



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA ABRAHAM REYES

Guía Trabajo

II Periodo Académico

GRADO 8° ASIGNATURA: Estadística y Geometría

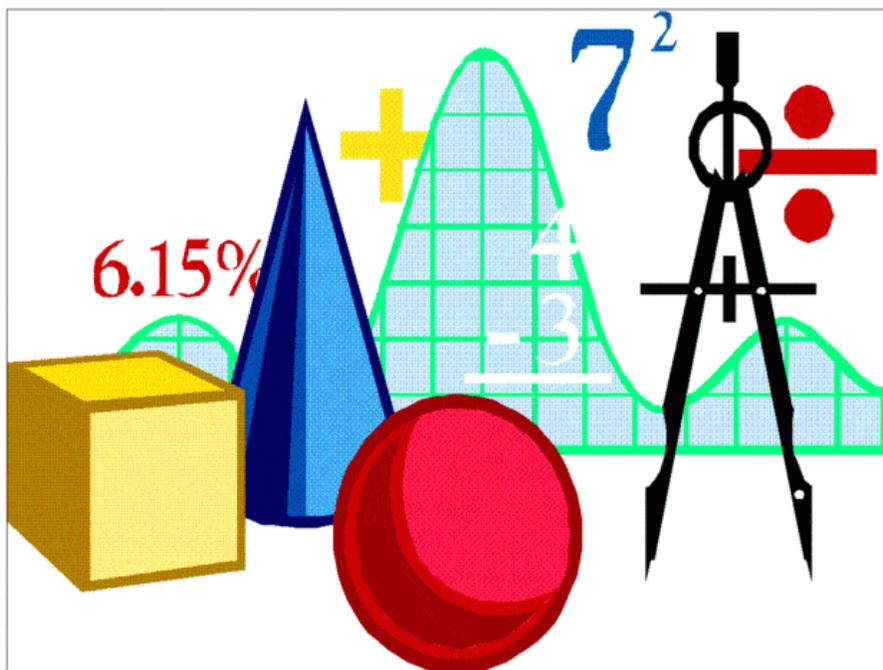
DOCENTE: Diana Vileidy García Roldán

Entregar el 3 de junio al correo:

[dianagarciar@ieabrahamreyes.edu.co](mailto:dianagarciar@ieabrahamreyes.edu.co)



## GUÍA INTEGRADA ESTADÍSTICA Y GEOMETRÍA PARA ESTUDIANTES CON NECESIDADES EDUCATIVAS ESPECIALES



# ESTADÍSTICA

## DIAGRAMA CIRCULAR

Los **gráficos circulares** se utilizan para mostrar los datos que mejor se analizan mediante la comparación de la parte al todo. Por lo tanto, lo mejor es crear fracciones antes de construir el gráfico circular. Cada fracción de la gráfica circular representa a un sector del círculo. Gráficas circulares también pueden ser referidas como gráficos circulares o gráficos.

Estos gráficos, que también son conocidos como gráficos de pastel, tarta o gráfica de 360 grados, son perfectos para ilustrar porcentajes y proporciones, de forma que de un simple vistazo puedas interpretar las correlaciones entre varios elementos.

### CÓMO HACER UN GRÁFICO CIRCULAR:

1. De nada servirá tu gráfico si la información que aportas en él no es clara y precisa. Es por eso que antes de ponerte manos a la obra necesitarás **reunir todos los datos** que necesitarás para confeccionar el gráfico y nombrar claramente cada uno de sus apartados, así como el título.

Reúne todos los datos necesarios y escoge **el título del gráfico**, así como los títulos de cada sector. Estos, deben ser claros, conocidos y lo más explicativos posibles. Por ejemplo, si quieres hacer un gráfico circular donde se muestren las mascotas favoritas de todos los miembros de la clase, el gráfico podría llevar un título como: *Preferencias de mascotas en la clase "x"* y a cada sector le correspondería los títulos: *perros, gatos, peces, aves, conejos, etcétera*.

2. Para poder crear el gráfico circular vas a necesitar los gráficos estadísticos pertinentes. El primer paso deberá ser recoger toda la información que necesites mediante un trabajo de campo o cualquier otra actividad.

Siguiendo con el ejemplo que hemos propuesto en el apartado anterior, si quisieras hacer un gráfico circular en el que se viera claramente las preferencias de los miembros de una clase respecto a los animales de compañía, deberías preguntar uno por uno cuál es su animal de compañía favorito y apuntar los resultados.

Si hay 20 miembros en clase, necesitarás 20 resultados distintos que deberás agrupar en los sectores correspondientes:

- 4 perros
- 6 gatos
- 5 peces
- 5 aves

El total siempre debe sumar igual que el número de participantes.

3. A continuación, deberás fraccionar los resultados para saber qué parte del total (que es 20) le corresponde a cada uno de los sectores. Esto es muy fácil de hacer, pues simplemente debes poner sobre cada uno de los resultados el total estudiado:

- $4/20$  perros
- $6/20$  gatos
- $5/20$  peces
- $5/20$  aves

4. El siguiente paso será **dibujar un círculo con un compás**. Dentro de este círculo, que es la base sobre la cual crearás el gráfico circular, deberás **dibujar los sectores** que lo conformarán como si fueran los trozos de una carta.

Cada sector debe corresponder con cada una de las unidades que conforman el total, es decir, en el ejemplo propuesto cada uno de los alumnos de clase. Si tenemos en cuenta que un círculo tiene 360 grados, deberemos dividir 360 entre 20 para saber los grados que debe tener el ángulo interior de cada sector. En este caso, el resultado es  $18^\circ$ , por lo que dentro del círculo deberemos dibujar 20 sectores de 18 grados de ángulo.

5. Para hacerlo necesitarás una regla y un transportador de ángulos. Ayúdate del compás para poder marcar el centro y, desde allí, dibuja **una línea recta hasta uno de los bordes** de la circunferencia.

Partiendo de esta regla, y colocando encima el transportador de ángulos, marca cada 18 grados una señal que, uniéndola con el centro del círculo, conformará los 20 sectores.

6. Ya tienes casi acabado tu gráfico circular. A partir de lo que tienes hecho solo necesitarás **colorear con colores distintos** las partes que le corresponde a cada grupo. Con el ejemplo explicativo que hemos estado usando, deberías rellenar 6 de un color -para los gatos- 4 de otro -para perros-, 5 de otro -para aves- y 5 más -para peces-.

Un consejo que te ofrecemos para que te quede mucho mejor es que marques con un rotulador o bolígrafo las líneas que separan un sector del otro y borres todas las celdas intermedias. De este modo te quedarán 4 grandes sectores uniformes y quedará un resultado final impecable.

## EJEMPLO:

Al realizar una encuesta sobre el tiempo que navegan en internet a un grupo de 50 personas, la tabla de frecuencias se muestra a continuación:

Tiempo (hr)	#	Fr	%	$360^\circ$
0-1	9	$\frac{9}{50} = 0.18$	$0.18 \times 100 = 18\%$	$0.18 \times 360 = 64.8 \approx 65^\circ$
1-3	23	$\frac{23}{50} = 0.46$	$0.46 \times 100 = 46\%$	$0.46 \times 360 = 165.6 \approx 166^\circ$
3-5	12	$\frac{12}{50} = 0.24$	$0.24 \times 100 = 24\%$	$0.24 \times 360 = 86.4 \approx 86^\circ$
>5	6	$\frac{6}{50} = 0.12$	$0.12 \times 100 = 12\%$	$0.12 \times 360 = 43.2 \approx 43^\circ$
	50	1	100%	360°

ORDEN PARA GRAFICAR

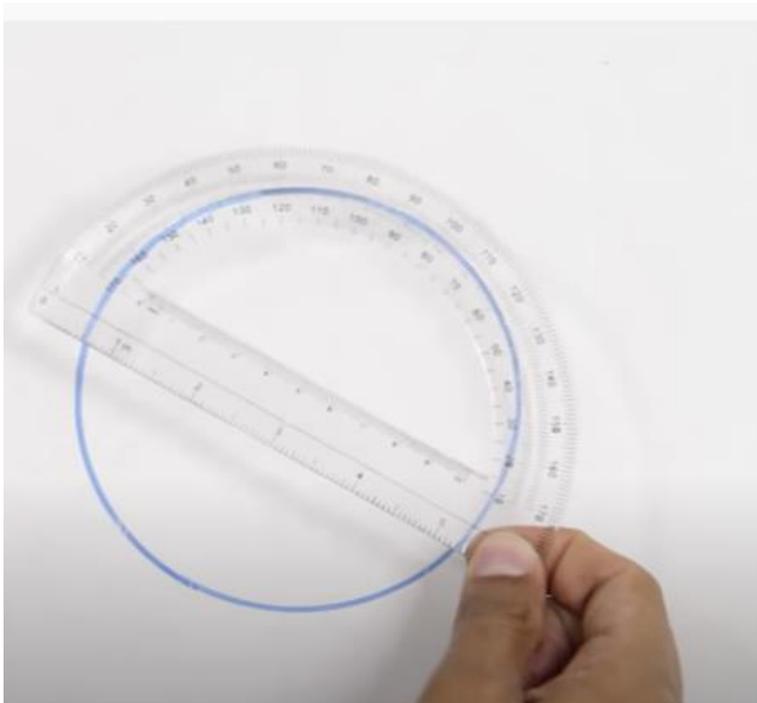
3°

1°

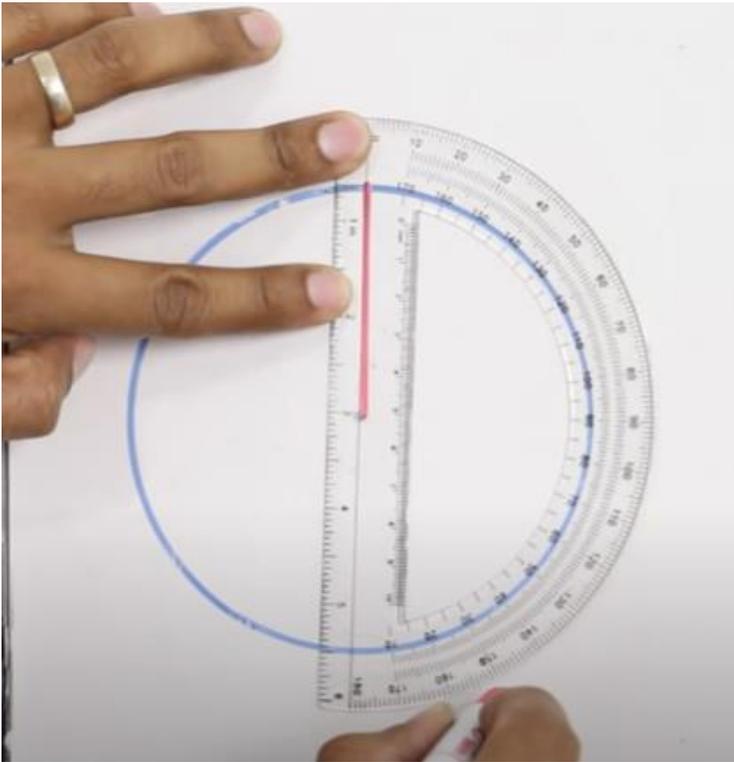
2°

4°

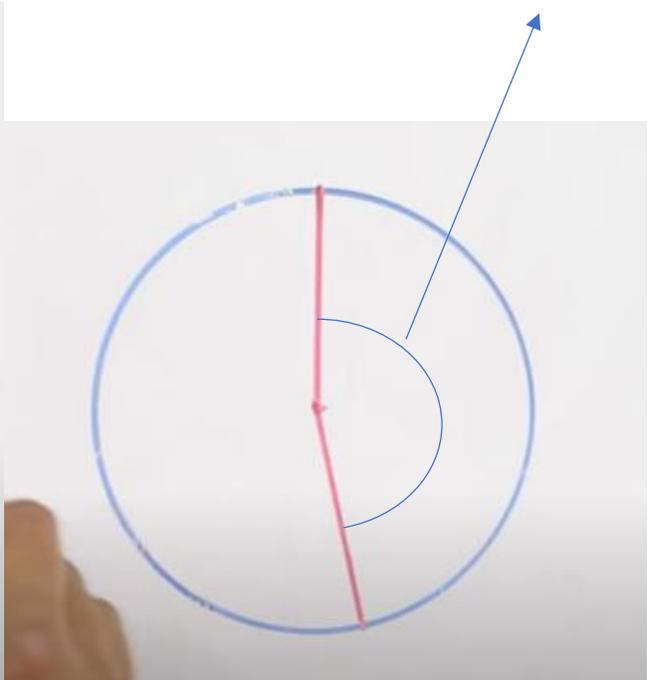
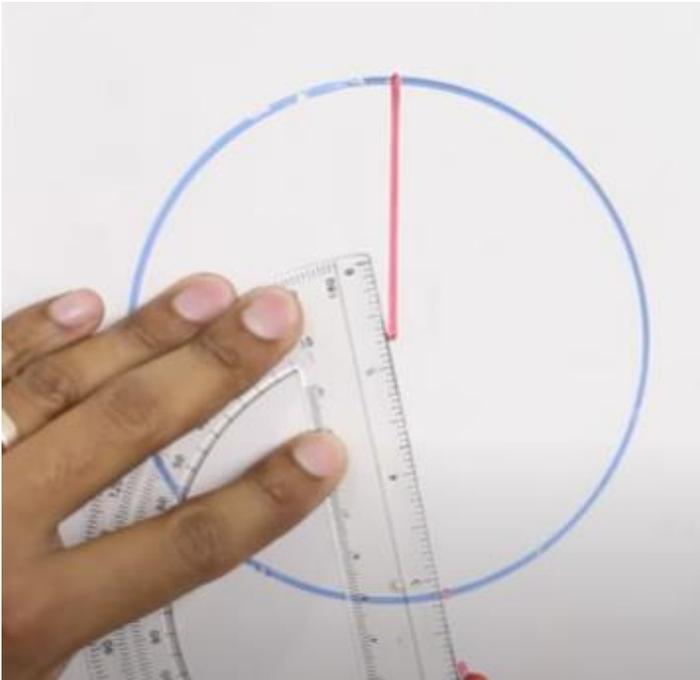
Después de completar la tabla de frecuencias, dibujar una circunferencia con el compás y tener a la mano el transportador:



Después de marcar el centro, se traza una línea más o menos donde el reloj indica las 12:

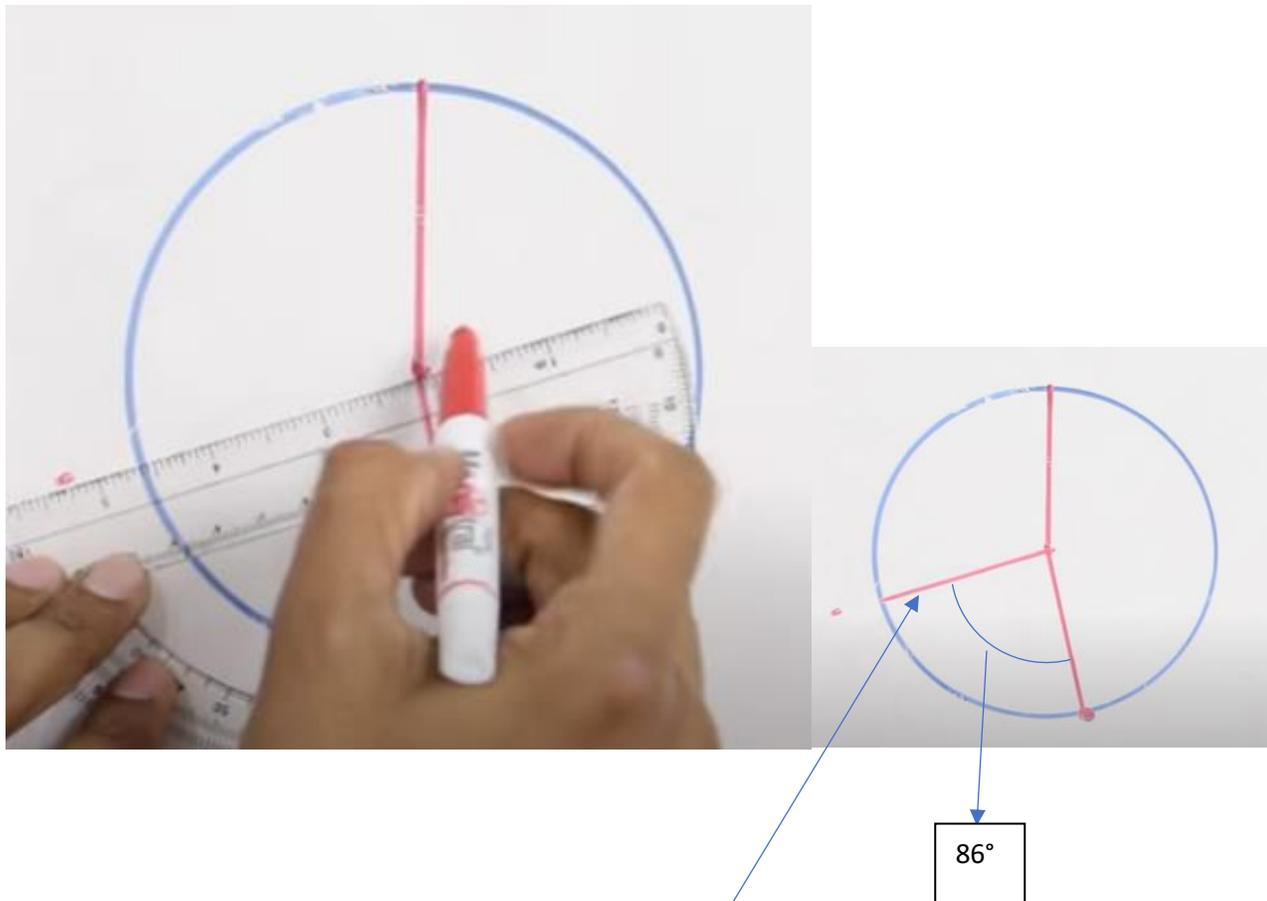


Partiendo de la línea que trazamos anteriormente, medimos  $166^\circ$  que corresponden a la categoría que ocupa más espacio dentro de la circunferencia:

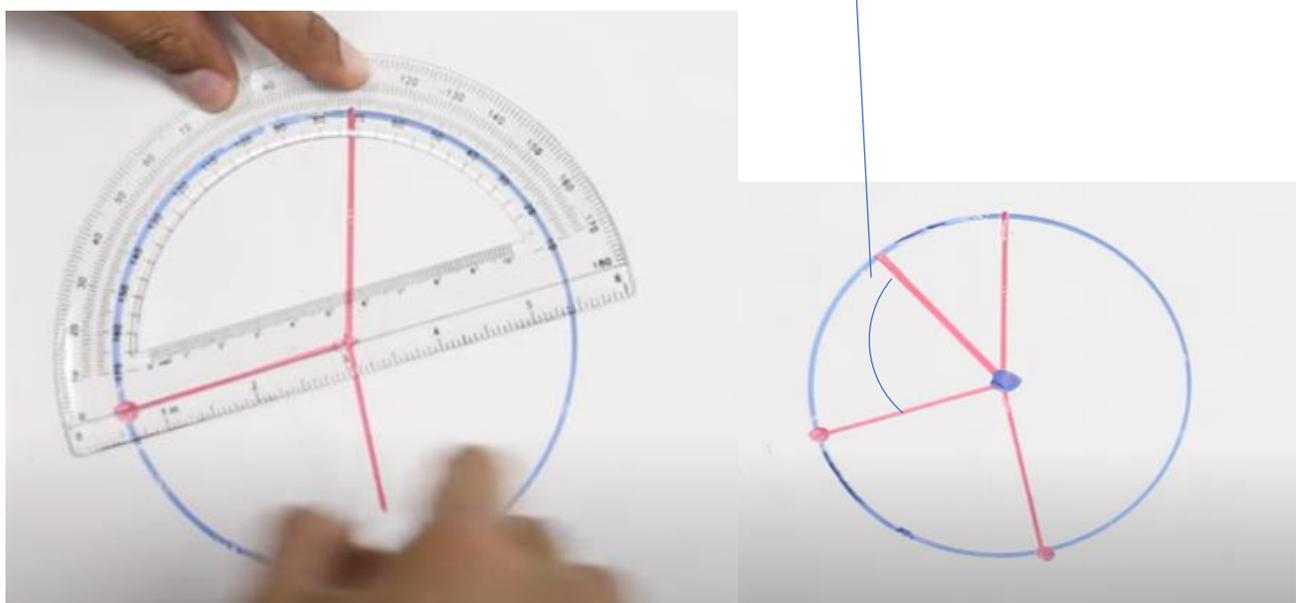


$166^\circ$

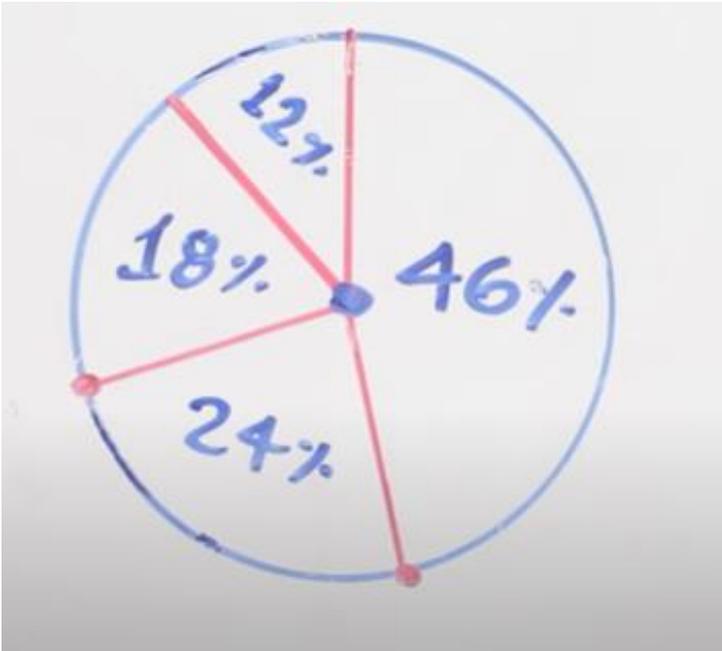
Luego partiendo desde la última línea trazada, medimos  $86^\circ$  en sentido de las manecillas del reloj, que corresponden a la segunda categoría que ocupa más espacio dentro de la circunferencia:



Partiendo desde donde trazamos la última línea, medimos  $65^\circ$  que corresponden al tercer sector para graficar:



Para finalizar, se escribe en cada sector el porcentaje que le corresponde a cada una de las categorías:



## ESTADÍSTICA

### DIAGRAMA DE BARRAS

El diagrama de barras (o gráfico de barras) es un gráfico que se utiliza para representar datos de variables cualitativas o discretas. Está formado por barras rectangulares cuya altura es proporcional a la frecuencia de cada uno de los valores de la variable.

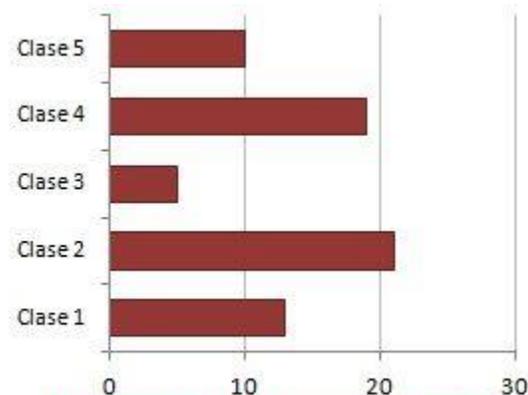


Las principales características del diagrama de barras son:

- En el **eje de abcisas (Eje x o sea el eje horizontal)** se colocan las cualidades de la variable, si la variable es cualitativa, o los valores de dicha variable, si es discreta.
- En el **eje de ordenadas (Eje y o sea el eje vertical)** se colocan las barras proporcionales a la frecuencia relativa o absoluta del dato.
- Las barras pueden ser **horizontales o verticales**, según si los valores de la variable se reflejan en el eje horizontal o vertical.
- Todas las barras deben tener el **mismo ancho** y no deben superponerse las unas con las otras.



**Diagrama de barras verticales**



**Diagrama de barras horizontales**

## ¿QUÉ ES UN HISTOGRAMA?

Un histograma es la representación gráfica en forma de barras, que simboliza la distribución de un conjunto de datos. Sirven para obtener una "primera vista" general, o panorama, de la distribución de la población, o de la muestra, respecto a una característica, cuantitativa y continua.

En un histograma el eje de las X (o abcisas) consiste del rango en el cual se encuentran los datos. Ahora, las bases de los rectángulos consisten de los intervalos en los cuales agrupamos dichos datos.

Por otro lado, en el eje de las Y (u ordenadas) tenemos más opciones, dependiendo estas opciones es el tipo de histograma que tenemos. Los dos tipos principales de histogramas son los siguientes:

Histograma de frecuencias absolutas. Representa la frecuencia absoluta mediante la altura de las barras.

Histograma de frecuencias relativas. Representa la frecuencia relativa mediante la altura de las barras.

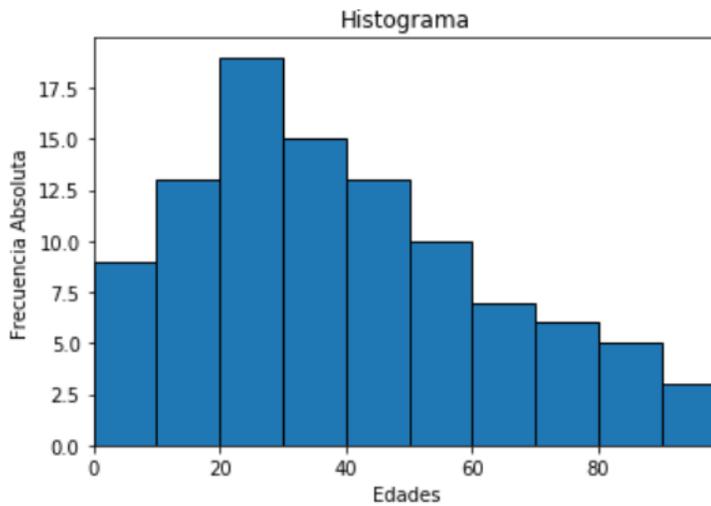
Así, ya que conocemos las características de un histograma, tenemos que para construir uno, dado un conjunto de datos, debemos seguir los siguientes pasos:

1. Dibujamos el eje de las abscisas de tal forma que incluya como mínimo el rango de los datos y, posteriormente, dividimos este rango en los intervalos dados.
2. Dibujamos el eje de las ordenadas representando las frecuencias absolutas o relativas según sea el caso.
3. Se dibujan los rectángulos de anchura igual y proporcional al intervalo (en nuestro caso todos tendrán la misma anchura) y de altura igual a la frecuencia absoluta o relativa, según sea el caso.

