Institución Educativa Abraham Reyes
Guías de Trabajo
I Periodo Académico

GUIA # 1 **Matemáticas 11°**

DAVID MONTES CEBALLOS Correo: dmontesc0828 @gmail.com

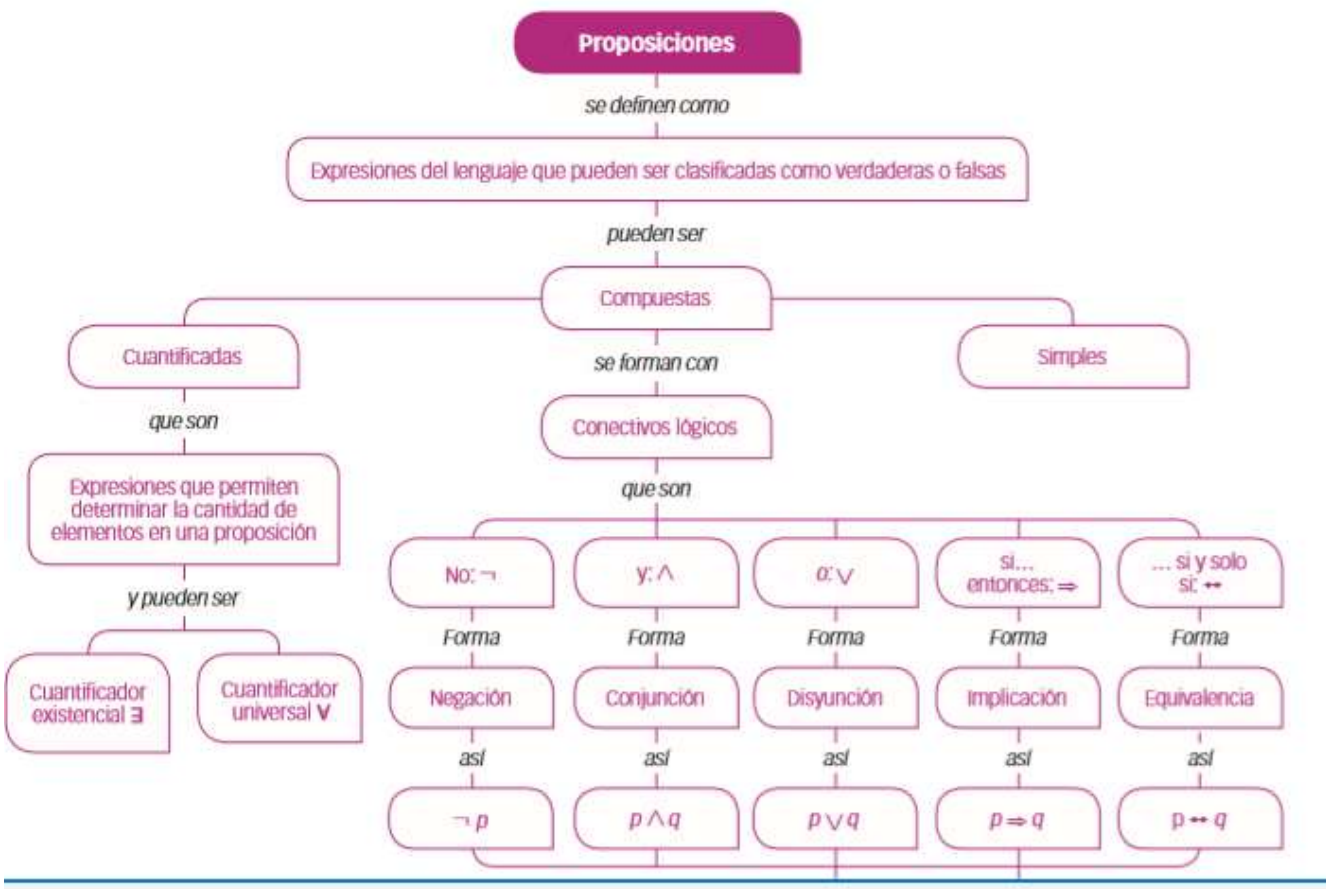
Celular: 300 357 97 34

ASESORIAS: lunes a viernes en el horario de 7 am-1 pm.

