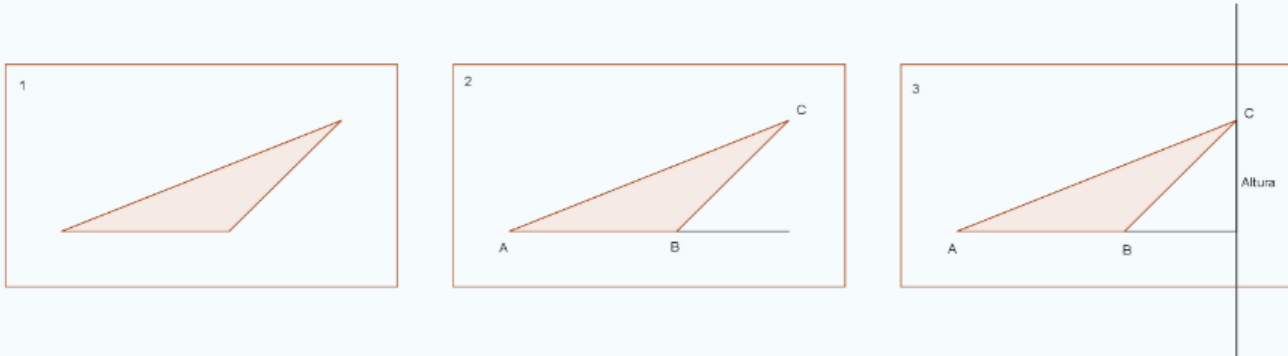
Los elementos secundarios son las alturas, bisectrices, medianas y mediatrices, de los cuales detallaremos a continuación las alturas y bisectrices.

## ALTURAS Y ORTOCENTRO

La altura de un triángulo es la recta perpendicular a un lado que pasa por el vértice del lado opuesto.

Hay casos en el que la altura correspondiente a un vértice no puede dibujarse en el interior de un triángulo, para estos casos hay prolongar el lado del triángulo correspondiente, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

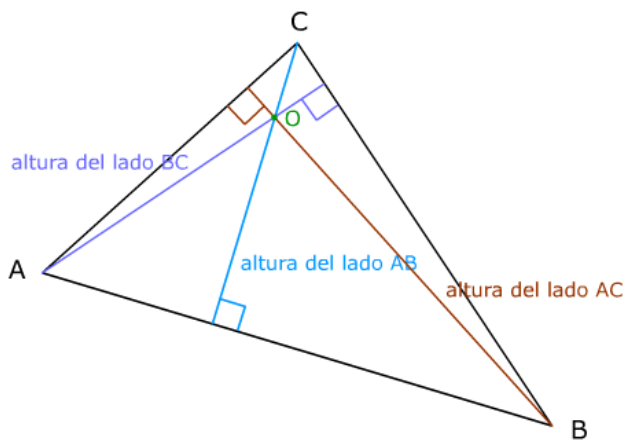
1. Tenemos un triángulo
2. Prolongamos el lado AB en dirección donde está situado el vértice C
3. Trazamos la perpendicular en la prolongación que pasa por C



Por cada vértice de un triángulo podemos trazar una altura. Por tanto, un triángulo tiene tres alturas.

Las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto que se llama **Ortocentro**.

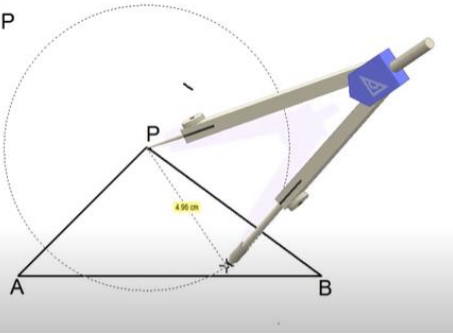
- Para hallar la altura trazamos la perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto a dicho lado.
- El ortocentro es el punto de corte de las tres alturas.



Ortocentro: punto de intersección de las tres alturas

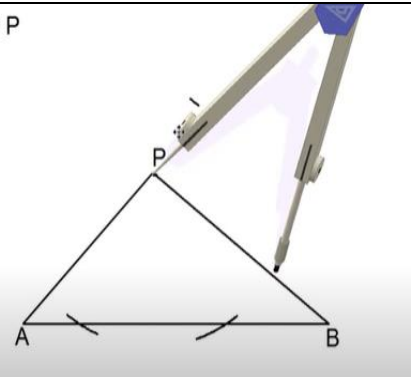
# PASOS PARA TRAZAR LAS ALTURAS:

Altura que pasa por P



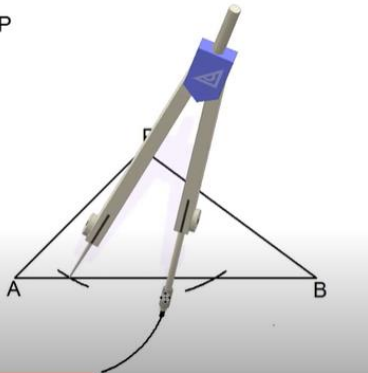
1° Se ubica el compás en el vértice al cual se le va a trazar la altura (Vértice P), de tal manera que logre cortar el segmento opuesto ( $\overline{AB}$ ) en dos puntos.

