GUIA # 1 Matemáticas 10° periodo II

DAVID MONTES CEBALLOS   Correo: DAVIDMONTES@IEABRAHAMREYES.EDU.CO
Celular: 300 357 97 34

ASESORIAS: lunes a viernes en el horario de 7 am-1 pm.

Fecha límite de entrega: JUNIO 3 DE 2021

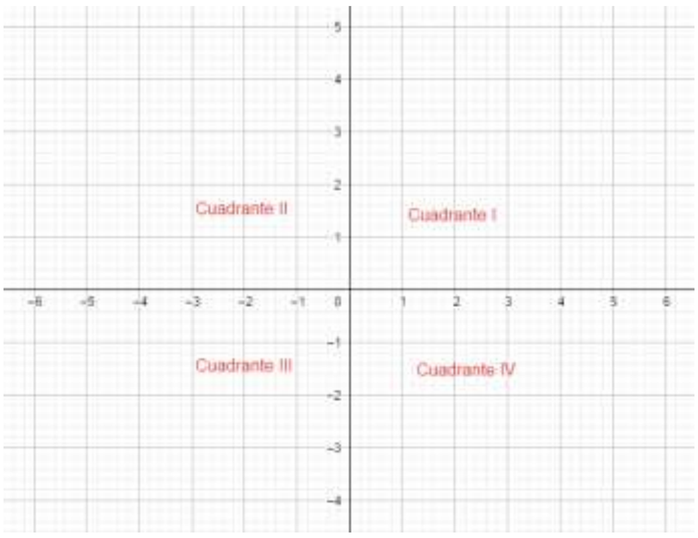
Es importante resaltar el trabajo en las clases virtuales, donde se ampliaran los procesos explicativos y realizaremos los procesos evaluativos complementarios.

La adaptación general la podrás observar en la parte de la actividad, ya que se generan diferentes fechas de entrega de la guía, recuerda profundizar con los vídeos recomendados y las asesorías establecidas durante la semana.

NOMBRE DEL DOCENTE: David Montes Ceballos	**MATERIA: MATEMÁTICAS**
PERIODO: Dos	**COMPETENCIA:** interpretativa, argumentativa.
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA: ¿Cuáles son las relaciones existentes entre las matemáticas y los medios de transporte?	**INDICADOR DE DESEMPEÑO:** Mide ángulos en el sistema sexagesimal, sistema cíclico. Establece equivalencias entre los dos sistemas de medición de ángulos. Emplea los conceptos de grado y radián para realizar conversiones de medidas de ángulos.
ESTANDAR: Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas e interpreto	**DBA:** Utiliza las propiedades algebraicas de equivalencia y de orden de los números reales para comprender y crear estrategias que permitan compararlos y comparar subconjuntos de ellos (por ejemplo, intervalos).

TEORIA: ÁNGULOS Y TRIANGULOS.

Como podemos observar en el esquema la definición el ángulo es la rotación de una semirecta sobre su origen, pero para nuestro contexto hablaremos siempre en un ángulo en posición normal, y que es un ángulo en posición normal es aquel, que parte del plano cartesiano del cuadrante I, visualicemos de que estamos hablando:



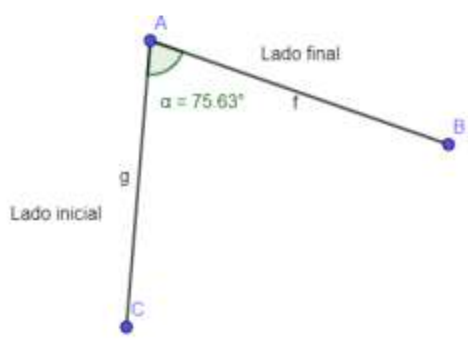
CUADRANTE I: En un plano cartesiano, todos los puntos o coordenadas (x,y), donde x es positivo, y es positivo**.**

CUADRANTE II: En un plano cartesiano, todos los puntos o coordenadas (x,y), donde x es negativo, y es positivo**.**

CUADRANTE III: En un plano cartesiano, todos los puntos o coordenadas (x,y), donde x es negativo, y es negativo.