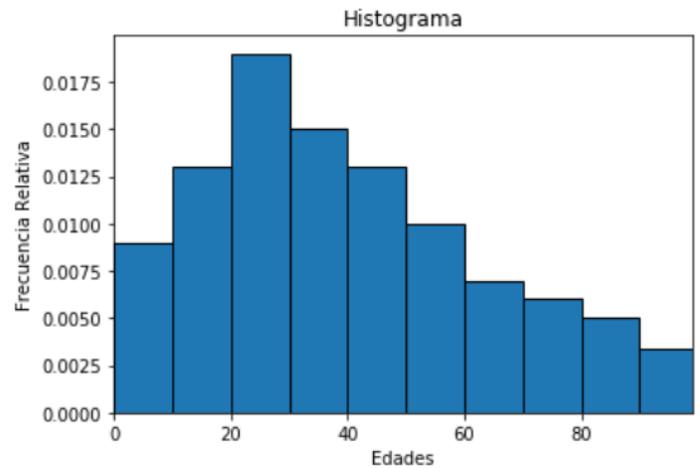
**Ejemplo:** Consideremos los siguientes datos

Edad	Personas	Fr
[0, 10)	9	$9/100=0.09$
[10, 20)	13	$13/100=0.13$
[20, 30)	19	$19/100=0.19$
[30, 40)	15	$15/100=0.15$
[40, 50)	13	$13/100=0.13$
[50, 60)	10	$10/100=0.10$
[60, 70)	7	$7/100=0.07$
[70, 80)	6	$6/100=0.06$
[80, 90)	5	$5/100=0.05$
[90, 100]	3	$3/100=0.03$
Total:	100	$100/100$

Nuestro histograma de frecuencias absolutas sería el siguiente:



Por otro lado, nuestro histograma de frecuencias relativas sería el siguiente:

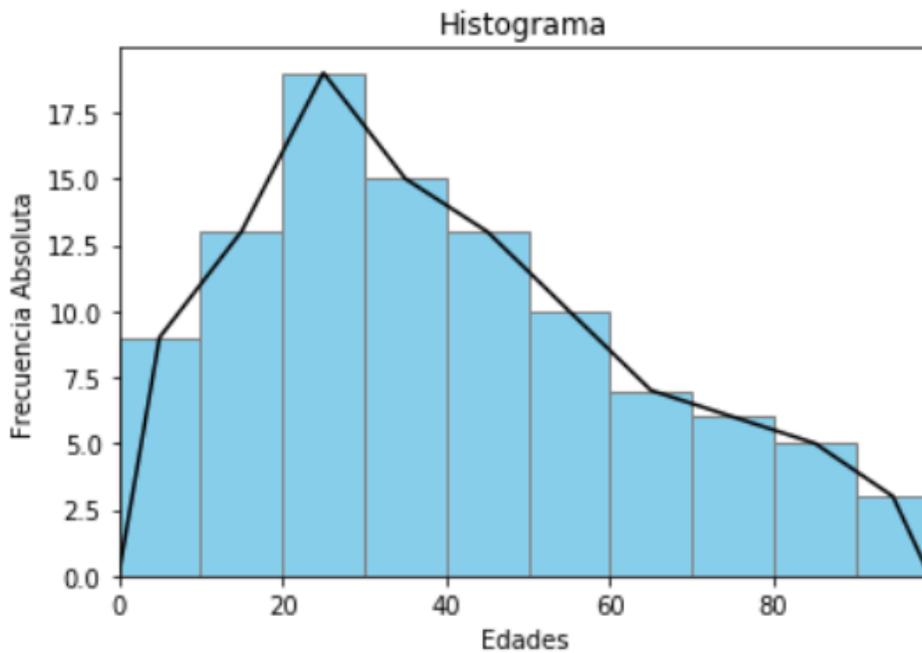


## POLÍGONO DE FRECUENCIA

Un polígono de frecuencias da la misma información de un histograma, para esto graficamos un punto por cada clase del conjunto de datos en donde en la entrada de las abscisas (eje x) se toma el valor de la marca de clase y en la entrada las ordenadas (eje y) tendrán en mismo valor que la altura del rectángulo. Al final, unimos cada punto con su sucesor y su antecesor.

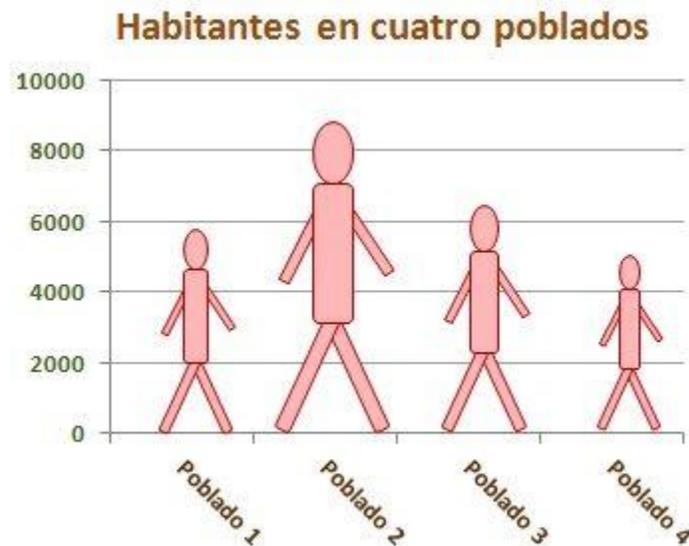
**Ejemplo:** Utilizando el mismo conjunto de datos del ejemplo anterior ( $C_i$  es la marca de clase):

Edad	Personas ( $f_i$ )	Frecuencia Acumulada ( $F_i$ )	$c_i$
[0, 10)	9	9	5
[10, 20)	13	22	15
[20, 30)	19	41	25
[30, 40)	15	56	35
[40, 50)	13	69	45
[50, 60)	10	79	55
[60, 70)	7	86	65
[70, 80)	6	92	75
[80, 90)	5	97	85
[90, 100]	3	100	95
Total:	100		



## PICTOGRAMA

Un **pictograma** es un tipo de gráfico que representa mediante dibujos la característica estudiada. Éstos representan las frecuencias relativas o absolutas de una variable **cuantitativa o discreta**.

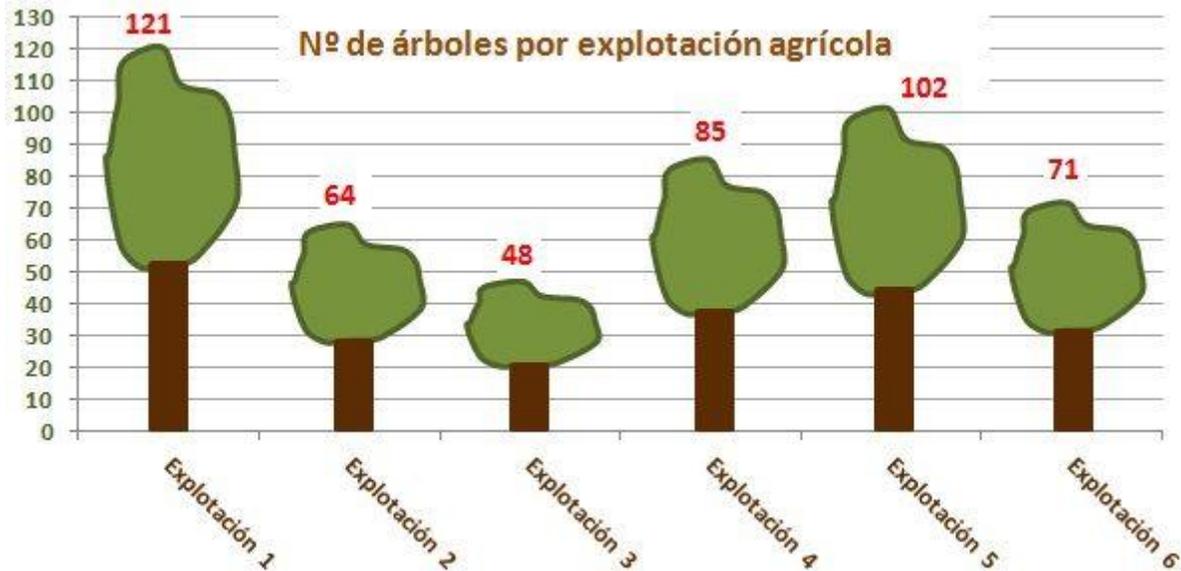


Los **pictogramas** comparan las frecuencias entre diferentes categorías o períodos de tiempo.

## TIPOS DE PICTOGRAMA

### 1. Gráfico de barras

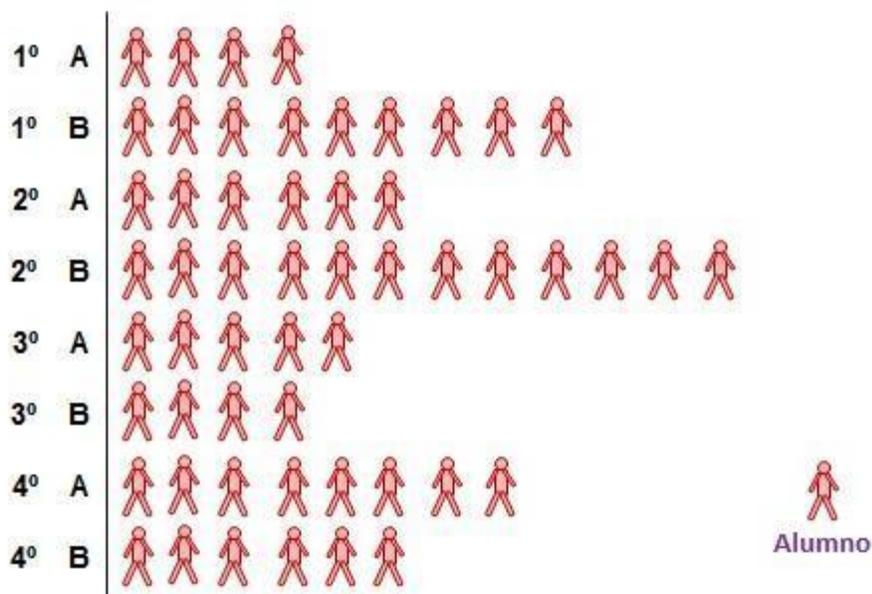
Las barras son dibujos o símbolos de **longitud proporcional** a la **frecuencia** de cada categoría o valor.



### 2. Gráfico de dibujos

Cada uno de los **dibujos** o **símbolos** equivale a ciertas unidades de **frecuencia** relativa o absoluta. Cuantos más dibujos haya en cada categoría, mayor será la frecuencia.

#### ALUMNOS SUSPENDIDOS EN MATEMÁTICAS



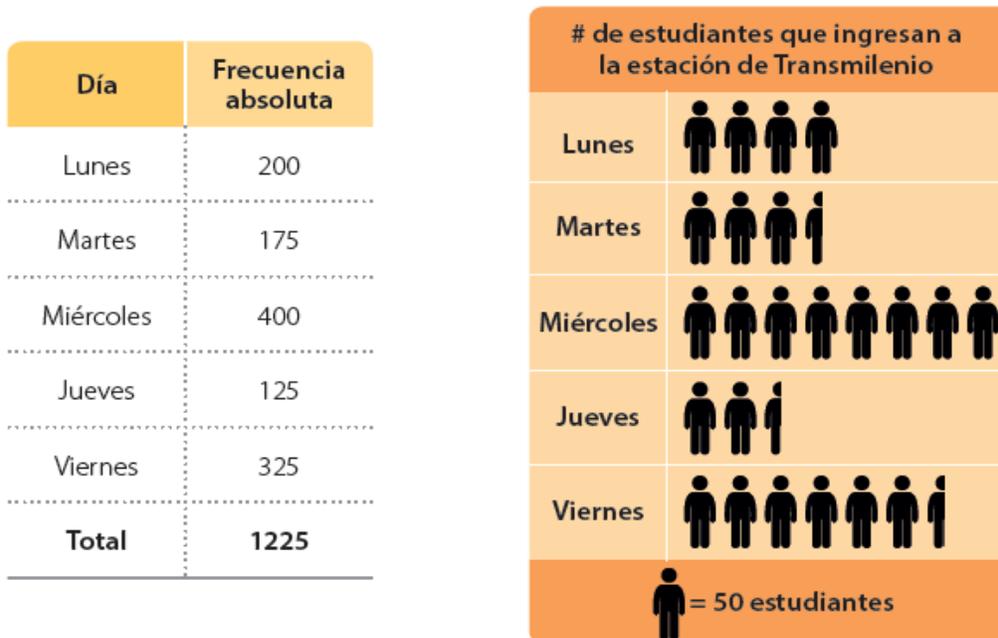
### 3. Gráfico de áreas

El dibujo o símbolo varía de tamaño proporcionalmente a la frecuencia. Cuanto mayor sea el **área** del dibujo, mayor será su frecuencia o cantidad.