Altura que pasa por P



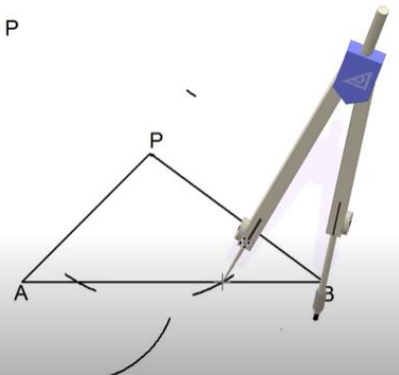
2° Se marcan los dos puntos de corte

Altura que pasa por P



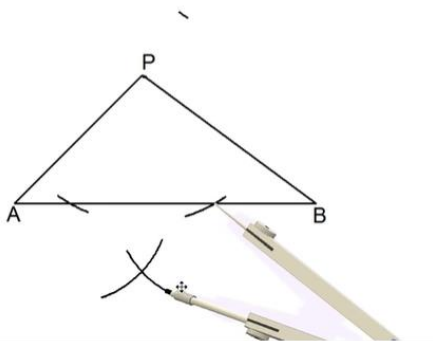
3. Se ubica en uno de los puntos de corte y con una abertura con un poco más de la mitad de la distancia entre ellos, se traza un arco en la parte inferior.

Altura que pasa por P



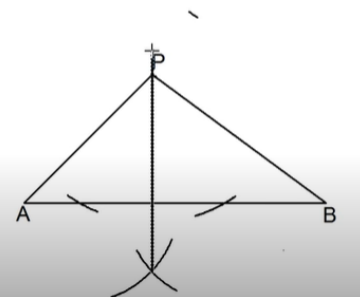
4. Se repite el proceso desde el otro punto.

Altura que pasa por P



5. Se extiende el arco de tal manera que corte al otro arco.

Altura que pasa por P

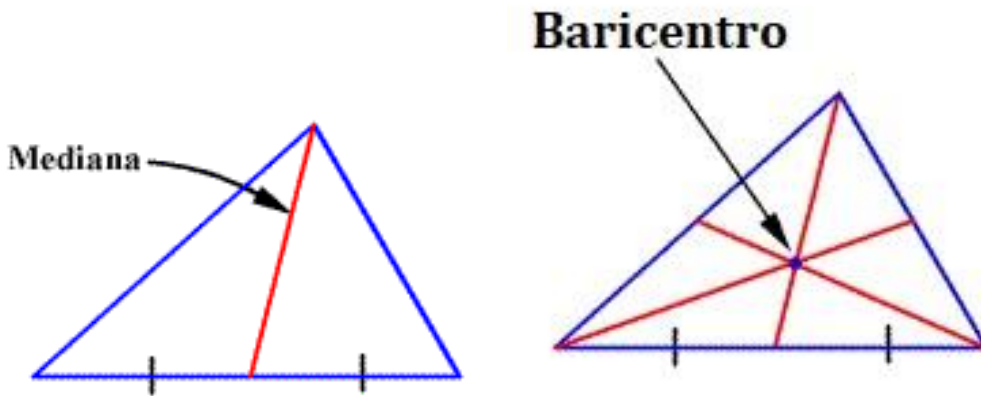


6. Se unen con una recta el punto donde se cortan los arcos con el vértice opuesto (P), y esa es la altura pedida.

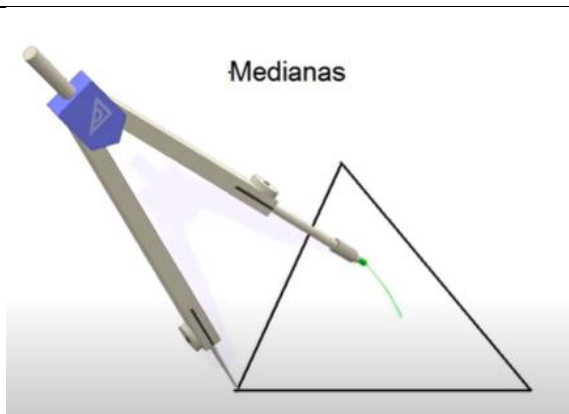
El proceso se repite para cada uno de los vértices, al trazar las tres alturas se marca el ortocentro.

## MEDIANAS Y BARICENTRO

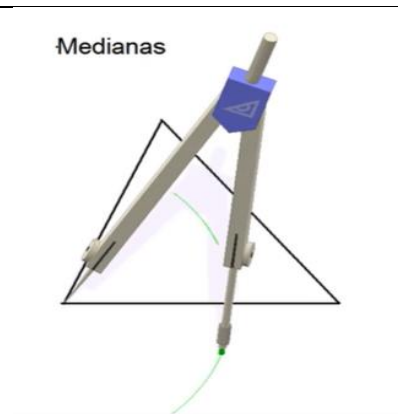
Una mediana de un triángulo es un segmento de línea dibujado desde un vértice al punto medio del lado opuesto del vértice. El punto donde convergen las medianas se llama baricentro.



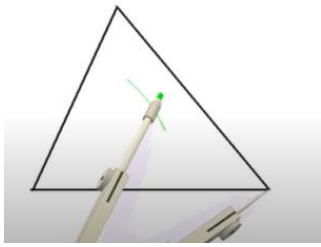
### PASOS PARA TRAZAR LAS MEDIANAS:



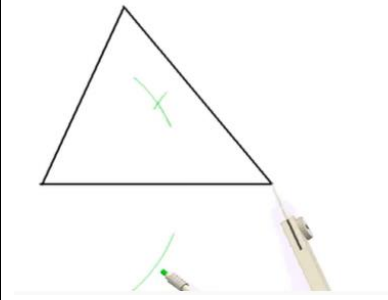
1. Se ubica el compás en uno de los vértices del lado del triángulo al cual se le ve a trazar las medianas.



2. Con una abertura con un poco más de la mitad de la distancia entre ellos, se traza un arco en la parte inferior y otro en la parte superior.