Fecha límite de entrega: MARZO 19 DE 2021

NOMBRE DEL DOCENTE: DAVID MONTES CEBALLOS	**ÁREA: MATEMÁTICAS**
PERIODO: UNO	**COMPETENCIA: interpretativa, Argumentativa**
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA: ¿Cuáles son las relaciones existentes entre las matemáticas y los medios de transporte?	**INDICADOR DE DESEMPEÑO:** Construye tablas de verdad para proposiciones compuestas. Reconoce la estructura general de los números reales y sus diferentes relaciones de contenencia.
ESTANDAR: Establezco relaciones y diferencias entre diferentes notaciones de números reales para decidir sobre su uso en una situación dada.	**DBA:** Utiliza las propiedades de los números (naturales, enteros, racionales y reales) y sus relaciones y operaciones para construir y comparar los distintos sistemas numéricos

TEORIA: Proposiciones y conjuntos.



El esquema que se presenta es el resumen de la temática a trabajar.

Una **proposición** es un enunciado del cual se puede afirmar si es verdadero o falso, pero no las dos cosas a la vez.

Una **proposición simple** es aquella que se forma sin utilizar términos de enlace.

Una **proposición compuesta** es aquella que se forma a partir de dos o más proposiciones simples que se relacionan mediante enlaces denominados conectivos lógicos.

Los **conectivos lógicos** son los términos de enlace que se utilizan para formar proposiciones compuestas. Cada conectivo lógico se simboliza de una manera diferente y define una operación lógica según la función que cumple. Los conectivos lógicos son: **$\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$, $\leftrightarrow$.**

- La **conjunción** es una proposición compuesta que se forma al enlazar dos o más proposiciones simples mediante el conectivo lógico **“y” ($\wedge$).**
- La **disyunción** es una proposición compuesta que se forma al enlazar dos proposiciones simples mediante el conectivo lógico **“o “($\vee$).**
- La **implicación** es una proposición compuesta que se forma al enlazar dos proposiciones simples mediante el conectivo lógico **“si… entonces…” ($\rightarrow$).**
- La **equivalencia** es una proposición compuesta que se forma al enlazar dos proposiciones simples mediante el conectivo lógico **“si y solo si” ($\leftrightarrow$).**

Ejemplos de proposiciones simples

1. El 9 y el 27 son factores del 81. (V) porque 9x9= 81 y 27x3 = 81
2. Esa caja es de madera. (V o F), tendríamos que estar observando la caja para determinarlo.
3. Nada es para siempre.
4. La música clásica es la más antigua del mundo.
5. Los números pares son divisibles por dos.
6. La capital de Rusia es Moscú.
7. Esa chica es mi amiga.
8. Son las tres de la tarde con veintiséis minutos.
9. Los animales carnívoros se alimentan de plantas. *(Proposición falsa)*
10. Mi nombre es Fabián.
11. Está lloviendo.
12. El número 1 es un número natural.

Para cada uno de los ejemplos anteriores se puede verificar su grado de verdad o falsedad, por esto se determinan proposiciones, en el caso particular simples, ya que no están relacionadas con otras proposiciones.

Ejemplos de proposiciones compuestas

1. Puedo manejar un auto si tiene dirección hidráulica.
2. Gabriel García Márquez fue un gran escritor y bailarín.
3. Las células son procariotas o eucariotas.
4. La raíz cuadrada de 25 es 5, o -5.
5. No todos los números primos son impares.
6. Mi cuñado es arquitecto e ingeniero.
7. Los aparatos tecnológicos son negros, blancos o grises.
8. Si tengo hambre pues cocino.
9. Turquía es un país que se encuentra en Asia y Europa.
10. La suma de los cuadrados de ambos catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa, si se trata de un triángulo rectángulo.
11. Una ballena no es roja.
12. El número más grande no es 1000000.
13. Si el ovino come pasto, es herbívoro.
14. Si la información no es completa para oferentes y demandantes, hay una falla de mercado.
15. Está lloviendo y hace calor.
16. Nuestra bandera es blanca y celeste.
17. El 9 es divisor del 45, y el 3 es divisor del 9 y del 45.
18. Marcos se dedica a la natación o al alpinismo.
19. El número 6 es mayor que el 3 y menor que el 7.
20. He pasado todas mis vacaciones en Grecia y Marruecos.