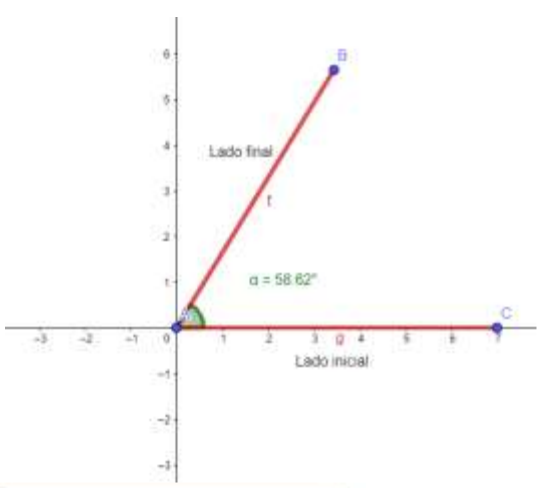
CUADRANTE IV: En un plano cartesiano, todos los puntos o coordenadas (x,y), donde x es positivo, y es negativo.

Ángulo:

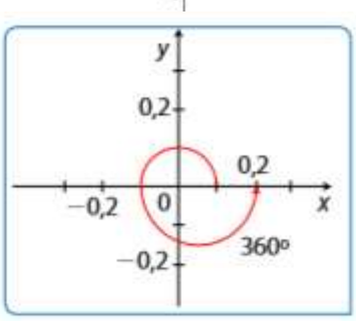


Un ángulo se conforma del lado inicial, el lado final y el vértice, en la gráfica nuestro vértice está en el punto “A”; El lado inicial por el segmento “AC” y el lado final es el segmento “AB”.

Ángulo en posición normal:



Ángulo en posición normal o estándar: Es aquel ángulo ubicado en el plano cartesiano, donde el lado inicial coincide con la semirecta del eje de las abscisas (parte positiva del eje “x”), su vértice está en el origen (coordenada (o, o)) y su lado final en cualquier parte del plano cartesiano.



Un ángulo generado por una rotación completa de su lado final sobre el vértice mide 360°. Un ángulo generado por $\frac{1}{360}$ de una rotación completa de su lado final sobre el vértice mide 1°.

“Grados Sexagesimal:

El grado sexagesimal, como unidad del sistema de medida de ángulos sexagesimal, está definido partiendo de que un ángulo recto tiene 90° (90 grados sexagesimales), y sus divisores, el minuto sexagesimal y el segundo sexagesimal, están definidos del siguiente modo:

- 1 ángulo recto = 90° (grados sexagesimales).
- 1 grado sexagesimal = 60′ (minutos sexagesimales).
- 1 minuto sexagesimal = 60″ (segundos sexagesimales).

Esta notación sexagesimal tiene su origen en Mesopotamia, donde los astrónomos y matemáticos usaron para sus cálculos frecuentemente números en sistema sexagesimal, lo cual facilitaba sus cálculos.

Notación sexagesimal

Podemos expresar una cantidad en grados, minutos y segundos; las partes de grado inferiores al segundo se expresan como parte decimal de segundo.

Ejemplo:

- 12°34′34″
- 13°3′23,8″
- 124°45′34,70″
- -2°34′10″

Teniendo cuidado, como norma de notación, de no dejar espacio entre las cifras; es decir:

escribir 12°34′34″ y no 12° 34′ 34″

Podemos también representar en forma decimal la medida de un ángulo en representación sexagesimal teniendo en cuenta que:

1′ = (1/60)° = 0,01666667° (redondeando a ocho dígitos)
1″ = (1/60)′ = (1/3600)° = 0,00027778°

Así, 12°15′23″ = 12° + 15(1/60)° + 23(1/3600)° ≈ 12,25639°

Notación decimal

Una cantidad en grados se puede expresar en forma decimal, separando la parte entera de la fraccionaria con la coma decimal; se divide entre 60 en la forma normal de expresar cantidades decimales. Lo que se busca es transformar el minuto y el segundo en números decimales".

Por ejemplo:

- 23,2345°
- 12,32°
- -50,265°
- 123,696°

Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Grado_sexagesimal

Ejemplo y explicación de conversión de notación decimal a notación sexagesimal.