#### Ejemplo:

La tabla de frecuencias que aparece a la izquierda muestra el número de estudiantes que ingresan a una estación de Transmilenio, el sistema de transporte de la ciudad de Bogotá. Esa misma información está representada en el pictograma de la derecha.



Como podemos observar, la información se representa mediante un dibujo que incluye figuras o motivos relacionados con el tema.

## VIDEO DE APOYO:



[https://www.youtube.com/watch?v=eY2xqiT\\_FF4](https://www.youtube.com/watch?v=eY2xqiT_FF4)

<https://www.youtube.com/watch?v=SFCho-W1NiM>

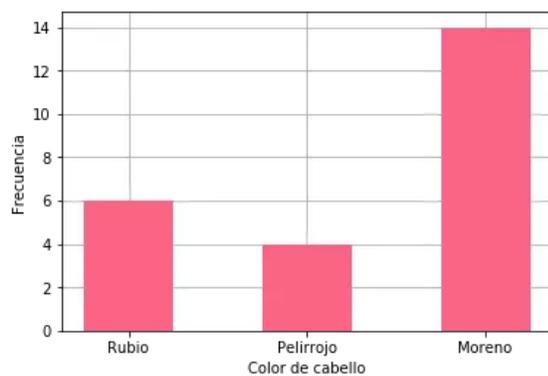
<https://www.youtube.com/watch?v=4zGN3sKV8T0>

<https://www.youtube.com/watch?v=ZAJJB7gbiBs>

## Practica en los siguientes simuladores:



<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/ejercicios-interactivos-de-diagramas-de-barras-y-poligonos-de-frecuencias.html>



Color de cabello	Frecuencia
<b>Rubio</b>	<input type="text"/>
<b>Pelirrojo</b>	<input type="text"/>
<b>Moreno</b>	<input type="text"/>

<https://luisamariaarias.wordpress.com/tag/graficos-estadisticos/>

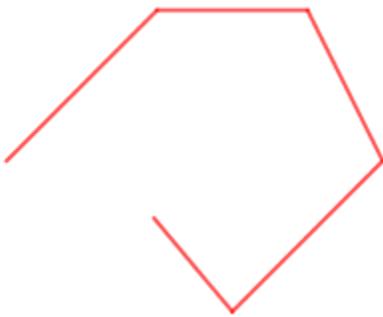
# GEOMETRÍA

## LOS POLÍGONOS

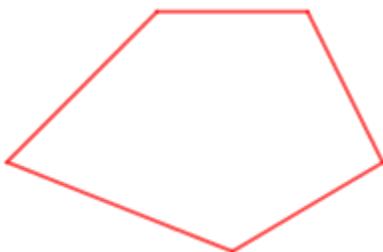
### DEFINICIÓN Y ELEMENTOS DE UN POLÍGONO

Una **línea poligonal** es un conjunto de varios segmentos consecutivos (donde acaba uno empieza otro).

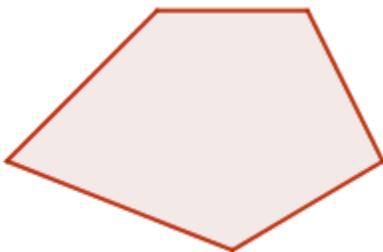
Una línea poligonal puede ser abierta (como en la siguiente imagen)



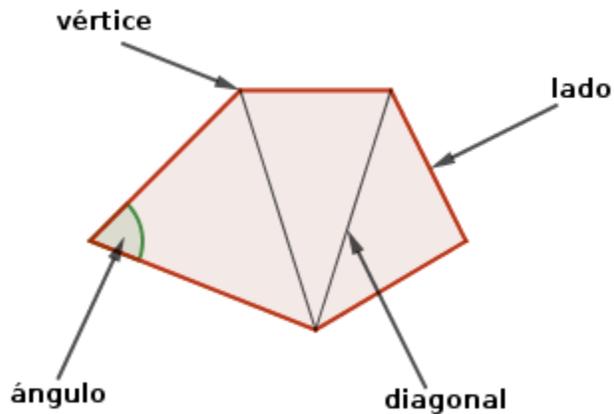
También puede ser cerrada (el extremo del último segmento coincide con el origen del primero)



Llamamos **polígono** a la zona del plano que encierra una línea poligonal cerrada



# ELEMENTOS DE UN POLÍGONO



- ▶ **Lados:** segmentos que limitan el polígono
- ▶ **Vértices:** puntos donde coinciden dos lados
- ▶ **Ángulos interiores:** ángulos delimitados por dos lados y el vértice común
- ▶ **Diagonales:** segmentos que unen dos vértices no consecutivos

**Perímetro:** suma de las longitudes de los lados

# CLASIFICACIÓN DE LOS POLÍGONOS

## Por el número de lados

Los nombres de los polígonos se forman anteponiendo a la palabra griega "**gono**", que significa lado, los prefijos que indican número:

Nombre	Lados	Forma
<b>Triángulo</b> (o trígono)	3	
<b>Cuadrilátero</b> (o tetragono)	4	
<b>Pentágono</b>	5	
<b>Hexágono</b>	6	
<b>Heptágono</b>	7	
<b>Octágono</b>	8	
<b>Nonágono</b>	9	
<b>Decágono</b>	10	
<b>Endecágono</b>	11	
<b>Dodecágono</b>	12	

## Por el tipo de ángulos

- Se denominan polígonos **convexos** a aquellos en los que todos sus ángulos son menores que  $180^\circ$ .
- Llamamos polígonos **cóncavos** a aquellos que al menos tienen un ángulo que mide más de  $180^\circ$ .



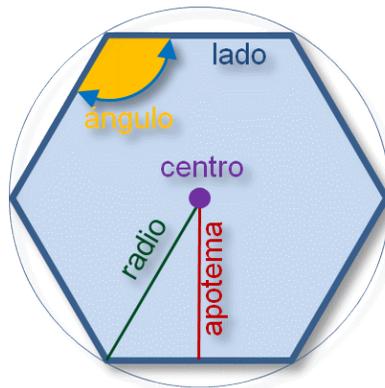
Todos los ángulos  
menores que  $180^\circ$



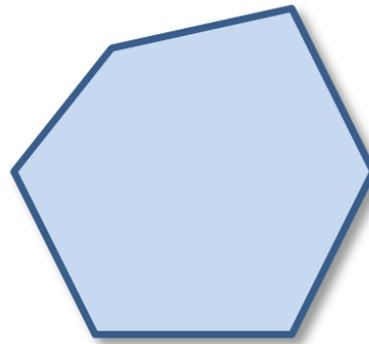
Al menos un ángulo  
mayor que  $180^\circ$

## Polígonos regulares e irregulares

Si todos sus ángulos y lados son iguales es regular.



Polígono regular



Polígono irregular

## Elementos de un polígono regular

- **Centro:** punto interior que equidista de cada vértice.
- **Radio:** segmento que va del centro a cada vértice.
- **Apotema:** distancia del centro al punto medio de un lado.

## Medida de un ángulo interior en polígonos equiángulos (4i)

$$\beta = \frac{180^\circ * (N - 2)}{N}$$

N = número de lados

### Ejemplo:

¿Cuánto miden los ángulos interiores de un pentágono?

Como un pentágono tiene 5 lados, se procede a realizar el cálculo de la siguiente manera:

$$\beta = \frac{180^\circ * (5 - 2)}{5}$$

$$\beta = \frac{180^\circ * 3}{5} = \frac{540^\circ}{5} = 108^\circ$$

### Diagonales de un polígono

Para calcular el número de diagonales de un polígono se utiliza la siguiente expresión:

$$d = \frac{n \times (n - 3)}{2}$$

n= número de lados del polígono

### Ejemplo:

¿Cuántas diagonales tiene un dodecágono?

Como un dodecágono tiene 12 lados, se procede a realizar el cálculo de la siguiente manera:

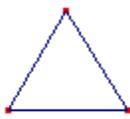
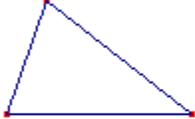
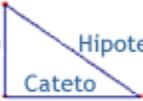
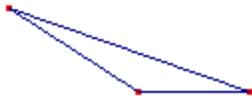
$$d = \frac{12 \times (12 - 3)}{2}$$

$$d = \frac{12 \times (9)}{2}$$

$$d = \frac{108}{2}$$

$$d = 54$$

## LOS TRIÁNGULOS

CLASIFICACIÓN DE LOS TRIÁNGULOS			
Según sus lados Según sus ángulos	EQUILÁTERO 3 lados iguales 3 ángulos iguales	ISÓSCELES 2 lados iguales 2 ángulos iguales	ESCALENO 3 lados desiguales 3 ángulos desiguales
<b>ACUTÁNGULO</b> 3 ángulos agudos			
<b>RECTÁNGULO</b> 1 ángulo recto 2 ángulos agudos	No existe		
<b>OBTUSÁNGULO</b> 1 ángulo obtuso 2 ángulos agudos	No existe		

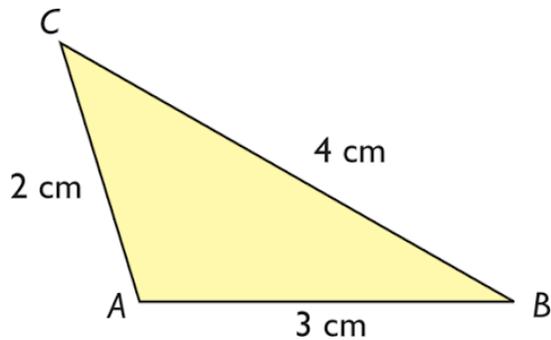
### PROPIEDADES DE LOS TRIÁNGULOS:

- Un **lado** de un **triángulo** es **menor** que la **suma** de los **otros dos** y **mayor** que su **diferencia**.

$$a < b + c$$

$$a > b - c$$

**EJEMPLO:**



En este caso:

Sea  $a = 4\text{cm}$ ;  $b = 2\text{cm}$  y  $c = 3\text{cm}$

Para poder construir el triángulo se debe dar que la suma de  $a+b$  sea mayor que  $c$ :

$a+b=6\text{cm}$ , lo cual es cierto porque 6 es mayor que 3

También que  $b+c$  sea mayor que  $a$ :

$b+c=2+3=5$ , y 5 es mayor que 4

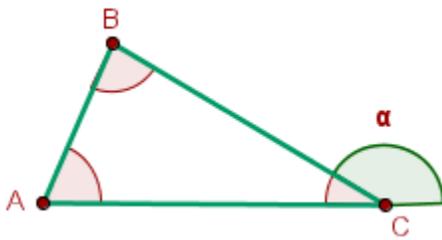
Por último,  $a+c$  debe ser mayor que  $b$

$a+c=4+3=7$ , y 7 es mayor que 2

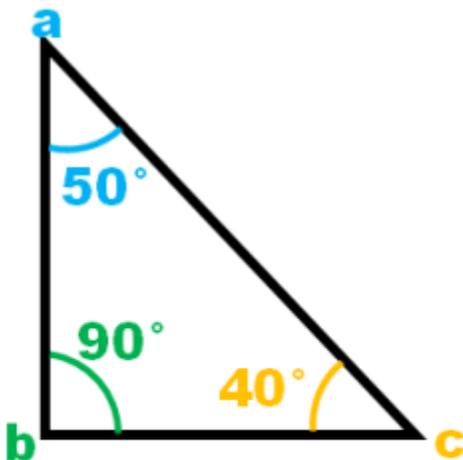
Como las tres desigualdades se cumplen, entonces es posible la existencia del triángulo.

2. La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a  $180^\circ$ .

$$A + B + C = 180^\circ$$



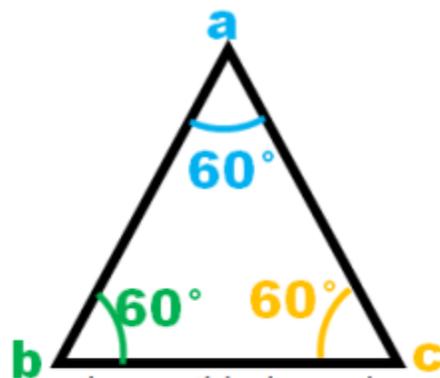
**EJEMPLO:**



$$a + b + c = 180^\circ$$

<https://matematicasparaticharito.wordpress.com>

$$50 + 90 + 40 = 180^\circ$$



<https://matematicasparaticharito.wordpress.com>

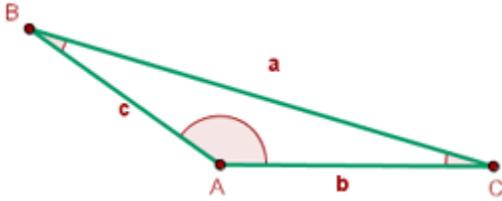
$$a + b + c = 180^\circ$$

$$60 + 60 + 60 = 180^\circ$$

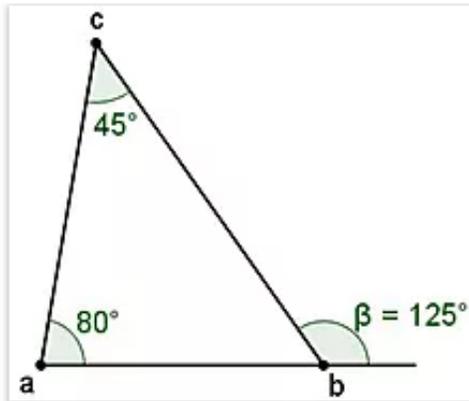
3. El valor de un **ángulo exterior** de un **triángulo** es igual a la **suma de los dos interiores no adyacentes**.

$$\alpha = A + B$$

$$\alpha = 180^\circ - C$$



**EJEMPLO:**



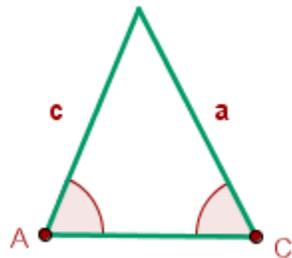
En este ejemplo los ángulos interiores se encuentran en a y c, sus valores son  $80^\circ$  y  $45^\circ$  respectivamente.