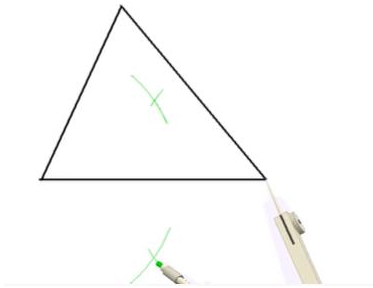


3. Se repite el proceso desde el otro extremo del lado al que se le están trazando las medianas.

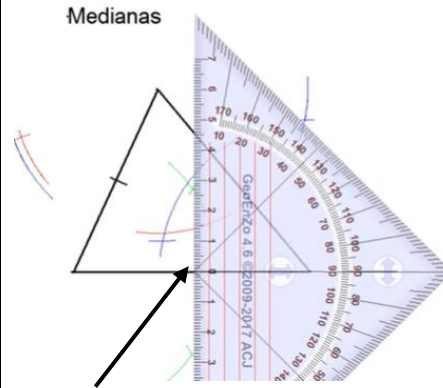


4. Al trazar los arcos se deben encontrar en un punto, tanto en la parte de arriba como en la parte de abajo.

Medianas

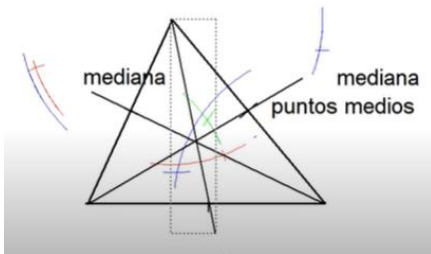


5. Los dos cortes deben quedar como se muestra en la figura.



6. Se marca el punto que corta al segmento sin trazar la recta.

Medianas



7. Se une el vértice opuesto con la marca del punto medio con una semirrecta, y esa es la mediana pedida.

El proceso se repite para cada uno de los LADOS y después de trazar las tres medianas se marca el baricentro.

## **MEDIATRICES Y CIRCUNCENTRO**

Recuerda que la mediatriz de un segmento, es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

Se llaman mediatrices del triángulo a las mediatrices de cada uno de sus lados.

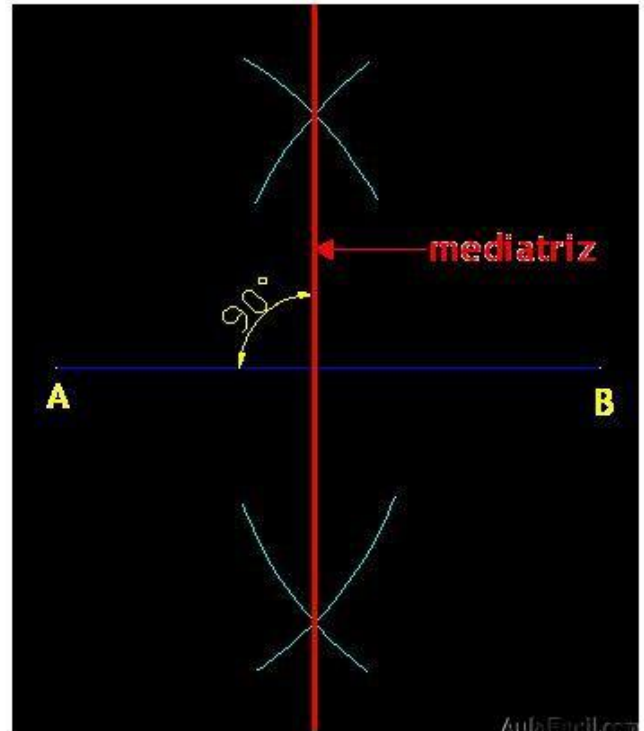
## PASOS PARA TRAZAR LAS MEDIATRICES:

Para trazar la mediatriz de un segmento, en nuestro caso, del segmento  $\overline{AB}$  debes dibujar dos semicírculos, con el mismo radio, haciendo centro en  $A$  y en  $B$ .

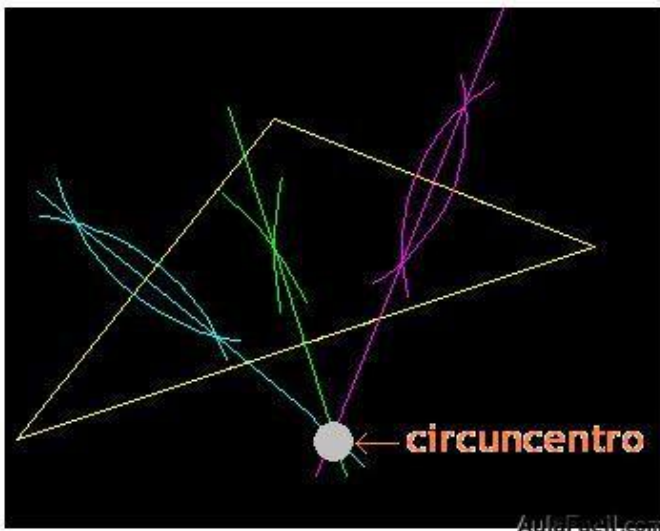
Ambas curvas se cortarán en dos puntos que son suficientes para trazar una recta que pase por dichos puntos.

En la figura que se encuentra a continuación, la tienes en rojo.

Esta recta, además de ser perpendicular a  $\overline{AB}$  pasa por la mitad de este segmento.



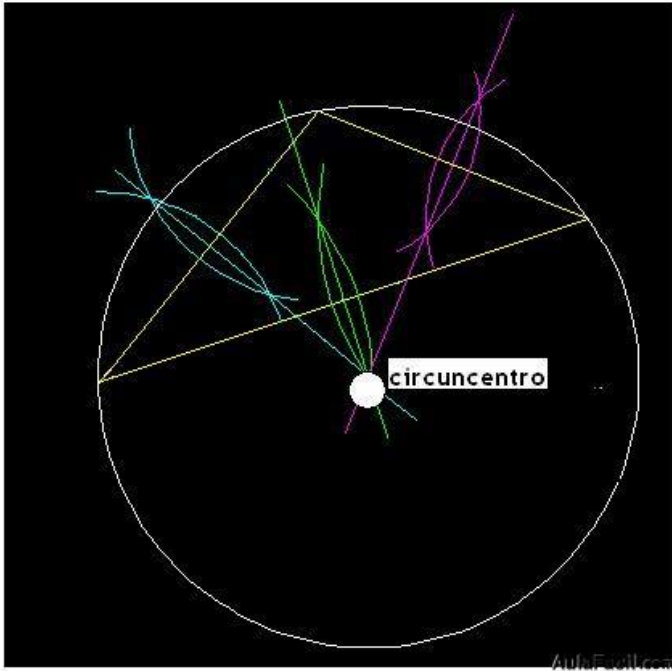
En el caso de un triángulo debemos dibujar las tres mediatrices, una por cada lado siguiendo el mismo procedimiento:



## CIRCUNCENTRO

Se trata del centro de una circunferencia que rodea a un triángulo y está en contacto con cada vértice del triángulo.