- ✓ 150,256° para realizar la conversión debemos seguir el siguiente procedimiento.

Paso 1: la parte entera se deja igual con la unidad de grados. En nuestro caso 150°
Paso 2: la parte decimal se multiplica por 60 para convertirlo en minutos y la parte entera se deja igual con la unidad de medida de minutos. En nuestro caso tenemos (0,256 por 60 =15,36′), lo cual nos indica que tenemos 15′.
Paso 3: la parte decimal se multiplica por 60 para convertirlo en segundos y se redondea el número para tener la unidad de medida segundo. En nuestro caso tenemos (0,36 por 60 =21,6″= 22″), lo cual nos indica que tenemos 22″.

Respuesta: 150,256° es equivalente a 150°15′22″

Para ampliar la información:

1. ver el vídeo “Cambiar un Angulo Decimal a Sexagesimal (ejemplo 1)”: https://youtu.be/8qU5P6BwxWQ
2. “Convertir un número en sistema sexagesimal a grados/horas ejemplo 1 de 2 | Trigonometría – Vitual” https://youtu.be/j5pjx7mjmwE

   Radianes:

Un **radián** es la medida del ángulo central de una circunferencia subtendida por un arco de longitud igual al radio de dicha curva.

Véase: “Qué es un radian” https://youtu.be/L5GNg9a_gSc

Relación entre radianes y grados sexagesimales

Se parte de la base de que una circunferencia completa tiene 2π radianes, y que una circunferencia tiene 360° sexagesimales, luego tenemos:

$$360 \text{ grados} = 2\pi \text{ radianes}$$
$$180 \text{ grados} = \pi \text{ radianes}$$

Haciendo una regla de tres simple se llega a que el factor de conversión de grados sexagesimales a radianes es:

$$\frac{\pi}{180} \cdot \frac{\text{radianes}}{\text{grados}}$$

Luego tenemos que, para un ángulo x dado en grados, su equivalente X en radianes es:

$$X = x \cdot \frac{\pi}{180} \cdot \frac{\text{radianes}}{\text{grados}}$$

y viceversa (si tenemos que, para un ángulo X dado en radianes, su equivalente x en grados es):

$$x = X \cdot \frac{180}{\pi} \cdot \frac{\text{grados}}{\text{radianes}}$$

Observemos un ejemplo de conversión de grados a radianes y viceversa:

Para convertir grados a radianes se multiplica por $\left(\frac{\pi}{180}\right)$. Para convertir radianes a grados se multiplica $\left(\frac{180}{\pi}\right)$.

Ejemplo #1

300° cuántos radianes son:
Para pasar a radianes y resumiendo la regla de tres simple, tenemos que:

$300°x\,\frac{\pi}{180°}$, realizando el procedimiento y cancelando, primero los grados, el ultimo cero del 300 y del 180 tenemos: $300°x\,\frac{\pi}{180°}=\frac{30\pi}{18}\ simplificando\ \frac{15\pi}{9}=\frac{5\pi}{3}rad,$ lo cual nos indica que 300° es equivalente a $\frac{5\pi}{3}rad.$

Ejemplo #2

$\frac{4\pi}{3}$ cuántos grados son:

Para pasar a grados y resumiendo la regla de tres simple, tenemos que:

$\frac{4\pi}{3}x\,\frac{180°}{\pi}$, realizando el procedimiento, cancelamos los radianes y resolvemos la multiplicación y simplificamos al máximo. $\frac{4\pi}{3}x\,\frac{180°}{\pi}=\frac{4x180°}{3}=\frac{720°}{3}=240°,$ lo cual nos indica que $\frac{4\pi}{3}$ es equivalente a 240°

Véase: "Convertir grados a radianes Ejemplo 1": https://youtu.be/seR9VVW4DaI

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

1. Asocia cada ángulo en grados con su respectiva medida en radianes.

1. 135°	**a.** $\frac{7\pi}{6}$
2. 300°	**b.** $\frac{3\pi}{4}$
3. 210°	**c.** $\frac{3\pi}{5}$
4. 108°	**d.** $\frac{5\pi}{3}$