Y el ángulo  $\beta$  es un ángulo exterior al triángulo porque es suplementario del ángulo b.

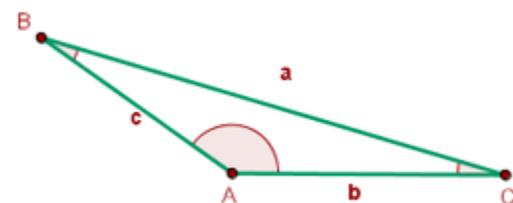
La suma de los ángulos a y c debe ser igual al suplemento de b, es decir al ángulo  $\beta$ .

$a+c = 80^\circ+45^\circ = 125^\circ$ , lo cual comprueba la propiedad.

4. En un **triángulo** a **mayor lado** se opone **mayor ángulo**.

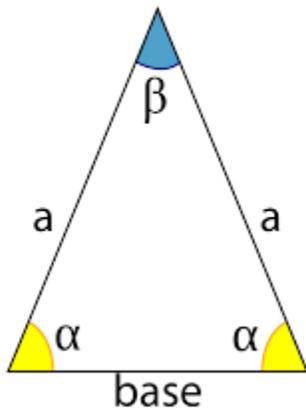


**EJEMPLO:**



En este triángulo el lado mayor es a y el ángulo de mayor abertura es A que es el opuesto al lado a, lo cual confirma la propiedad de que entre más longitud tenga el lado, el ángulo opuesto será mayor.

5. Si un triángulo tiene **dos lados iguales**, sus **ángulos opuestos** también son **iguales**.



Como los lados  $a$  y  $a$  son iguales, sus opuestos, que corresponden a los ángulos de la base, también lo son.

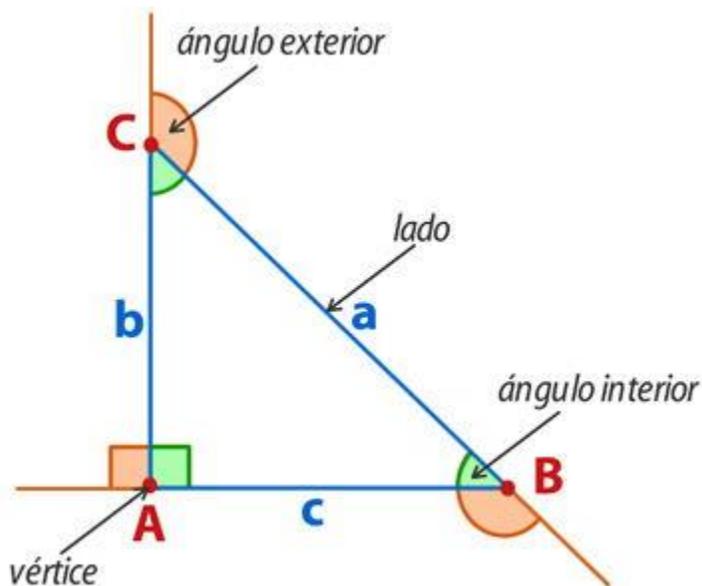
## LÍNEAS NOTABLES EN UN TRIÁNGULO

### 1- Elementos del triángulo

Los elementos del triángulo son los que componen esta figura geométrica, los cuales se pueden definir como elementos primarios y secundarios.

Los elementos primarios son los vértices, lados y ángulos (interiores y exteriores).

Ejemplo elementos primarios:



Como puedes ver, un triángulo tiene tres lados (dibujados en celeste), tres vértices (resaltados con un punto rojo), tres ángulos interiores (pintados en verde) y tres ángulos exteriores (pintados color naranja).

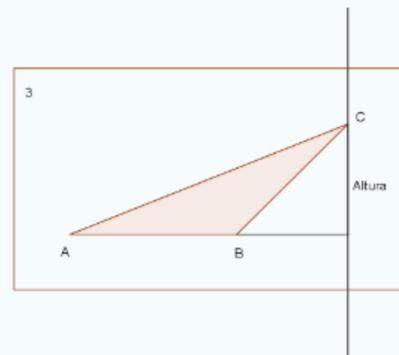
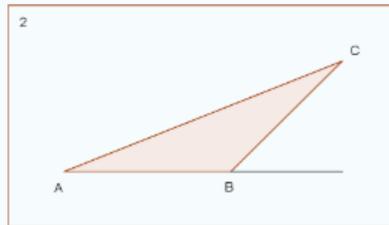
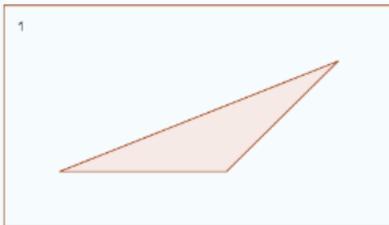
Los elementos secundarios son las alturas, bisectrices, medianas y mediatrices, de los cuales detallaremos a continuación las alturas y bisectrices.

## ALTURAS Y ORTOCENTRO

La altura de un triángulo es la recta perpendicular a un lado que pasa por el vértice del lado opuesto.

Hay casos en el que la altura correspondiente a un vértice no puede dibujarse en el interior de un triángulo, para estos casos hay prolongar el lado del triángulo correspondiente, tal y como se muestra en el siguiente ejemplo:

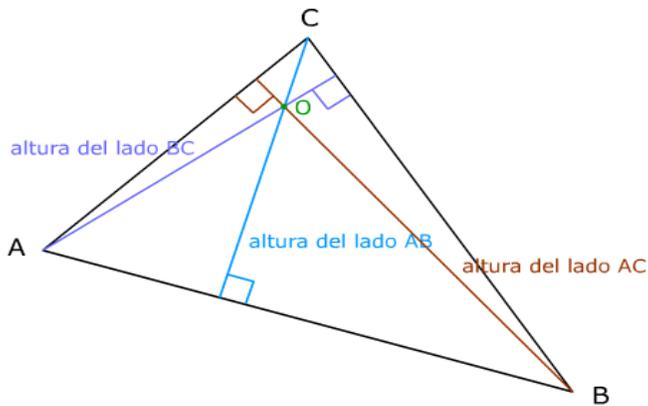
1. Tenemos un triángulo
2. Prolongamos el lado AB en dirección donde está situado el vértice C
3. Trazamos la perpendicular en la prolongación que pasa por C



Por cada vértice de un triángulo podemos trazar una altura. Por tanto, un triángulo tiene tres alturas.

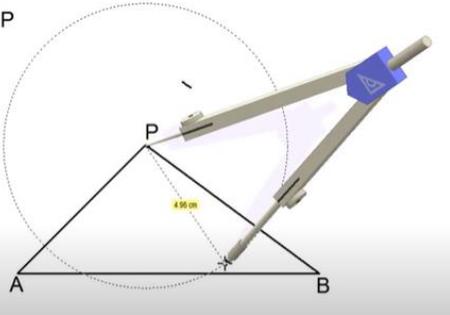
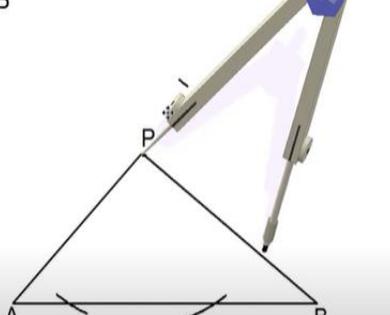
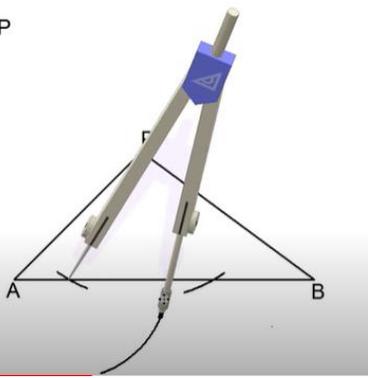
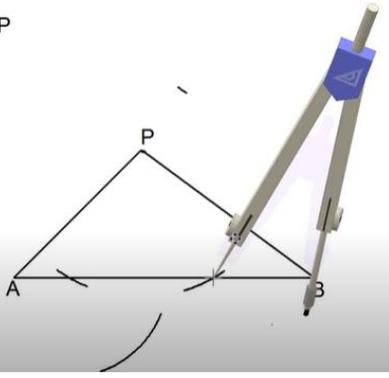
Las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto que se llama **Ortocentro**.

- Para hallar la altura trazamos la perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto a dicho lado.
- El ortocentro es el punto de corte de las tres alturas.



Ortocentro: punto de intersección de las tres alturas

## PASOS PARA TRAZAR LAS ALTURAS:

<p>Altura que pasa por P</p> 	<p>Altura que pasa por P</p> 
<p>Altura que pasa por P</p> 	<p>Altura que pasa por P</p> 

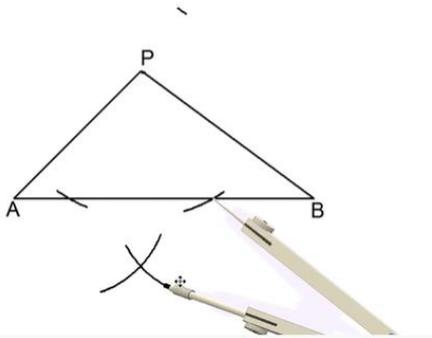
1° Se ubica el compás en el vértice al cual se le va a trazar la altura (Vértice P), de tal manera que logre cortar el segmento opuesto ( $\overline{AB}$ ) en dos puntos.

2° Se marcan los dos puntos de corte

4. Se repite el proceso desde el otro punto.

3. Se ubica en uno de los puntos de corte y con una abertura con un poco más de la mitad de la distancia entre ellos, se traza un arco en la parte inferior.

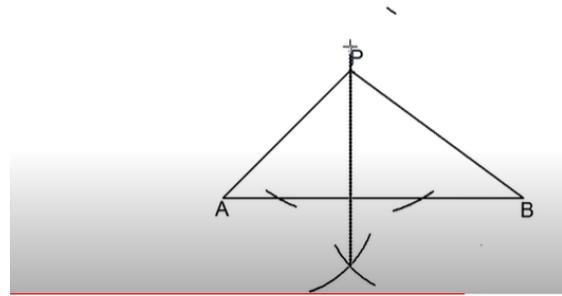
Altura que pasa por P



5. Se extiende el arco de tal manera que corte al otro arco.

El proceso se repite para cada uno de los vértices, al trazar las tres alturas se marca el ortocentro.

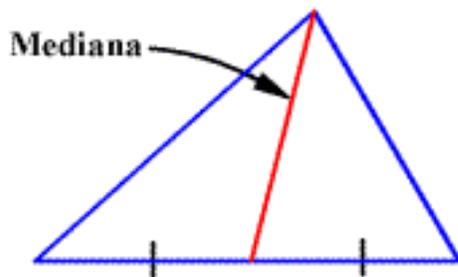
Altura que pasa por P



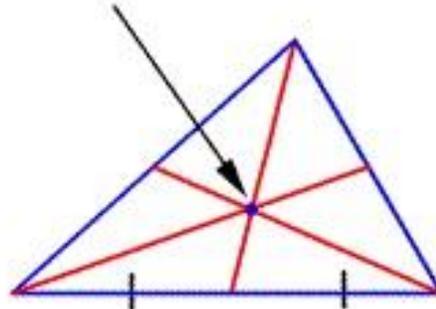
6. Se unen con una recta el punto donde se cortan los arcos con el vértice opuesto (P), y esa es la altura pedida.

## MEDIANAS Y BARICENTRO

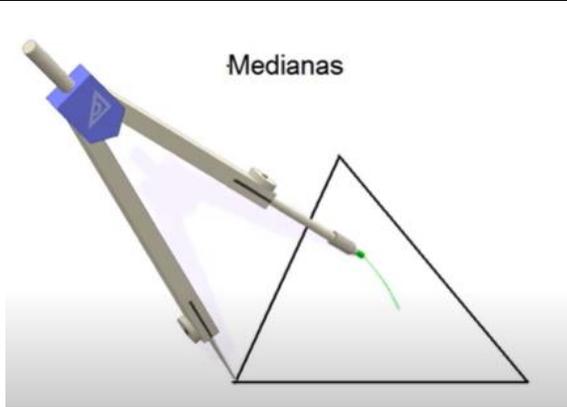
Una mediana de un triángulo es un segmento de línea dibujado desde un vértice al punto medio del lado opuesto del vértice. El punto donde convergen las medianas se llama baricentro.