El circuncentro, además de ser el punto donde se cortan las mediatrices de un triángulo, es el centro de una circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo. Tomamos como ejemplo, la figura anterior.

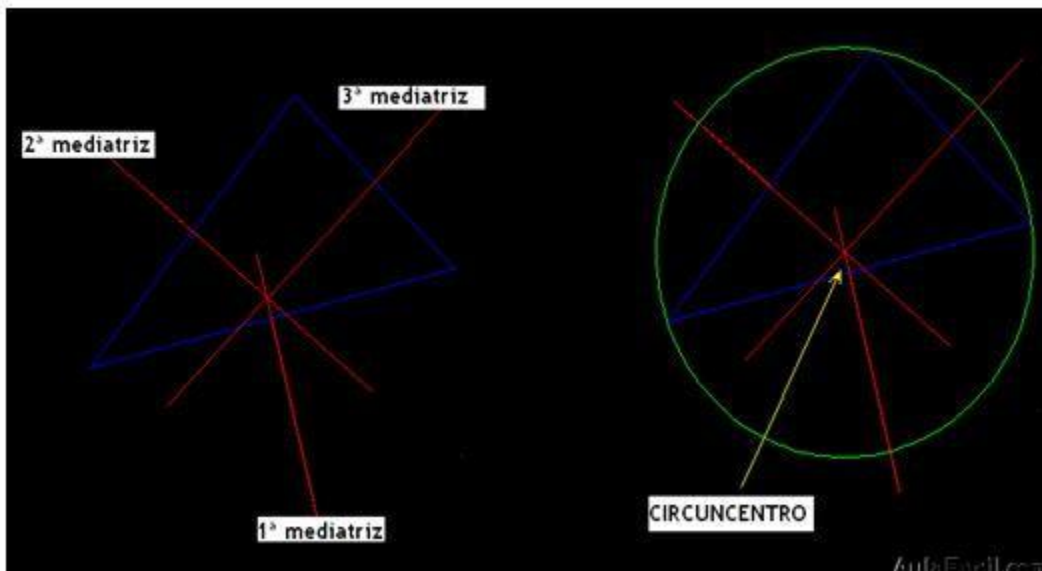


Observarás que, haciendo centro en el circuncentro, la circunferencia toca a los tres vértices del triángulo. Dicho de otro modo, los vértices están a igual distancia del centro o circuncentro.

A continuación, tienes otra figura donde apreciarás las mediatrices, el circuncentro y la circunferencia circunscrita.

Observa que cada mediatriz respecto al lado del triángulo es perpendicular al mismo además de pasar por su punto medio.

El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita (en color blanco) que rodea al triángulo tocando sus vértices.



## BISECTRICES E INCENTRO

Se trata de una semirrecta que partiendo del vértice divide al ángulo en dos partes iguales.

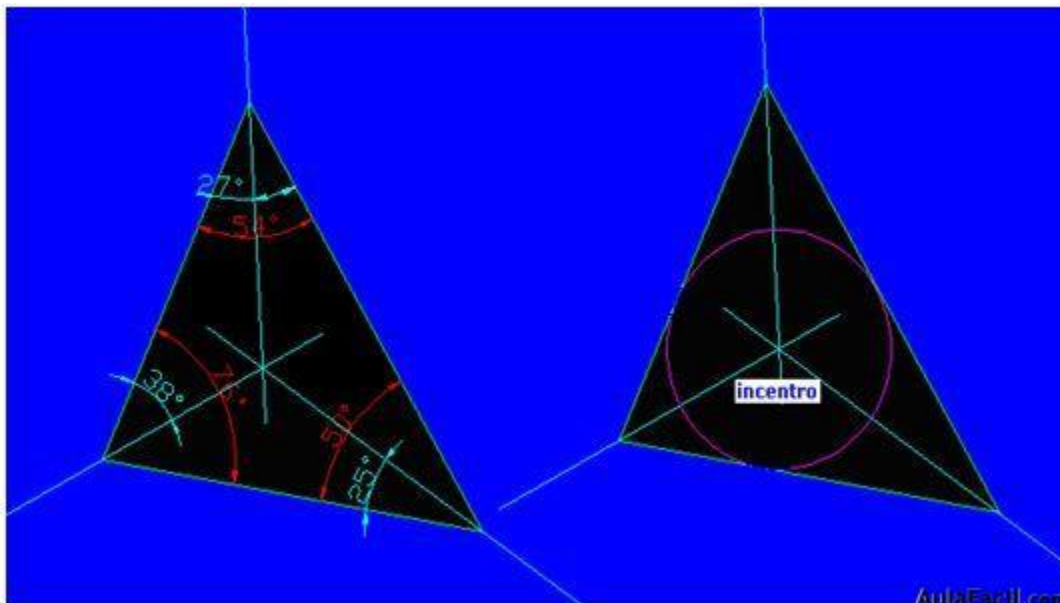
Podemos decir también que cada punto de la bisectriz, equidista (está a igual distancia) de los lados del ángulo.

Un triángulo al tener 3 lados tiene también 3 ángulos. En cada trazamos su bisectriz, como observarás en la figura siguiente.