2. Realiza la conversión de notación decimal a notación sexagesimal o viceversa según sea el caso.

a. 45,158°
b. 23,256°
c. 55°17′2″
d. 256°35′28′
e. 56,890°
f. 250°450′600″
g. 500,689°
h. 800°1000′

3. Representa los siguientes ángulos en posición normal.

a. 30°
b. 45°

c. 60° d. 90° e. 120° f. 135° g. 150° h. -180° i. -210° j. 225° k. 240° l. 270° m. 300° n. 315° o. 330° p. 360° 4. Los grados del punto anterior convertirlos a radianes. Según las indicaciones y/o orientaciones, recomendaciones establecidas por la docente orientadora esta primera parte la deberás entregar el día 21 de Abril de 2021
OBSERVACIONES: La guía se desarrollará en compañía de tus padres o Acudientes.

Parte II

NOMBRE DEL DOCENTE: David Montes Ceballos	**MATERIA: MATEMÁTICAS**
PERIODO: dos Parte II	**COMPETENCIA: Razonamiento**
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA: ¿Cuáles son las relaciones existentes entre las matemáticas y los medios de transporte?	**INDICADOR DE DESEMPEÑO:** Identifica correctamente la representación analítica de una línea recta. Identifica con precisión la representación analítica de una circunferencia.
ESTANDAR: Resuelvo problemas en los que se usen las propiedades geométricas de figuras cónicas por medio de transformaciones de las representaciones algebraicas de esas fi guras.	DBA: Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones

TEORIA: GEOMETRIA ANÁLITICA (introducción)

La geometría analítica es la parte de la matemática que conecta el álgebra con la geometría. Con ella es posible resolver problemas geométricos en forma algebraica. La geometría analítica se trabaja en un sistema de coordenadas.

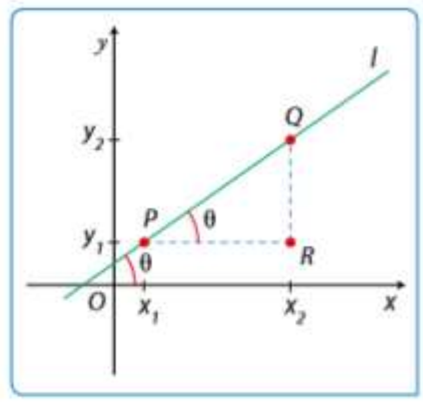
Para el estudio de la línea recta, primero se definen lugar geométrico, distancia entre dos puntos y pendiente de la recta.

Un lugar geométrico es un conjunto de puntos que pertenecen al plano cartesiano y que cumplen determinada característica geométrica común.

En relación con la característica común de los puntos que pertenecen al lugar geométrico del plano es posible realizar su representación analítica por medio de una ecuación, la cual se denomina ecuación de un lugar geométrico. También es posible realizar la representación geométrica por medio de una gráfica en el plano cartesiano.

Para determinar la ecuación de un lugar geométrico, se expresan algebraicamente las propiedades de los puntos P(x, y) de ese lugar, mediante igualdades que relacionan las variables x y y.

La distancia d entre dos puntos P (x1, y1) y Q (x2, y2), está determinada por la fórmula:



$$d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

La pendiente m de la recta que pasa por los puntos P (x1, y1) y Q (x2, y2) se define como:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}, \text{ con } x_1 \neq x_2$$

Una recta es un conjunto de puntos que cumplen una característica común; por tanto, es un lugar geométrico y se puede determinar su ecuación. Si l es una recta no vertical que pasa por el punto Q(x_0, y_0) y tiene pendiente m, entonces, la ecuación de la recta l es:

$$y-y_0=m(x-x_0)$$

Esta ecuación recibe el nombre de ecuación fundamental de la recta l.