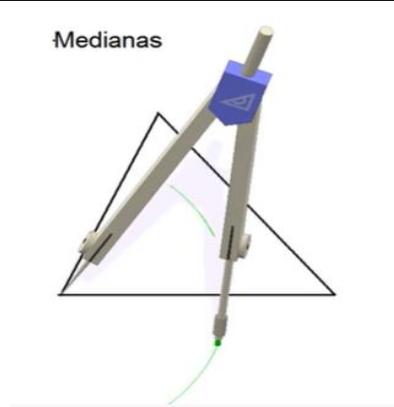
Baricentro



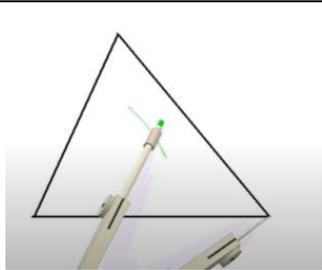
# PASOS PARA TRAZAR LAS MEDIANAS:



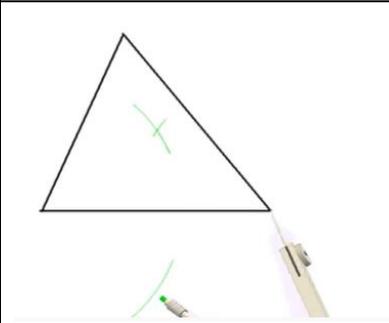
1. Se ubica el compás en uno de los vértices del lado del triángulo al cual se le ve a trazar las medianas.



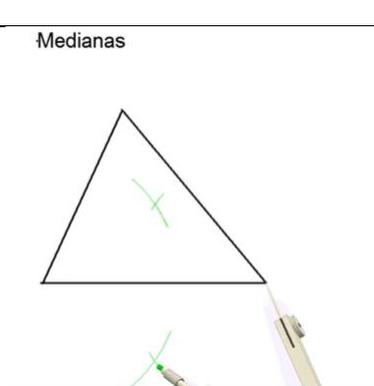
2. Con una abertura con un poco más de la mitad de la distancia entre ellos, se traza un arco en la parte inferior y otro en la parte superior.



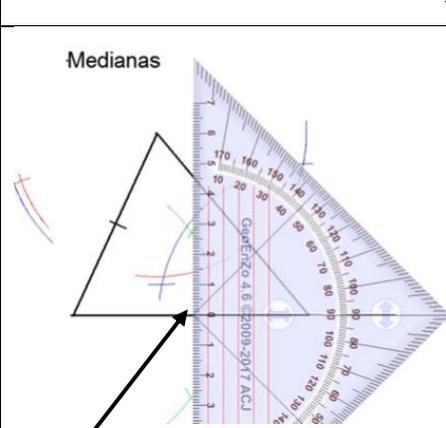
3. Se repite el proceso desde el otro extremo del lado al que se le están trazando las medianas.



4. Al trazar los arcos se deben encontrar en un punto, tanto en la parte de arriba como en la parte de abajo.

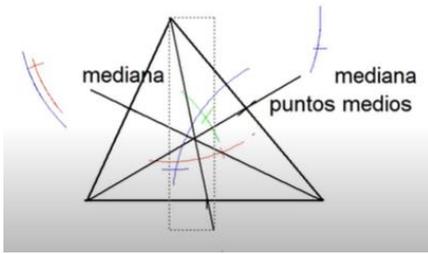


5. Los dos cortes deben quedar como se muestra en la figura.



6. Se marca el punto que corta al segmento sin trazar la recta.

### Medianas



7. Se une el vértice opuesto con la marca del punto medio con una semirrecta, y esa es la mediana pedida.

El proceso se repite para cada uno de los LADOS y después de trazar las tres medianas se marca el baricentro.

## MEDIATRICES Y CIRCUNCENTRO

Recuerda que la mediatriz de un segmento, es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

Se llaman mediatrices del triángulo a las mediatrices de cada uno de sus lados.

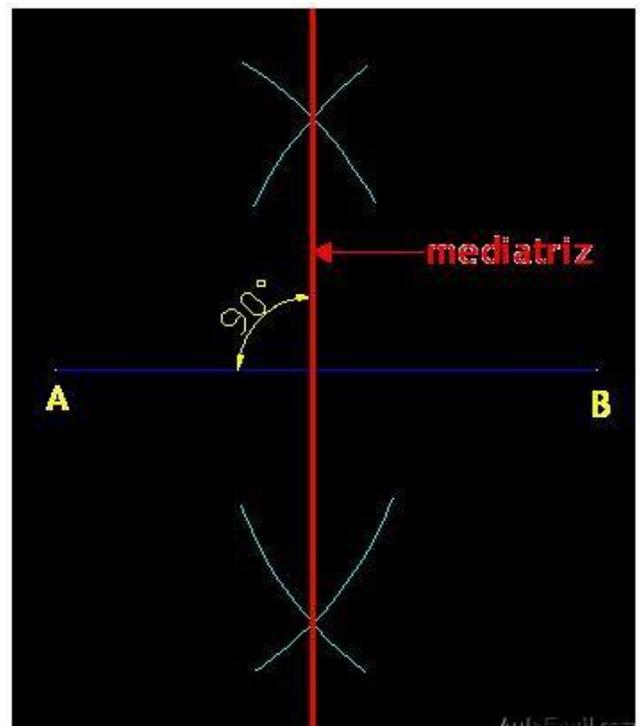
### PASOS PARA TRAZAR LAS MEDIATRICES:

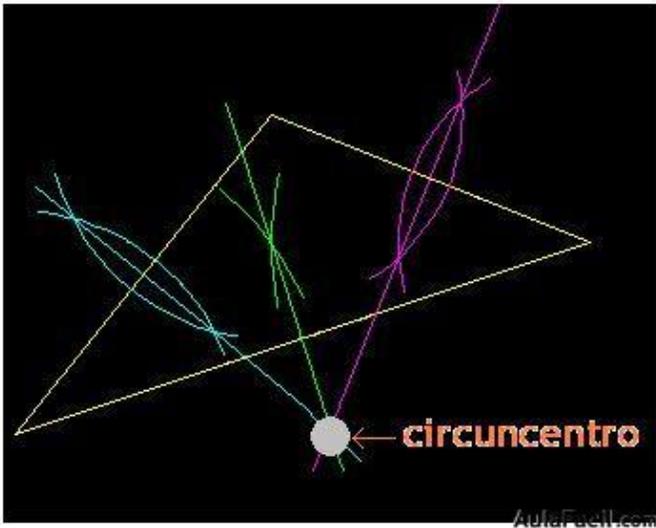
Para trazar la mediatriz de un segmento, en nuestro caso, del segmento  $\overline{AB}$  debes dibujar dos semicírculos, con el mismo radio, haciendo centro en  $A$  y en  $B$ .

Ambas curvas se cortarán en dos puntos que son suficientes para trazar una recta que pase por dichos puntos.

En la figura que se encuentra a continuación, la tienes en rojo.

Esta recta, además de ser perpendicular a  $\overline{AB}$  pasa por la mitad de este segmento.



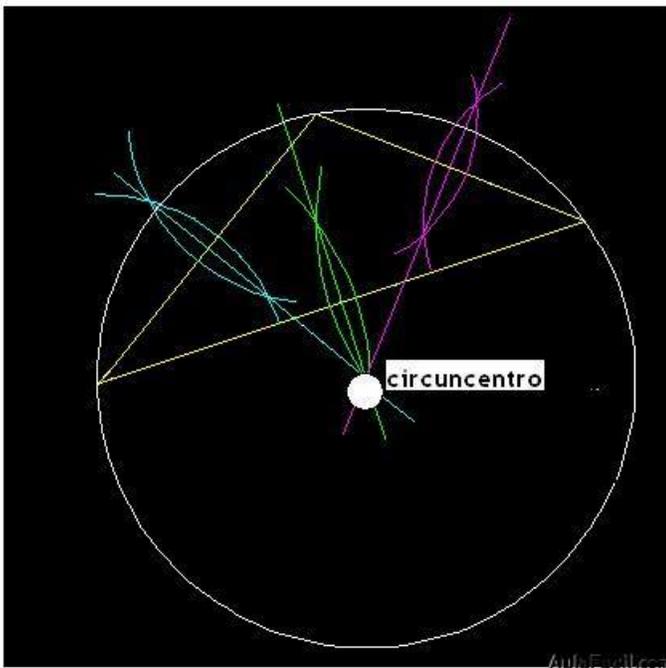


En el caso de un triángulo debemos dibujar las tres mediatrices, una por cada lado siguiendo el mismo procedimiento:

## CIRCUNCENTRO

Se trata del centro de una circunferencia que *rodea* a un triángulo y está en contacto con cada vértice del triángulo.

El circuncentro, además de ser el punto donde se cortan las mediatrices de un triángulo, es el centro de una circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo. Tomamos como ejemplo, la figura anterior.

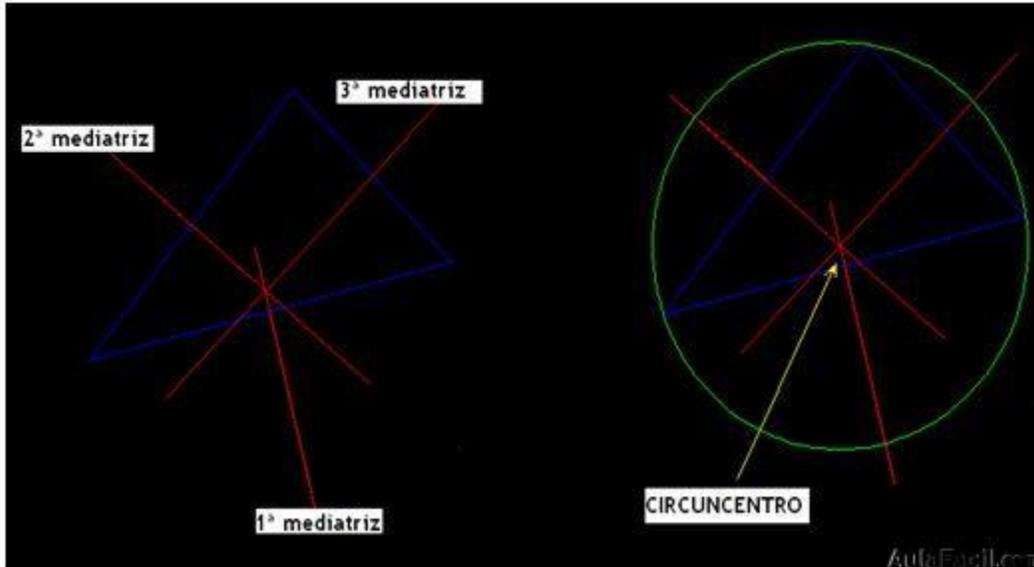


Observarás que, haciendo centro en el circuncentro, la circunferencia toca a los tres vértices del triángulo. Dicho de otro modo, los vértices están a igual distancia del centro o circuncentro.

A continuación, tienes otra figura donde apreciarás las mediatrices, el circuncentro y la circunferencia circunscrita.

Observa que cada mediatriz respecto al lado del triángulo es perpendicular al mismo además de pasar por su punto medio.

El circuncentro es el centro de la circunferencia circunscrita (en color blanco) que rodea al triángulo tocando sus vértices.



## BISECTRICES E INCENTRO

Se trata de una semirrecta que partiendo del vértice divide al ángulo en dos partes iguales.

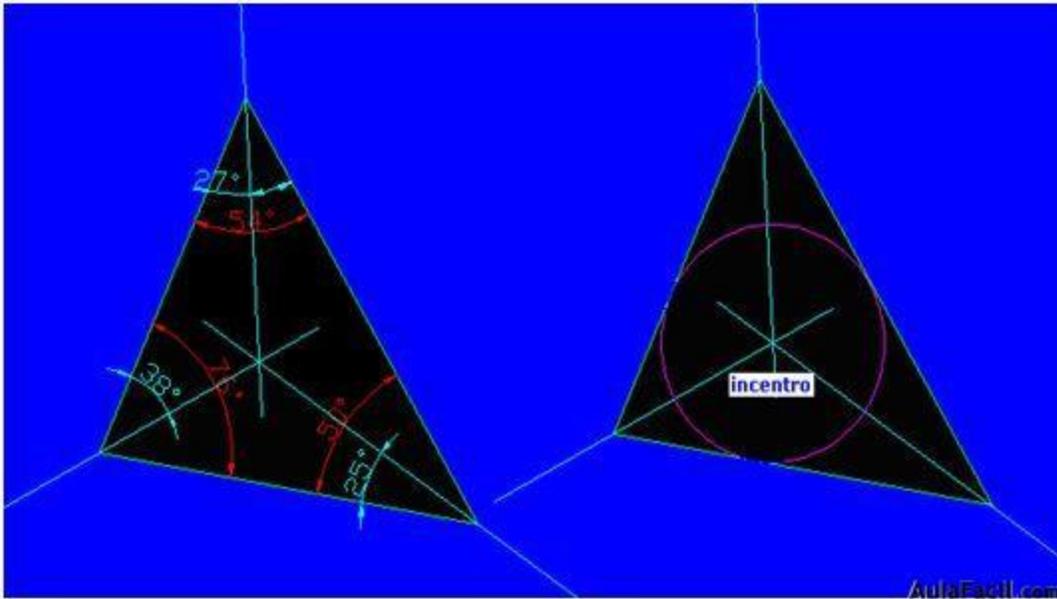
Podemos decir también que cada punto de la bisectriz, equidista (está a igual distancia) de los lados del ángulo.

Un triángulo al tener 3 lados tiene también 3 ángulos. En cada trazamos su bisectriz, como observarás en la figura siguiente.