Fuente: https://www.ejemplos.co/40-ejemplos-de-proposiciones-simples-y-compuestas/#ixzz6J43HDRe3

En los ejemplos anteriores se puede observar la conexión de dos proposiciones simples a través de un conector lógico, por ejemplo, el numeral 17, nos dice: El 9 es divisor de 45, es una proposición simple; el 3 es divisor del 9 y 45, es otra proposición simple; conectada con el conector lógico "y"

Las proposiciones simples se representan con letras minúsculas (p, q, r, s, entre otras)

Ejemplo:

p: Todo número entero cuya cifra de las unidades es 6 es par.

q: Si un número entero es divisible entre 3, entonces, es divisible entre 6.

r: Todo entero primo diferente de 2 es impar.

s: La suma de dos números pares es múltiplo de 4.

Como se manifestó anteriormente en las proposiciones se puede determinar el grado de verdad de la misma, si es una proposición simple, pues ella puede ser V o F, lo que quiere decir que tiene un 50% de verdad; cuando tenemos proposiciones compuestas, tenemos que basarnos en los conectivos lógicos para poder determinar el porcentaje de verdad de la proposición, para ello nos vamos a respaldar en las tablas de verdad.

TABLAS DE VERDAD Para desarrollar las tablas de verdad debemos tener en cuenta: la conjunción, la disyunción, si…entonces…, si y solo si, y la negación, para ello miremos la tabla de verdad de cada uno de ellos.

CONJUNCIÓN

p	q	$p \wedge q$	LA CONJUNCION SOLO ES VERDADERA CUANDO LAS DOS PROPOSICIONES SON VERDADERAS.
V	V	V	
V	F	F	
F	V	F	
F	F	F	

DISYUNCIÓN

p	q	$p \vee q$	LA DISYUNCION SOLO ES FALSA CUANDO LAS DO PROPOSICIONES SON FALSAS.
V	V	V	
V	F	V	
F	V	V	
F	F	F	

CONDICIONAL

p	q	$p \rightarrow q$	EL CONDICIONAL SOLO ES FALSO CUANDO DE UNA VERDAD VOY A UNA FALSEDAD
V	V	V	
V	F	F	
F	V	V	
F	F	V	

BICONDICIONAL

p	q	$p \leftrightarrow q$	LA BICONDICIONAL SOLO ES VERDADERA CUANDO LAS DOS PROPOSICIONES O SON VERDADERAS O S¿LAS DOS SON FALSAS.
V	V	V	
V	F	F	
F	V	F	
F	F	V	

NEGACIÓN

p	~p	
V	F	LA NEGACIÓN LO QUE HACE ES CAMBIAR EL SENTIDO DE VALOR DE LA PROPOSICIÓN LO QUE ES VERDADERO SE CAMBIA A FALSO Y VICEVERSA.
F	V	

EJEMPLO #1

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: $(p \rightarrow q) \wedge (p \vee s)$,

Como podemos observar la proposición es compuesta por tres elementos o proposiciones simple p,q y s, lo cual nos indica que debemos combinar la expresión (V o F) por las tres proposiciones, matemáticamente lo que tenemos es 2^3, lo cual nos indica que nuestra tabla de verdad tendrá ocho casillas verticalmente para poder realizar las diferentes combinaciones.

p	q	s	$(p \rightarrow q)$	$(p \vee s)$	$(p \rightarrow q) \wedge (p \vee s)$
V	V	V	V	V	**V**
V	V	F	V	V	**V**
V	F	V	F	V	**F**
V	F	F	F	V	**F**
F	V	V	V	V	**V**
F	V	F	V	F	**F**
F	F	V	V	V	**V**
F	F	F	V	F	**F**

Si observamos las tres primeras columnas, estas se distribuyen de la siguiente manera; 1 mitad de elementos verdaderos consecutivos y la otra mitad falsos. 2 dos verdades, dos falsos, dos verdades y dos falsos, 3 intercalados iniciando con verdad, falso y asi sucesivamente. La columna 4 se analiza con el condicional. La columna 5 con la disyunción.

La columna 6 y conclusión se analiza con la conjunción entre la columna 4 y la columna 5.