El punto donde se cortan las 3 bisectrices se llama ***incentro***.

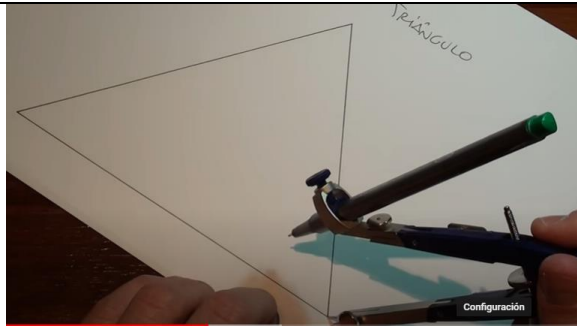
Haciendo centro en el *incentro* podemos dibujar una circunferencia *inscrita*, *dentro* del triángulo.

**Cada lado del triángulo está a igual distancia del incentro**

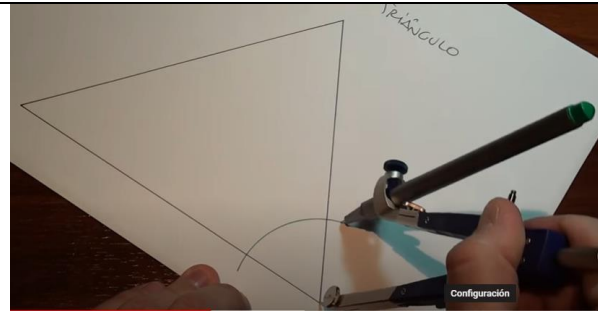




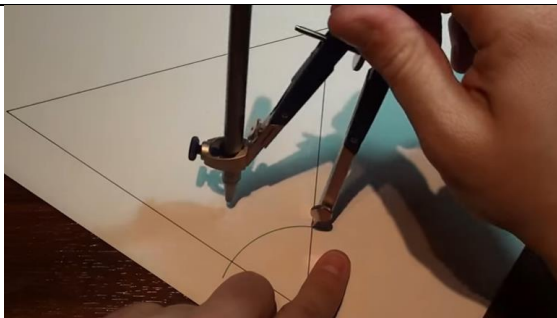
## PASOS PARA TRAZAR LAS BISECTRICES:



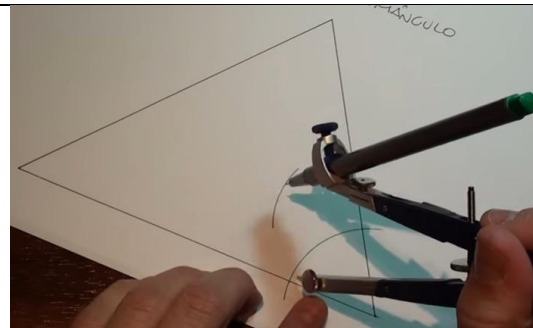
1. Se ubica el compás en uno de los vértices del triángulo



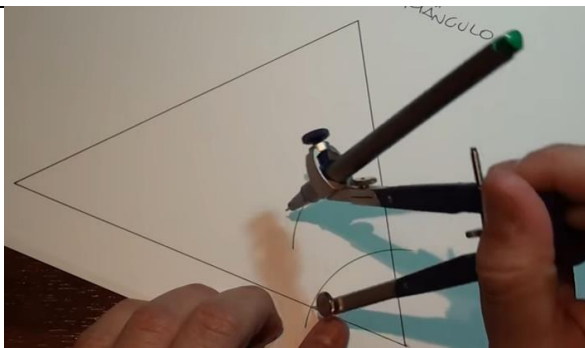
2. Se traza un arco que corte a los dos segmentos vecinos en 2 puntos.



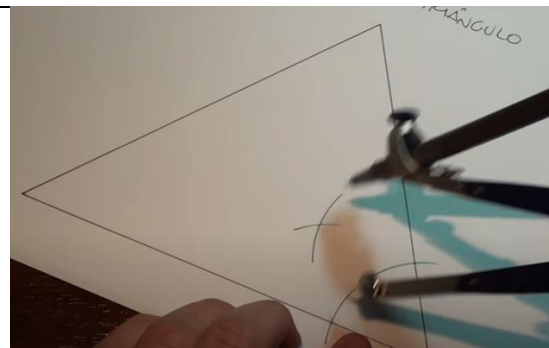
3. Con la misma abertura del compás y ubicado en uno de los puntos hallados,



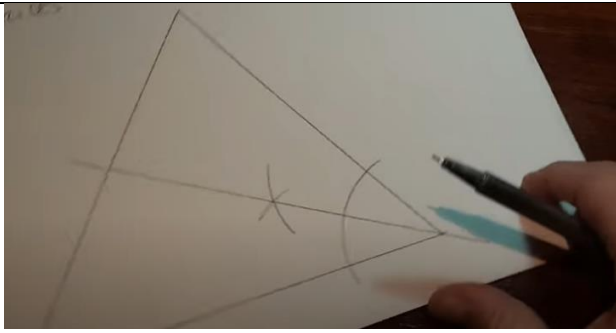
4. Se traza un arco al frente del vértice al que le estamos hallando la bisectriz.