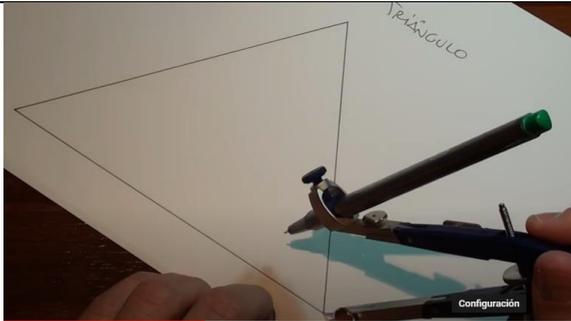
El punto donde se cortan las 3 bisectrices se llama ***incentro***.

Haciendo centro en el *incentro* podemos dibujar una circunferencia *inscrita*, *dentro* del triángulo.

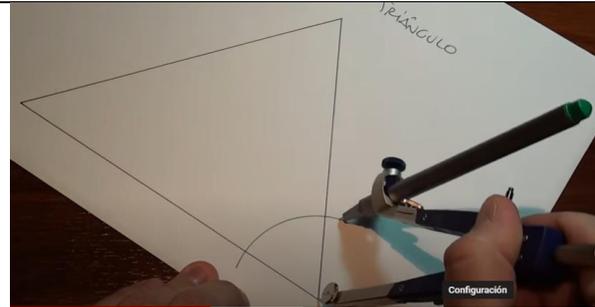
**Cada lado del triángulo está a igual distancia del incentro**



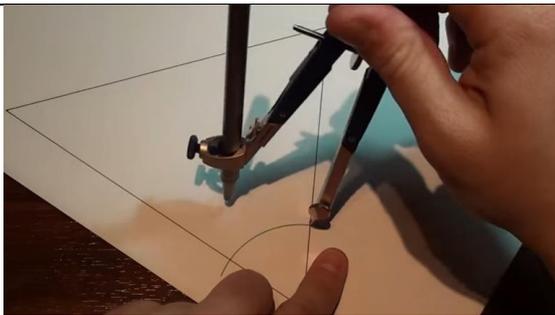
## PASOS PARA TRAZAR LAS BISECTRICES:



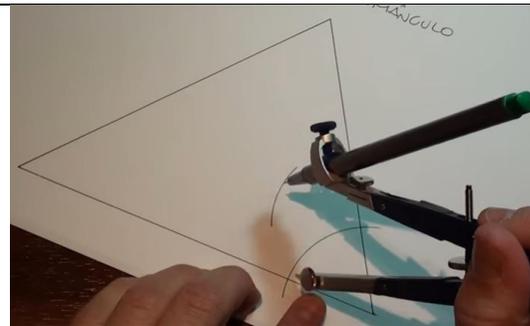
1. Se ubica el compás en uno de los vértices del triángulo



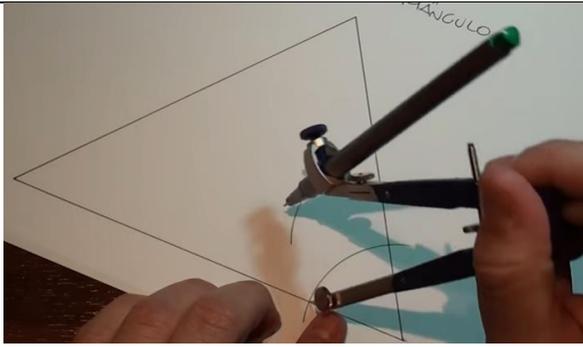
2. Se traza un arco que corte a los dos segmentos vecinos en 2 puntos.



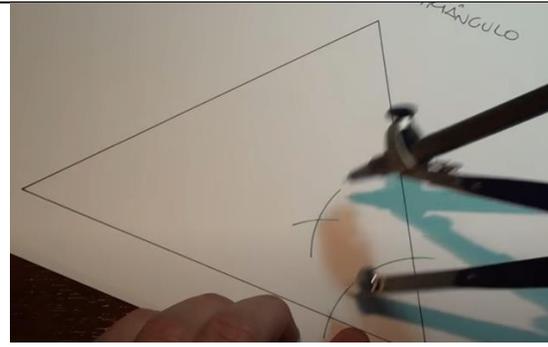
3. Con la misma abertura del compás y ubicado en uno de los puntos hallados,



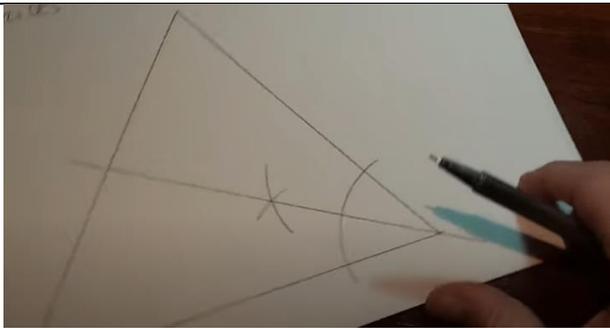
4. Se traza un arco al frente del vértice al que le estamos hallando la bisectriz.



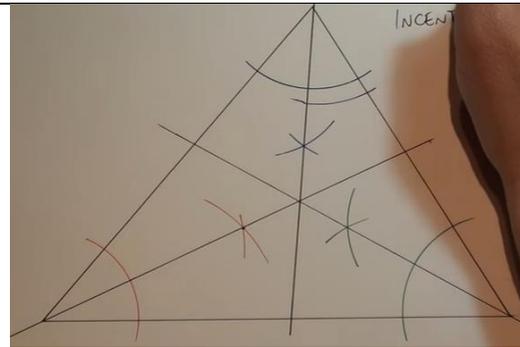
5. Se repite el proceso anterior desde el otro punto



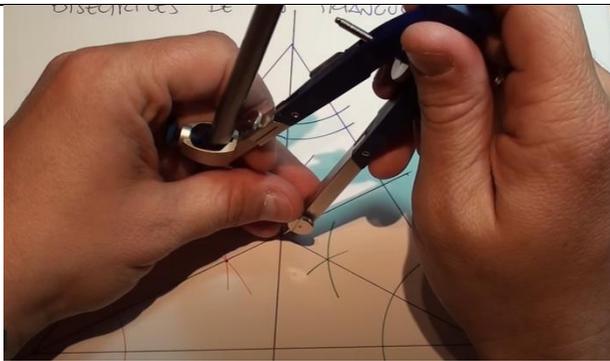
6. De tal manera que se crucen los arcos en un punto.



7. Se une el vértice con el punto hallado y esa es la bisectriz pedida.



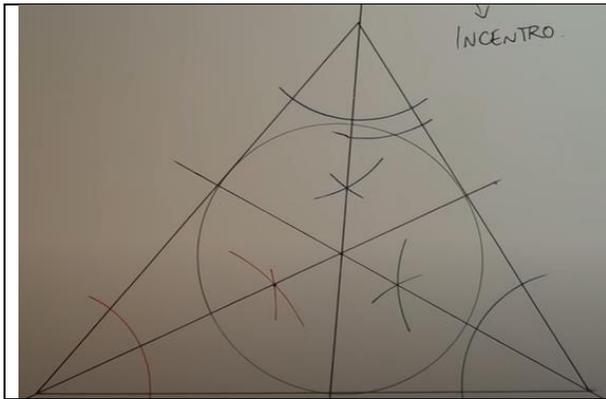
8. Se repite el proceso para cada uno de los vértices y se marca el incentro.



9. Para trazar la circunferencia inscrita, se ubica el compás en el incentro



10. Se toma como radio la distancia desde el incentro a uno de los lados del triángulo, como se muestra en la figura.



Se traza la circunferencia que debe ser tangente (debe tocar en un punto) a cada uno de los lados del triángulo, tal y como se muestra. La circunferencia trazada es la circunferencia inscrita.



## VIDEO DE APOYO:

<https://www.youtube.com/watch?v=eM-yn39aYNw>

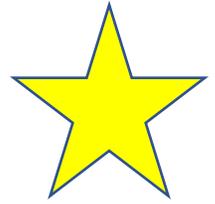
<https://www.youtube.com/watch?v=POJzXBBC7IA>

<https://www.youtube.com/watch?v=sN-8mmkun5c>

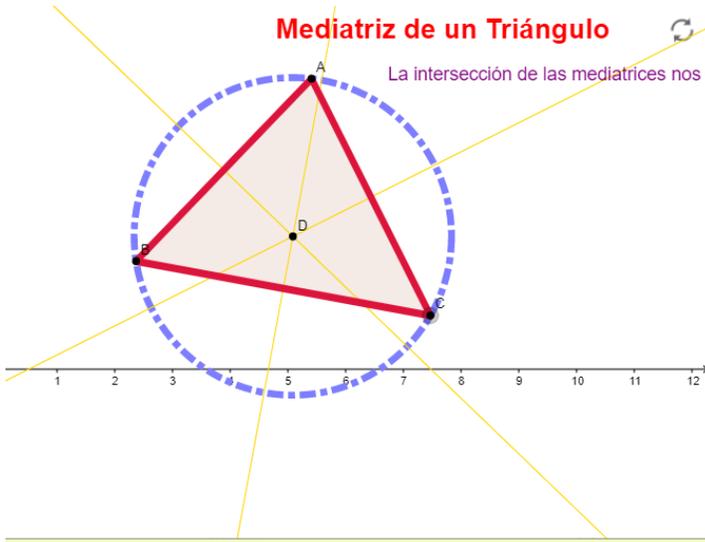
<https://www.youtube.com/watch?v=t9VDM5sYo0k>

[https://www.youtube.com/watch?v=ku\\_GwiCflpk](https://www.youtube.com/watch?v=ku_GwiCflpk)

## Practica en los siguientes simuladores:



Ve al enlace que está a continuación y mueve los vértices del siguiente triángulo para que verifiques los distintos lugares en los que puede encontrarse el circuncentro:



[http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es\\_2013121113\\_9155844/mediatrices\\_y\\_circuncentro.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es_2013121113_9155844/mediatrices_y_circuncentro.html)

Ve al enlace que está a continuación y mueve los vértices del siguiente triángulo para que verifiques los distintos lugares en los que puede trazarse el baricentro:

<https://www.geogebra.org/m/bnJXYFqa>

# TALLER

**NOMBRE Y GRUPO DEL ESTUDIANTE:**

**8°**

**NOTA:** Cada ejercicio debe tener el proceso como sustentación

## ESTADÍSTICA:

Para cada uno de los siguientes ejercicios realizar:

- Tabla de distribución de frecuencias
- Diagrama de barras
- Diagrama circular
- Histograma
- Polígono de frecuencias
- Pictograma

1. (2.0) 50 alumnos de una universidad presentaron un examen de matemáticas y obtuvieron las siguientes notas (en una escala de 0 a 5 y cuya nota mínima aprobatoria es 3).

5	2	4	2	5	4	5	3	5	5
4	5	5	2	1	5	3	5	4	5
2	2	4	0	2	4	2	3	3	3
3	4	3	3	4	3	4	3	5	3
3	1	2	3	3	5	5	3	4	2

2. (1.5) En un supermercado el equipo de mercadeo de la sesión de detergentes realiza una encuesta sobre las marcas más usadas por los clientes, los resultados de la encuesta se muestran a continuación:

Marca A	Marca E	Marca B	Marca D	Marca D	Marca C	Marca A	Marca B	Marca C	Marca E
Marca B	Marca D	Marca A	Marca A	Marca A	Marca C	Marca D	Marca A	Marca C	Marca B
Marca B	Marca E	Marca A	Marca B	Marca A	Marca E	Marca E	Marca C	Marca C	Marca A
Marca D	Marca A	Marca A	Marca C	Marca D	Marca E	Marca A	Marca C	Marca B	Marca D
Marca E	Marca E	Marca D	Marca A	Marca B	Marca C	Marca A	Marca D	Marca C	Marca A

3. (1.5) En la siguiente tabla de frecuencias, se muestran los resultados de una encuesta hecha a 50 estudiantes del grado undécimo sobre las carreras que les gustaría estudiar en la universidad:

Carreras universitarias	Frecuencia absoluta
Arquitectura	6
Matemáticas	10
Ingeniería	8
Enfermería	14
Odontología	12

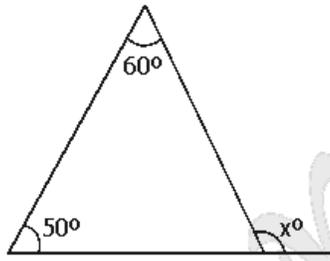
## GEOMETRÍA

1. (Valor 1.0) Verificar que se puedan construir los siguientes triángulos y justificar las respuestas:

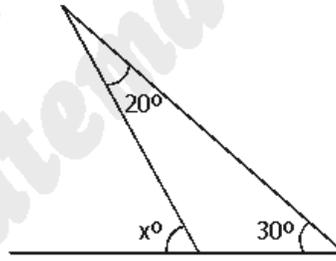
<b>A</b>	6 mm, 8 mm, 20 mm
<b>B</b>	12 mm, 12 mm, 3 mm
<b>C</b>	15 mm, 15 mm, 15 mm
<b>D</b>	16 mm, 13 mm, 5 mm
<b>E</b>	9 mm, 14 mm, 3 mm

2. (0.8) Calcular la medida del ángulo "x"

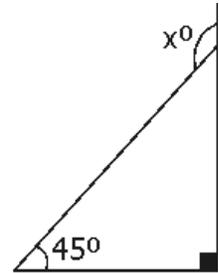
a.