Ejemplo sobre la distancia entre dos puntos y la ecuación de la recta dados dos puntos:

Dados los puntos A y B, determinar la distancia y la ecuación que pasa por dichos puntos:

- ✓ $A(2,3)\ y\ B(4,7)$
- ✓ $A(-2,3)\ y\ B(-4,7)$
- ✓ $A(2,2)\ y\ B(4,4)$

Solución ejemplo 1:

Definimos que A(x_1, y_1) y B (x_2, y_2) para todos los casos.
$x_1=2;\ x_2=4;\ y_1=3;\ y_2=7$ para el ejemplo 1
Encontremos la distancia que existe entre dichos puntos, para ello tenemos la expresión:
$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ reemplazando los valores tenemos:
$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(4-2)^2+(7-3)^2}$ desarrollamos las operaciones y obtenemos:
$\sqrt{(4-2)^2+(7-3)^2}=\sqrt{(2)^2+(4)^2}=\sqrt{4+16}=\sqrt{20}$, la distancia entre los dos puntos es de $\sqrt{20}$
Luego de encontrar la distancia vamos a determinar la ecuación de la recta, para ello debemos encontrar la pendiente que está definida por la expresión: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, sustituyendo los valores en la expresión tenemos que: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{7-4}{4-2}=\frac{3}{2}$, sería la pendiente.
Ahora encontremos la ecuación con la expresión: $y=m(x-x_1)+y_1$ reemplazando obtenemos:

$$y = m(x - x_1) + y_1; y = \frac{3}{2}(x-2) + 4; y = \frac{3x}{2} - 3 + 4; para\ obtener\ y = \frac{3x}{2} + 1$$

Solución ejemplo 2

$x_1 = -2;\ x_2 = -4;\ y_1 = 3;\ y_2 = 7$ para el ejemplo 2
Encontremos la distancia que existe entre dichos puntos, para ello tenemos la expresión:
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ reemplazando los valores tenemos:
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(-4-(-2))^2 + (7-3)^2}$ desarrollamos las operaciones y obtenemos:
$\sqrt{(-4+2)^2 + (7-3)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$, la distancia entre los dos puntos es de $\sqrt{20}$
Luego de encontrar la distancia vamos a determinar la ecuación de la recta, para ello debemos encontrar la pendiente que está definida por la expresión: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, sustituyendo los valores en la expresión tenemos que: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-4}{-4-(-2)} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2}$, sería la pendiente.
Ahora encontremos la ecuación con la expresión: $y = m(x - x_1) + y_1$ reemplazando obtenemos:

$$y = m(x - x_1) + y_1; y = -\frac{3}{2}(x-2) + 4; y = -\frac{3x}{2} + 3 + 4; para\ obtener\ y = -\frac{3x}{2} + 7$$

Solución ejemplo 3

$x_1 = 2;\ x_2 = 4;\ y_1 = 2;\ y_2 = 4$ para el ejemplo 3
Encontremos la distancia que existe entre dichos puntos, para ello tenemos la expresión:
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ reemplazando los valores tenemos:
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(4-2)^2 + (4-2)^2}$ desarrollamos las operaciones y obtenemos:
$= \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$, la distancia entre los dos puntos es de $\sqrt{8}$
Luego de encontrar la distancia vamos a determinar la ecuación de la recta, para ello debemos encontrar la pendiente que está definida por la expresión: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, sustituyendo los valores en la expresión tenemos que: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4-2}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$, sería la pendiente.
Ahora encontremos la ecuación con la expresión: $y = m(x - x_1) + y_1$ reemplazando obtenemos:

$$y = m(x - x_1) + y_1; y = 1(x-2) + 2; y = x - 2 + 2; para\ obtener\ y = x$$

Para profundizar en la temática véase:

1. **"Distancia entre dos puntos método gráfico"** https://youtu.be/BDmuIR1lzEU
2. **"Introducción a la ecuación de la recta, fundamentos"** https://youtu.be/sZGeOz6H0VY
3. **"Pendiente de la recta | Ejemplo 1"** https://youtu.be/ULxjPNTiAZ8

En el plano cartesiano dos rectas pueden ser coincidentes, paralelas, secantes o perpendiculares. Dada esta situación podemos determinar una característica que a través de la pendiente podemos determinar cómo se cortan el par de rectas.

- ✓ Dos rectas son paralelas si se comprueba que las pendientes son iguales. $m_1 = m_2$
- ✓ Dos rectas son perpendiculares si se comprueba que el producto de sus pendientes es igual a menos uno. $m_1 x m_2 = -1$
- ✓ Si al analizar las pendientes del par de rectas, No sucede ninguno de los casos anteriores, se puede afirmar que las rectas son secantes.