Como se observa la columna final existen 4 filas que son verdades, lo cual nos indica que **el 50% de la proposición compuesta es verdad.**

EJEMPLO # 2

Determine el valor de verdad de la siguiente proposición: $[(\sim p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)] \leftrightarrow (p \rightarrow r)$,

Sin importar los términos, lo importante es establecer cuantas proposiciones diferentes hay, en este caso son tres, por lo tanto, la combinación se da para 8 valores, observemos el desarrollo de la tabla de verdad.

p	q	r	$\sim p$	$(\sim p \rightarrow q)$	$(p \vee r)$	$[(\sim p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)]$	$(p \rightarrow r)$	$[(\sim p \rightarrow q) \wedge (p \vee r)] \leftrightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V	F	V	V	V	V	**V**
V	V	F	F	V	V	V	F	**F**
V	F	V	F	V	V	V	V	**V**
V	F	F	F	V	V	V	F	**F**
F	V	V	V	V	V	V	V	**V**
F	V	F	V	V	F	F	V	**F**
F	F	V	V	F	V	F	V	**F**
F	F	F	V	F	F	F	V	**F**

La columna cuatro representa la negación de la columna 1, por ende, lo que es verdad se convierte en falso y así sucesivamente con la expresión falsa en verdadera, luego la columna 5 es la condicional de la 4 con la dos, donde solo es FALSO la expresión que va de un verdadero a un falso; la columna 6 es la disyunción entre la columna 1 y la columna 3, solo es falso si las dos proposiciones son falsas.

La columna 7 es la conjunción entre la columna 5 y la columna 6; la columna 8 es el condicional entre las columnas 1 y 3; y por último y respuesta la columna 9 es el bicondicional entre la columna 7 y la columna 8, la cual nos indica que es verdad solo si las dos proposiciones son verdaderas o falsas.

En la conclusión tenemos solo tres de ocho posibilidades son verdad, para obtener el porcentaje de verdad, lo que vamos a realizar es una regla de tres simple:

$$8 \rightarrow 100\%$$

$$3 \rightarrow x$$

Despejando y resolviendo tenemos que: $\frac{3\ por\ 100\%}{8}$ x = 37,5%

37,5% de verdad es la proposición compuesta.

Para ampliar la información y conceptualización se sugiere ver los siguientes videos (si se tiene internet)

1. “Como elaborar una tabla de verdad” https://youtu.be/a5cEaETtTNo
2. “Nociones de Lógica” https://youtu.be/PizbzuoJROo
3. “Tablas de verdad” https://youtu.be/L69ygPEeq7M

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

Proposiciones

Determina el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas teniendo en cuenta que:

p: Todo número entero cuya cifra de las unidades es 6 es par.
q: Si un número entero es divisible entre 3, entonces, es divisible entre 6.
r: Todo entero primo diferente de 2 es impar.

1. $(p \vee q) \wedge (r \vee p)$
2. $(p \rightarrow q) \wedge (q \leftrightarrow r)$
3. $(\sim p \wedge q) \leftrightarrow \sim(r \vee q)$
4. $(p \wedge q) \rightarrow (\sim r \vee \sim p)$
5. $p \rightarrow [\sim(p \leftrightarrow q) \vee (q \wedge r)]$

6. Complete las tablas para determinar el porcentaje de verdad de las siguientes proposiciones

1.

p	q	r	$\sim q$	$(p \rightarrow \sim q)$	$(p \rightarrow r)$	$[(p \rightarrow \sim q) \wedge (p \rightarrow r)]$	$(p \rightarrow r)$	$[(p \rightarrow \sim q) \wedge (p \rightarrow r)] \vee (p \rightarrow r)$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

2.

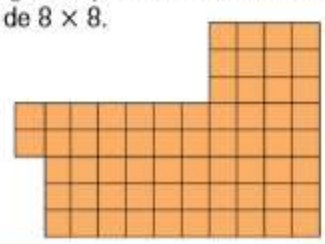
p	q	r	$\sim r$	$(p \rightarrow q)$	$(p \vee \sim r)$	$[(p \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim r)]$	$(p \rightarrow r)$	$[(p \rightarrow q) \wedge (p \vee \sim r)] \rightarrow (p \rightarrow r)$
V	V	V						
V	V	F						
V	F	V						
V	F	F						
F	V	V						
F	V	F						
F	F	V						
F	F	F						

3.

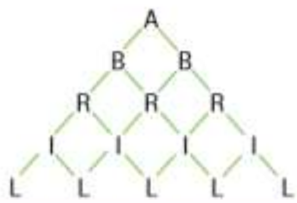
p	q	$(p \rightarrow q)$	$(p \vee \sim q)$	$(p \rightarrow q) \vee (p \vee \sim q)$
V	V			
V	V			
V	F			
V	F			

Ejercicios para razonar:

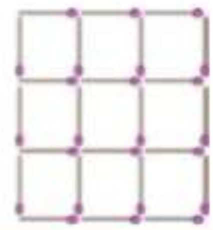
1. Dividir la figura en dos partes iguales para formar un cuadrado de 8 × 8.