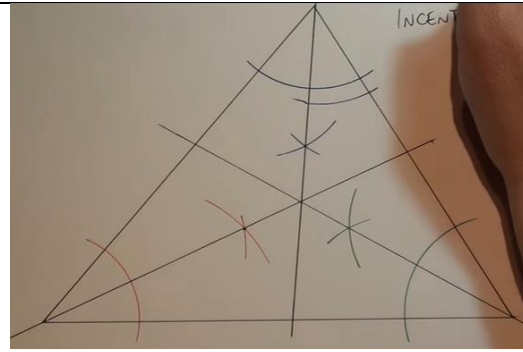
5. Se repite el proceso anterior desde el otro punto



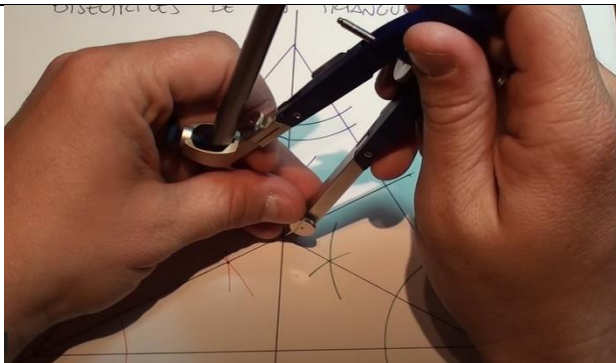
6. De tal manera que se crucen los arcos en un punto.



7. Se une el vértice con el punto hallado y esa es la bisectriz pedida.



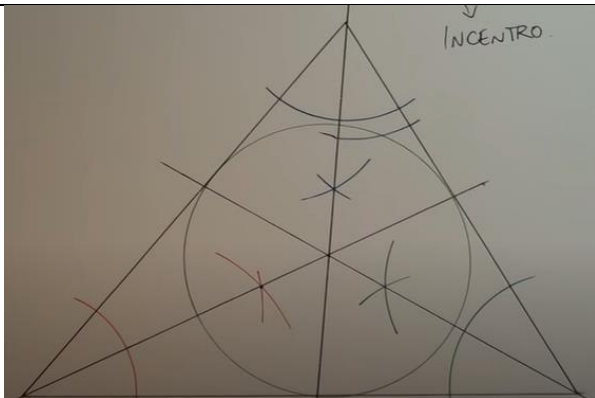
8. Se repite el proceso para cada uno de los vértices y se marca el incentro.



9. Para trazar la circunferencia inscrita, se ubica el compás en el incentro



10. Se toma como radio la distancia desde el incentro a uno de los lados del triángulo, como se muestra en la figura.



Se traza la circunferencia que debe ser tangente (debe tocar en un punto) a cada uno de los lados del triángulo, tal y como se muestra. La circunferencia trazada es la circunferencia inscrita.



## VIDEO DE APOYO:

<https://www.youtube.com/watch?v=eM-yn39aYNw>

<https://www.youtube.com/watch?v=POJzXBBC7IA>

<https://www.youtube.com/watch?v=sN-8mmkun5c>

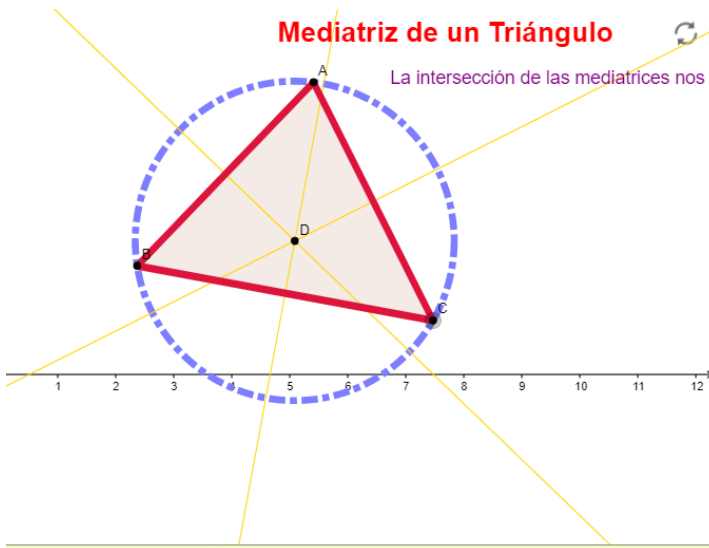
<https://www.youtube.com/watch?v=t9VDM5sYo0k>

[https://www.youtube.com/watch?v=ku\\_GwiCflpk](https://www.youtube.com/watch?v=ku_GwiCflpk)

## Practica en los siguientes simuladores:



Ve al enlace que está a continuación y mueve los vértices del siguiente triángulo para que verifiques los distintos lugares en los que puede encontrarse el circuncentro:



[http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es\\_2013121113\\_9155844/mediatrices\\_y\\_circuncentro.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es_2013121113_9155844/mediatrices_y_circuncentro.html)

Ve al enlace que está a continuación y mueve los vértices del siguiente triángulo para que verifiques los distintos lugares en los que puede trazarse el baricentro:

<https://www.geogebra.org/m/bnJXYFqa>


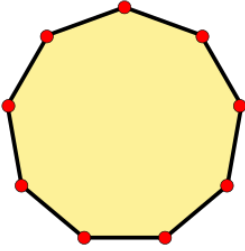
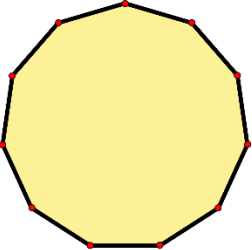
# TALLER

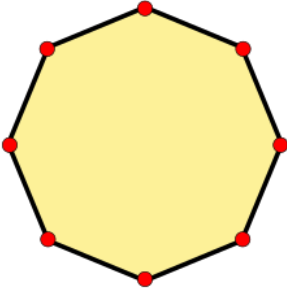
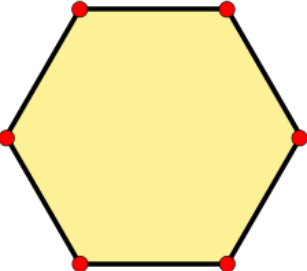
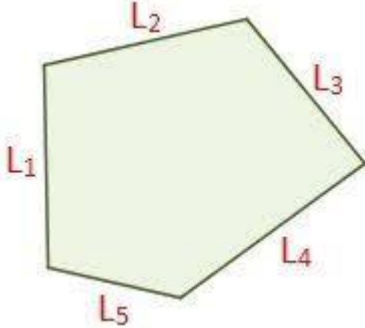
NOMBRE Y GRUPO DEL ESTUDIANTE:

8°

**NOTA:** Cada ejercicio debe tener el proceso como sustentación

1. (Valor 1.0) a. Completa la siguiente tabla:

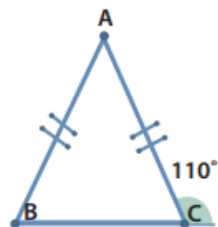
FIGURA	CLASIFICACIÓN SEGÚN SUS LADOS	CLASIFICACIÓN SEGÚN SUS ÁNGULOS	NÚMERO DE DIAGONALES (Regulares)	MEDIDA DE UN ÁNGULO INTERIOR (Regulares)
 Nombre:				
 Nombre:				
 Nombre:				

 <p>Nombre:</p>				
 <p>Nombre:</p>				
 <p>Nombre:</p>				

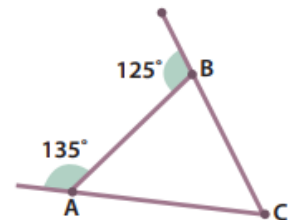
2. Aplica las propiedades de los triángulos para resolver las siguientes situaciones:

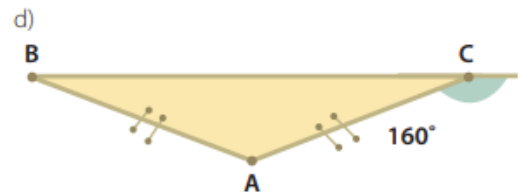
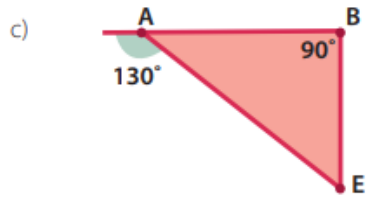
a. (0.8) Determina las medidas de los ángulos de los siguientes triángulos:

a)

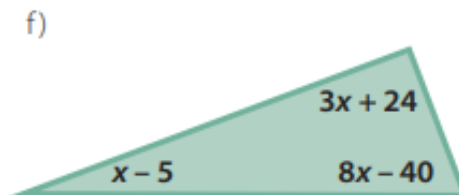
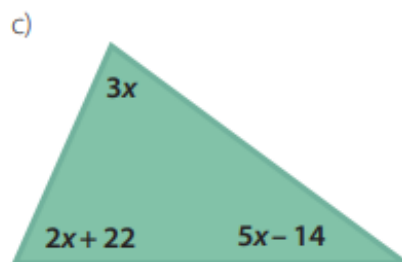
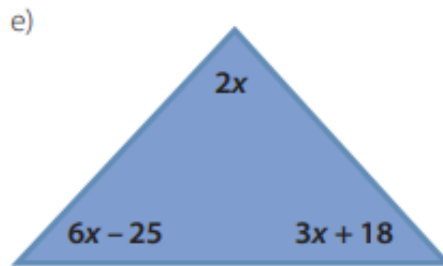
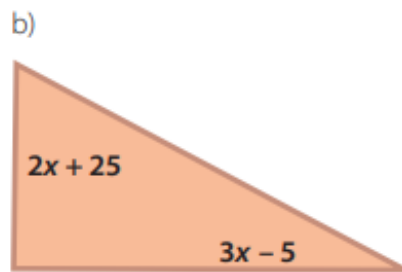
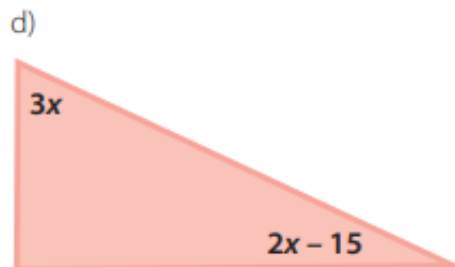
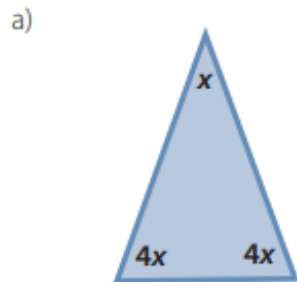


b)

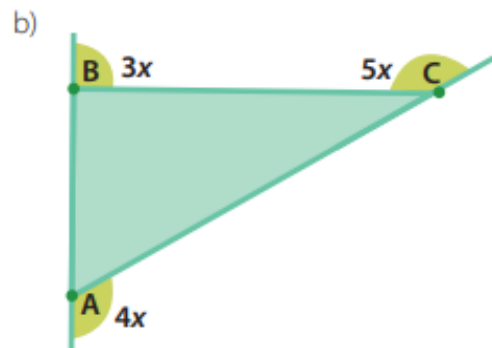
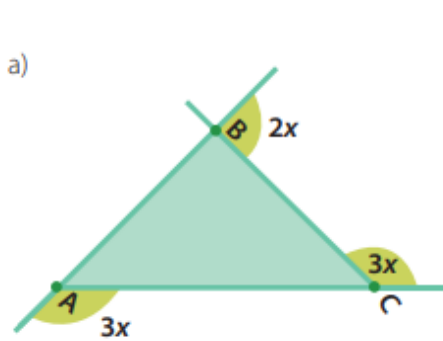