Ejemplo de aplicación para el corte de dos rectas, a través de la ecuación de la recta.

Ejemplo #1

Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto A(2,3) y es perpendicular a la recta $y = 4x + 2$.

Solución:

Observando la ecuación tenemos que su pendiente $m_2 = 4$, ya que la pendiente es el valor que acompaña la variable "x" y como el ejercicio nos indica que la nueva ecuación debe ser perpendicular a esta ecuación, utilizaremos dicha expresión para encontrar la otra pendiente. $m_1 x m_2 = -1$ para que sean perpendiculares la multiplicación de las pendientes tiene que ser igual a menos uno, como ya tenemos el valor de $m_2 = 4$, lo reemplazamos en la expresión y despejamos la otra pendiente, observemos : $m_1 x m_2 = -1$; $m_1 x 4 = -1$; $m_1 = \frac{-1}{4}$,teniendo la pendiente que garantice que las dos rectas van a ser perpendiculares, ahora vamos a encontrar la ecuación de la recta que además pase por la coordenada del punto A, para ello utilizaremos la ecuación $y = m(x - x_1) + y_1$, sustituimos los valores, simplificamos las expresiones y encontramos la ecuación solicitada.

$$y = m(x - x_1) + y_1; y = -\frac{1}{4}(x - 2) + 3;\ y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{2} + 3;\ \ y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$$

La ecuación solicitada es: $y = -\frac{1}{4}x + \frac{7}{2}$, cumpliendo con todas las características establecidas por el ejercicio.

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

1. Determine la distancia entre los puntos, la pendiente y la ecuación de la recta para cada par de puntos.

a. $A(2,5)\ y\ B(-2,7)$
b. $A(-2,-5)\ y\ B(-2,7)$
c. $A(2,3)\ y\ B(2,5)$
d. $A(2,5)\ y\ B(-2,-7)$
e. $A(2,15)\ y\ B(-2,12)$
f. $A(4,5)\ y\ B(-2,-3)$
g. $A(12,5)\ y\ B(-2,9)$
h. $A(20,5)\ y\ B(-12,7)$
i. $A(4,5)\ y\ B(-2,10)$
j. $A(5,5)\ y\ B(-20,70)$

Según las indicaciones y/o orientaciones, recomendaciones establecidas por la docente orientadora esta primera parte la deberás entregar el día 3 de mayo de 2021

2. Encuentra la ecuación de la recta según los parámetros establecidos.

a. La ecuación pasa por la coordenada A (2,4) y es perpendicular a la recta y=2x+3
b. La ecuación pasa por la coordenada A (2,4) y es paralela a la recta y=2x+3
c. La ecuación pasa por la coordenada A (-3,-4) y es perpendicular a la recta y=-2x+8
d. La ecuación pasa por la coordenada A (-3,-4) y es paralela a la recta y=-2x+8
e. La ecuación pasa por la coordenada A (5,10) y es perpendicular a la recta y=3x+3
f. La ecuación pasa por la coordenada A (5,10) y es paralela a la recta y=3x+3
g. La ecuación pasa por la coordenada A (8,8) y es perpendicular a la recta y=-4x+4
h. La ecuación pasa por la coordenada A (8,8) y es paralela a la recta y=4x+4
i. La ecuación pasa por la coordenada A (2,4) y es perpendicular a la recta y=5x+5

j. La ecuación pasa por la coordenada A (2,4) y es paralela a la recta y=5x+5

3. Problema de aplicación

El municipio de Bello desea realizar una autopista, con las características que se presentan a continuación:

- ✓ La nueva autopista debe ser paralela a la autopista norte.
- ✓ La nueva autopista debe pasar por la coordenada (300,400)
- ✓ Se sabe que la expresión que representa la autopista norte está dada por y = 300x+200

¿Cuál es la expresión que determina la nueva autopista en el municipio de Bello?

Según las indicaciones y/o orientaciones, recomendaciones establecidas por la docente orientadora esta primera parte la deberás entregar el día 3 de Junio de 2021

OBSERVACIONES: La guía se desarrollará en compañía de tus padres o Acudientes.