2. ¿De cuántas maneras se puede leer este mes en el arreglo?

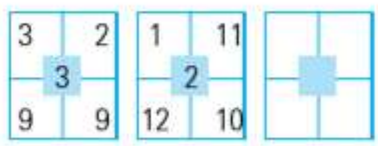


3. Quitar ocho fósforos para obtener dos cuadros que no se toquen.



4. *En una carrera, el tiempo de Montoya fue inferior al de Alonso. Schumacher terminó delante de Alonso pero detrás de Barichello. ¿Quién quedó en el último lugar?*

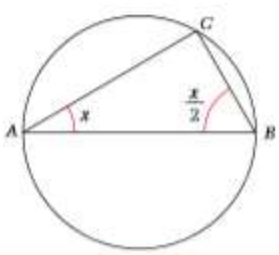
5. Encontrar el patrón y escribir los números que faltan.



6. Encontrar los dígitos correspondientes.

$$\begin{array}{r} P\ A\ Z \\ +\ A\ M\ O\ R \\ \hline V\ I\ D\ A \end{array}$$

7. Hallar los valores de ∢A y ∢B.



8. *Cuatro amigos se sientan en la misma banca. Alberto se sentó entre Juan y Pedro. Juan se sentó entre Santiago y Alberto. ¿Quiénes se sentaron en los extremos?*

9. Analogía numérica.

64 es a 4 como

a) 100 es a 3.
b) 80 es a 2.
c) 75 es a 5.
d) 196 es a 7.

OBSERVACIONES: La guía se desarrollará en compañía de tus padres o Acudientes.

TEORIA: CONJUNTOS.

Un conjunto es una agrupación de objetos de cualquier especie. Cada objeto de un conjunto se denomina elemento. Los elementos de un conjunto no se repiten y no tienen un orden específico. Los conjuntos se clasifican según sus elementos, así:

- **Finito**: aquel que tienen un número determinado de elementos.
- **Infinito**: el que tiene un número indeterminado de elementos.
- **Unitario**: tiene un solo elemento.
- **Vacío**: aquel que no tiene elementos.
- **Universal**: aquel cuyo objeto de estudio son sus subconjuntos.

Un conjunto se puede determinar de dos formas: **por extensión y por comprensión**. Se determina **por extensión** cuando se nombran sus elementos o una parte de ellos.
Y se determina **por comprensión** cuando se da una regla o propiedad o característica de los elementos que conforman el conjunto.

Ejemplos de conjunto por extensión y por comprensión para cada una de las clasificaciones.

Finito: $por\ extensión.\ A = \{1,2,3,4\};\ por\ comprensión.\ A = \{x\ /\ x \in N; 0 < x < 5\}$ por comprensión se lee " es x, tal que x pertenezca a los números naturales y x debe ser mayor que cero y menor que cinco"

Infinito: $por\ extensión.\ A = \{1,2,3,4,5,\dots\};\ por\ comprensión.\ A = \{x\ /\ x \in N; x > 0\}$

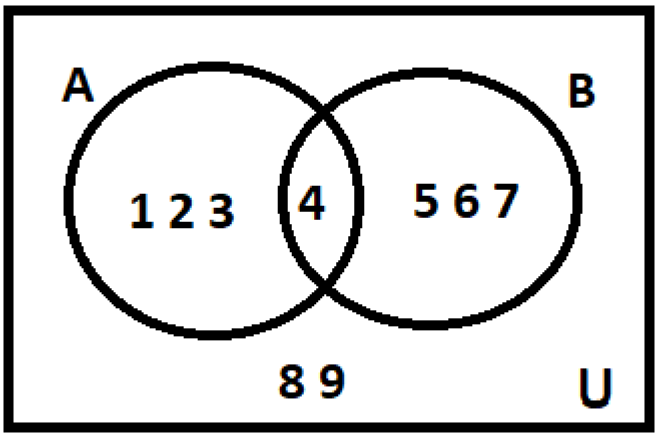
Unitario: $por\ extensión.\ A = \{-23\};\ por\ comprensión.\ A = \{x\ /\ x \in Z; x = -23\}$

Vacío: $por\ extensión.\ A = \{\ \}\ o\ A = \emptyset;\ por\ comprensión.\ A = \{x\ /\ x \in Z; x\ sea\ par\ y\ sea\ impar\}$

Universal: se representa con "U" y va representar todos los elementos de estudio en una situación particular.