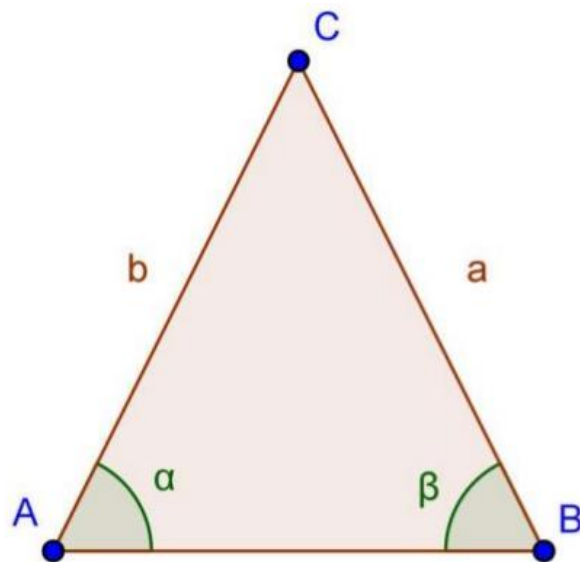
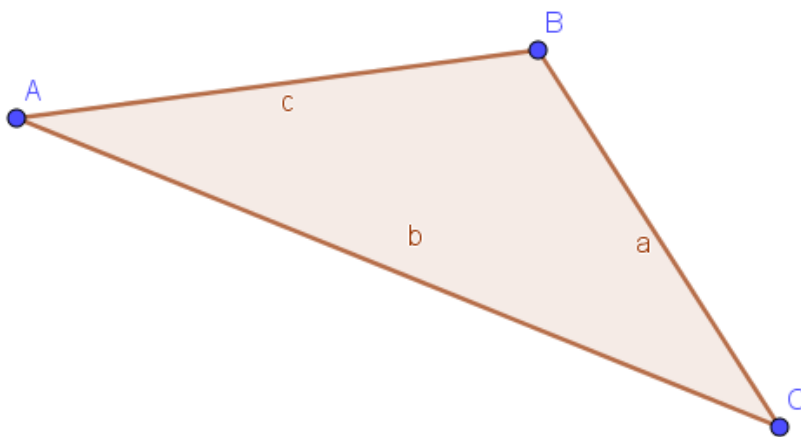
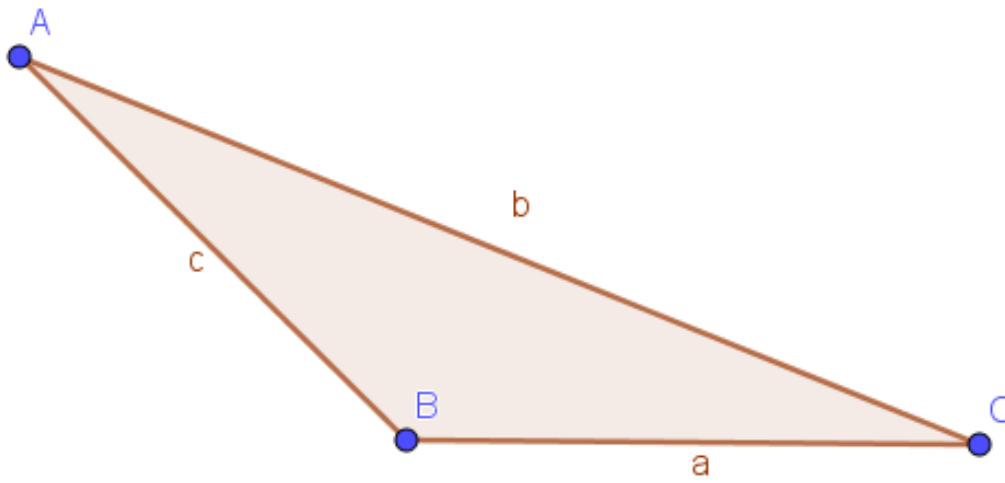
b. (1.2) Calcula las medidas de los ángulos de cada uno de los siguientes triángulos:



c. (0.4) Calcula la medida de los ángulos exteriores de los siguientes triángulos:



3. (1.6) Para cada uno de los siguientes triángulos, trazar las líneas y puntos notables



- AUTOEVALUACIÓN: \_\_\_\_\_

## Tomado de:

<https://www.portaleducativo.net/septimo-basico/804/elementos-secundarios-triangulo-alturas-bisectrices>.

[http://agrega.educacion.es/repositorio/28052014/bd/es\\_2014052812\\_9213814/alturas\\_de\\_un\\_triangulo.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/28052014/bd/es_2014052812_9213814/alturas_de_un_triangulo.html)

[https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath\\_help/spanish/topics/medians-of-a-triangle](https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/medians-of-a-triangle)

[https://es.slideshare.net/guest42cbdb/mediatrices-y-circuncentro-3730867?from\\_action=save](https://es.slideshare.net/guest42cbdb/mediatrices-y-circuncentro-3730867?from_action=save)

[http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es\\_2013121113\\_9155844/mediatrices\\_y\\_circuncentro.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es_2013121113_9155844/mediatrices_y_circuncentro.html)

<https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas/geometria/mediatriz-de-un-triangulo-circuncentro-111144>

<https://www.youtube.com/watch?v=kDIqN3w4RIo>

<https://www.youtube.com/watch?v=JPECLivemtY>

<https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas/geometria/bisectrices-de-un-triangulo-incentro-altura-de-un-triangulo-ortocentro-mediana-baricentro-baricentro-y-gravedad-111145>

<https://www.youtube.com/watch?v=2muWPlyGr8M>

<https://matematicasies.com/Definicion-y-Elementos-de-un-Poligono>

[http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/clasificacin\\_de\\_los\\_polgonos.html](http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/clasificacin_de_los_polgonos.html)

[http://servicios.educarm.es/alkaragi/content/contents/08/08c\\_07.htm](http://servicios.educarm.es/alkaragi/content/contents/08/08c_07.htm)

<https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/geometria/triangulo-propiedades.html>

[http://www.cordelariadna.ac.cr/assets/pdf/geometria/angulos\\_y\\_triangulos/triangulos/geometria\\_desigualdad\\_triangular.pdf](http://www.cordelariadna.ac.cr/assets/pdf/geometria/angulos_y_triangulos/triangulos/geometria_desigualdad_triangular.pdf)

<http://laescuelaencasa.com/matematicas-2/geometria-basica/clase-3-los-poligonos/>