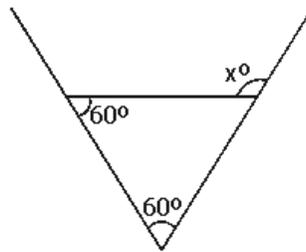
b.



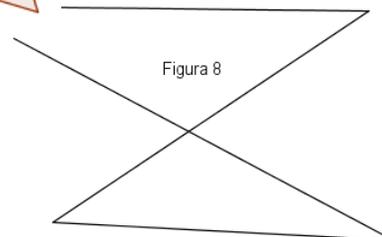
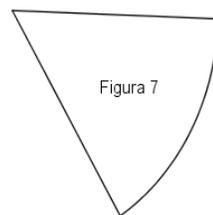
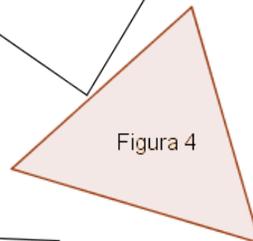
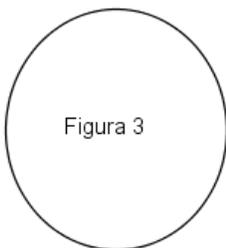
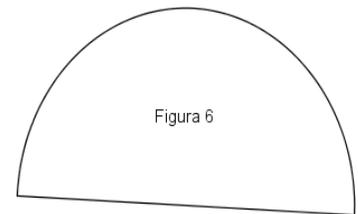
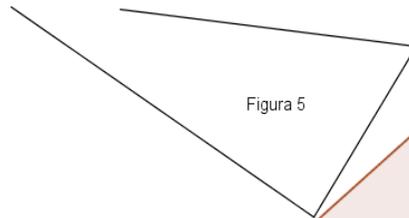
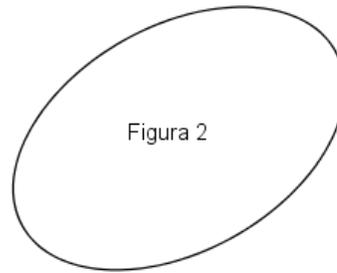
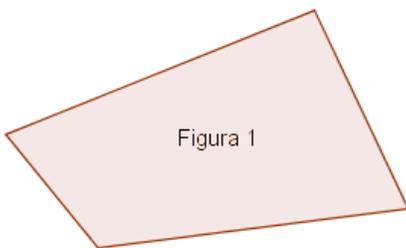
c.



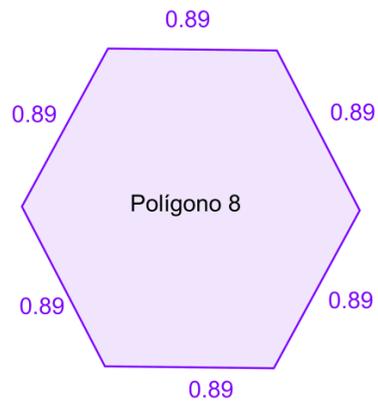
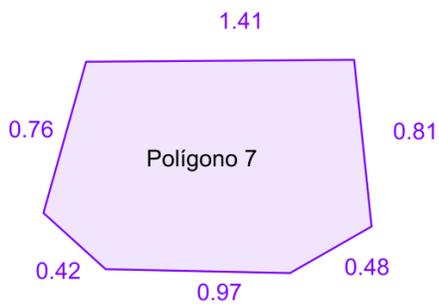
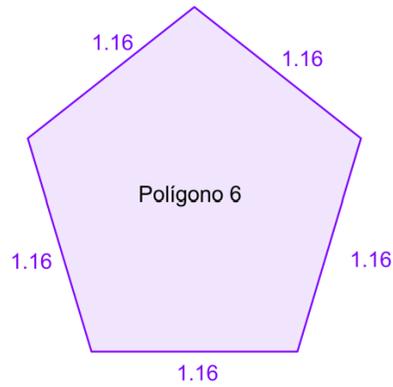
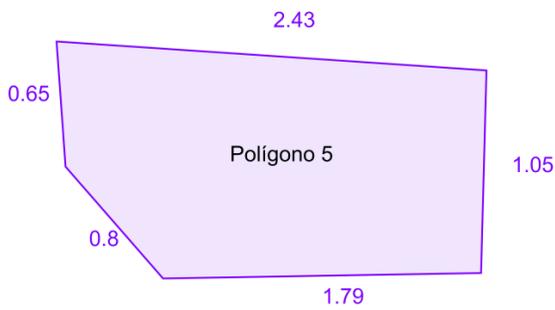
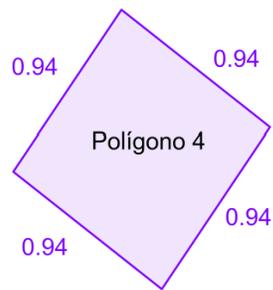
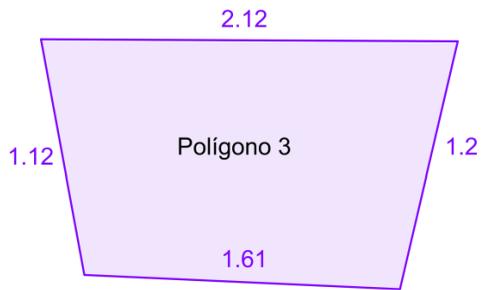
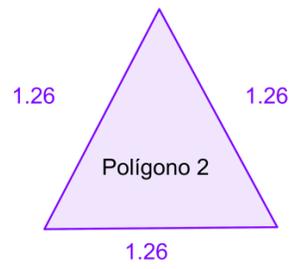
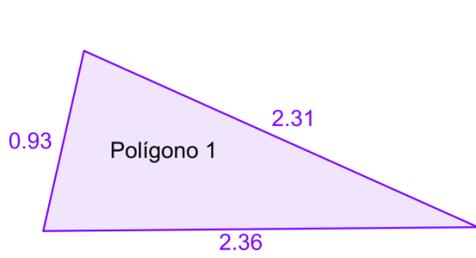
d.



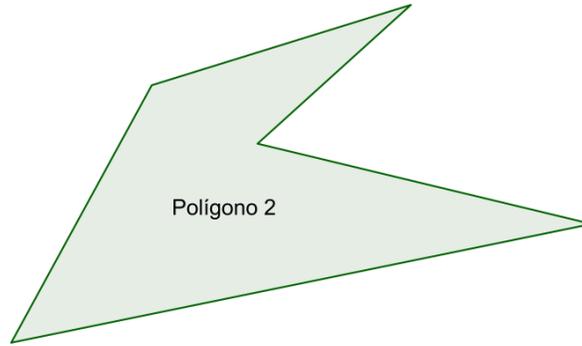
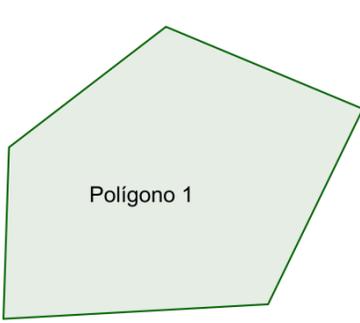
3. (0.5) Indica cuáles de las siguientes figuras son polígonos:



4. (0.5) Clasifica los siguientes polígonos en regulares o irregulares:

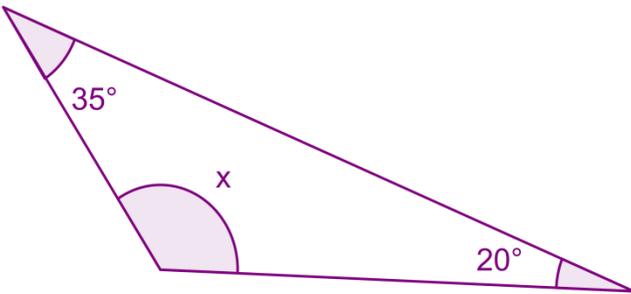


5. (0.4) Clasifica los siguientes polígonos en cóncavos o convexos:

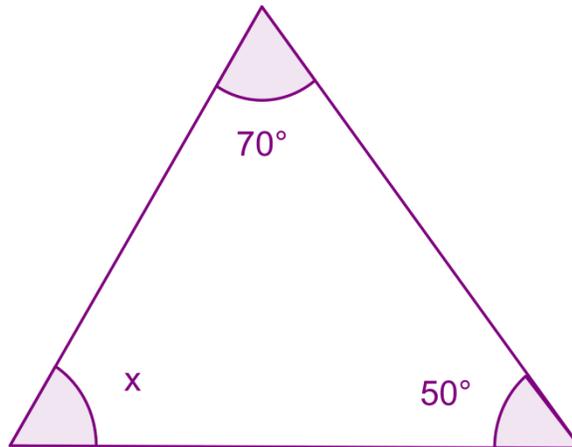


5. (0.6) Calcula la medida del ángulo  $x$  en cada caso:

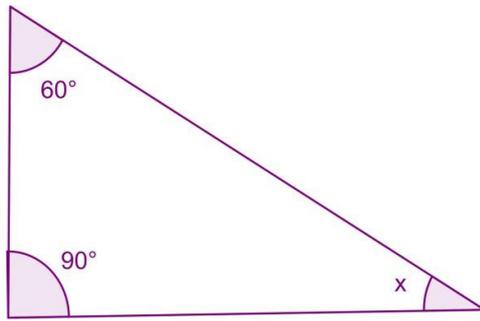
a.



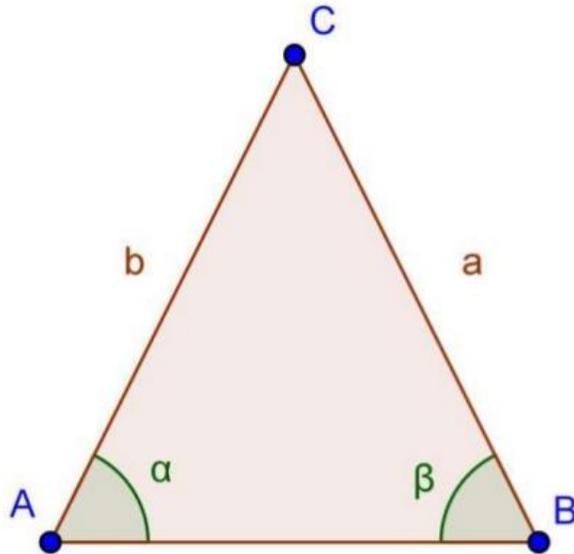
b.



c.



6. (1.2) Para el siguiente triángulo, trazar las líneas y puntos notables:



• AUTOEVALUACIÓN: \_\_\_\_\_

## Tomado de:

- <https://tecnologia.uncomo.com/articulo/como-crear-un-grafico-circular-1456.html>
- <https://www.youtube.com/watch?v=SFCho-W1NiM>
- <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/diagrama-barras/>
- <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/diagrama-barras/>
- <https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/estadistica/descriptiva/histograma.html>
- <https://www.universoformulas.com/estadistica/descriptiva/pictograma/>
- Los Caminos del Saber 7°, Editorial Santillana
- Aulas sin fronteras. MEN
- <https://www.portaleducativo.net/septimo-basico/804/elementos-secundarios-triangulo-alturas-bisectrices>.
- [http://agrega.educacion.es/repositorio/28052014/bd/es\\_2014052812\\_9213814/alturas de un triangulo.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/28052014/bd/es_2014052812_9213814/alturas_de_un_triangulo.html)
- [https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath\\_help/spanish/topics/medians-of-a-triangle](https://www.varsitytutors.com/hotmath/hotmath_help/spanish/topics/medians-of-a-triangle)
- [https://es.slideshare.net/guest42cbdb/mediatrices-y-circuncentro-3730867?from\\_action=save](https://es.slideshare.net/guest42cbdb/mediatrices-y-circuncentro-3730867?from_action=save)
- [http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es\\_2013121113\\_9155844/mediatrices y circuncentro.html](http://agrega.educacion.es/repositorio/13032014/bb/es_2013121113_9155844/mediatrices_y_circuncentro.html)
- <https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas/geometria/mediatriz-de-un-triangulo-circuncentro-l11144>
- <https://www.youtube.com/watch?v=kDIqN3w4RIo>
- <https://www.youtube.com/watch?v=JPECLivemtY>
- <https://www.aulafacil.com/cursos/matematicas/geometria/bisectrices-de-un-triangulo-incentro-altura-de-un-triangulo-ortocentro-mediana-baricentro-baricentro-y-gravedad-l11145>
- <https://www.youtube.com/watch?v=2muWPlyGr8M>
- <https://matematicasies.com/Definicion-y-Elementos-de-un-Poligono>
- [http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/clasificacin de los polgonos.html](http://www.bartolomecossio.com/MATEMATICAS/clasificacin_de_los_polgonos.html)
- [http://servicios.educarm.es/alkaragi/content/contents/08/08c\\_07.htm](http://servicios.educarm.es/alkaragi/content/contents/08/08c_07.htm)
- <https://www.superprof.es/diccionario/matematicas/geometria/triangulo-propiedades.html>
- [http://www.cordelariadna.ac.cr/assets/pdf/geometria/angulos y triangulos/triangulos/geometri a desigualdad triangular.pdf](http://www.cordelariadna.ac.cr/assets/pdf/geometria/angulos_y_triangulos/triangulos/geometri_a_desigualdad_triangular.pdf)
- <http://laescuelaencasa.com/matematicas-2/geometria-basica/clase-3-los-poligonos/>