La relación entre un elemento y un conjunto dado se denomina relación de pertenencia. Un elemento pertenece a un conjunto si cumple con las características que definen al conjunto.

Observemos un conjunto y determinemos las diferentes características del mismo representadas en un diagrama de Venn.



Como se puede observar en el diagrama tenemos un conjunto universal conformado por los siguientes elementos:

U = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} por extensión.
U = {x/x∈N, $0 < x < 10$} por comprensión.

Los conjuntos “A” y “B” son subconjuntos del conjunto universal y se conforman de la siguiente manera:
A = {1,2,3,4} y B = {4,5,6,7}

La relación entre un elemento y un conjunto dado se denomina **relación de pertenencia**. Un elemento pertenece a un conjunto si cumple con las características que definen al conjunto.

En nuestro caso, podemos decir: “4 pertenece a A”; “4 pertenece a B” y “4 pertenece a U”
“3 pertenece a A” o $3 \in A$, $3 \in U$ y así sucesivamente o “no pertenece” por ejemplo 5∉A

Entre dos o más conjuntos se puede presentar una relación de inclusión y una relación de igualdad. Un conjunto A está contenido o incluido en un conjunto B si todos los elementos que pertenecen a A también pertenecen a B. Dos conjuntos A y B son iguales si A es subconjunto de B y B es subconjunto de A.

Entre conjuntos se definen las siguientes operaciones: **intersección, unión, diferencia y diferencia simétrica.**

- La **intersección** de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A y B simultáneamente. (simbólicamente $A \cap B = \{4\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.)$

- La **unión** de dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A o que pertenecen a B. (simbólicamente $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.$

- La **diferencia** entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a A, pero que no pertenecen a B. $A - B = \{1,2,3\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.$. $diferente\ a\ B - A = \{5,6,7\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.$

- El **complemento** de un conjunto A con respecto a un conjunto universal U, es el conjunto formado por los elementos de U que no pertenecen a A. $A' = \{5,6,7,8,9\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.$ O $U - A = \{5,6,7,8,9\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.$

- La **diferencia simétrica** entre dos conjuntos A y B es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a la unión de A y B y que no pertenecen a la intersección entre A y B.
$A \triangle B = \{1,2,3,5,6,7\}\, para\ el\ ejemplo\ anterior.$

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS:

EJEMPLO #1

Dados los conjuntos

A = {1,2,3,4,5,6}
B = {5,6,7,8,9}
C = {2,4,6,810}

Determine las siguientes operaciones:

1. $A \cap B =$ para dar solución a esta operación debemos encontrar los elementos que son comunes o se repiten en el conjunto A y en el conjunto B.
   $A \cap B = \{5,6\}$ Respueta.

2. $A \cup B =$ para solucionar esta operación debemos colocar los elementos que están en A, los elementos que están en B.
   $A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ Respuesta.

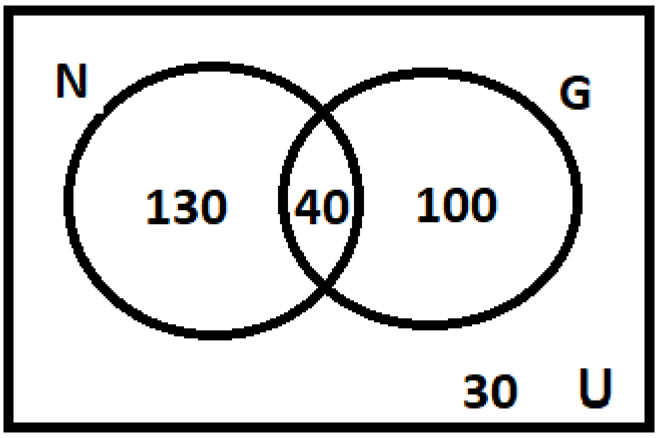
3. $A \triangle B =$ para solucionar la diferencia simétrica son los elementos que pertenecen a A y B pero no a ambos.
   $A \triangle B = \{1,2,3,4,7,8,9\}$ Respuesta.

4. $A - B =$ {1,2,3,4}
5. $(A \cap B)' =$ {1,2,3,4,7,8,9,10}
6. $(A \cup B)'$ ={10}
7. $(A \cap B) \cup C$ ={2,4,5,6,8,10}
8. $A \cap C =$ {2,4,6}
9. $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ ={5,6,8}
10. $(A \cap B) \cap (A \cup C) = \ A \cap B = \{5,6\}; A \cup C = 1,2,3,4,5,6,8,10\}; (A \cap B) \cap (A \cup C) = \{5,6\}$

Problema sobre conjuntos:

Problema:

De los 300 integrantes de un club deportivo, 170 se inscribieron en Natación y 140 se inscribieron en Gimnasia. Si 30 no se inscribieron en ninguna de las 2 especialidades. ¿cuántas personas se inscribieron en las 2 disciplinas'; ¿cuántos se inscribieron solo en Natación?



El diagrama de Ven nos muestra la solución, pero nos preguntamos cómo se obtuvieron los resultados, observemos que el dato clave del ejercicio son los 30 que no participan de ninguna disciplina, si sumamos todos los datos tenemos que 170+140+30 = 340 personas, pero inicialmente nos dice el problema que son 300 integrantes y como la cifra no puede superar dicha cifra quiere decir que 40 personas se inscribieron en las dos disciplinas y por ende se le resta dicha cantidad a los 170 de natación y nos da 130, también se le resta a los 140 de gimnasia y nos da 100.
Respondiendo las preguntas tenemos que 40 estudiantes se inscribieron en las dos especialidades en natación y gimnasia. La segunda pregunta 130 estudiantes solo participan de la natación.

Para ampliar y profundizar véase:
1. ¿Qué son los conjuntos" https://youtu.be/KmcRMlv9_T4
2. "Notación de Conjuntos por Extensión y Comprensión | Ejemplo 2" https://youtu.be/LKhaRC9cFQ8
3. "Operaciones con conjuntos" https://youtu.be/YZRRUFG2UOY
4. "Solución de problemas con Conjuntos | Ejemplo 1" https://youtu.be/cvAIXa5B-hw

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

Conjuntos

1. Realiza lo que se indica con los siguientes conjuntos.

a. $U = \{n \in N, n \leq 30\}$
b. $A = \{n \in U, n\ es\ multiplo\ de\ 4\}$
c. $U = \{n \in U, n > 20\}$
d. $U = \{n \in U, n\ es\ multiplo\ de\ 6$

2. Representa en un diagrama de Venn los anteriores conjuntos.
3. Determina por extension los siguietnes conjuntos.

$(A \cup B) \cap C = \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$

$(B - C)^C \cup A = \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$

$(B \Delta C) \cup A = \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$

4. Marca con una x las proposiciones que son verdaderas.

Si $a \in A$, entonces, $a \in A \cup B$. ☐

Si $A \subseteq B$, entonces, $A \cup B^C = A$. ☐

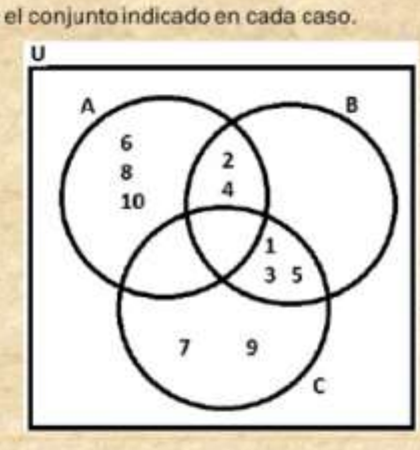
Si $A \subseteq B$, entonces, $A^C \subseteq B^C$. ☐

Si $A \cap B = \varnothing$, entonces, $A \subseteq B^C$. ☐

5.

Dados los conjuntos U, A, B, C, determina el conjunto indicado en cada caso.
U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
A = {2, 4, 6, 8, 10}
B = {1, 2, 3, 4, 5}
C = {1, 3, 5, 7, 9}

a. $A \cup B$
b. $B \cap A$
c. $A \Delta B$
d. $B - U$
e. $U - B$
f. C^C
g. $B \cup A$
h. $A \cap B$
i. $(A \cup B)^C$



6. En un salón de clases de 50 niños y niñas, a 10 les gusta solo el helado de fresa y a 5 solo el helado de chocolate. Si a 20 niños no les gusta el helado ni de fresa ni de chocolate: ¿a cuántos niños les gustan los dos helados?, ¿a cuántos niños les gusta en total el helado de fresa?, ¿a cuántos el de chocolate?

OBSERVACIONES: La guía se desarrollará en compañía de tus padres o Acudientes.