



# INSTITUCIÓN EDUCATIVA ABRAHAM REYES

Guía Trabajo

I periodo académico

GRADO 8° ASIGNATURA: Geometría

DOCENTE: Diana Vileidy García Roldán

Entregar entre el 10 y el 19 de marzo al correo:

dianagarcia.ieabrahamreyes@gmail.com



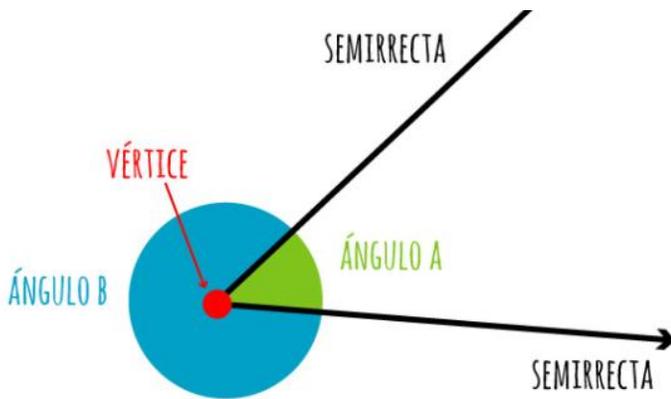
## EL MUNDO DE LOS ÁNGULOS



# ¿QUÉ ES UN ÁNGULO?

En geometría, el ángulo puede ser definido como la parte del plano determinada por dos semirrectas llamadas lados que tienen el mismo punto de origen llamado vértice del ángulo.

La medida de un ángulo es considerada como la longitud del arco de circunferencia centrada en el vértice y delimitada por sus lados

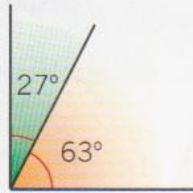


## CLASIFICACIÓN DE LOS ÁNGULOS SEGÚN SUS MEDIDAS

Tipo de Ángulo	Medida	Ejemplo
Nulo	Igual a $0^\circ$	
Agudo	Mayor de $0^\circ$ y menor de $90^\circ$	
Recto	Igual a $90^\circ$	
Obtuso	Mayor de $90^\circ$ y menor de $180^\circ$	
Llano	Igual a $180^\circ$	
Cóncavo o Entrante	Mayores de $180^\circ$ y menores de $360^\circ$	
Perigonal	Igual a $360^\circ$	

# RELACIONES ENTRE ÁNGULOS

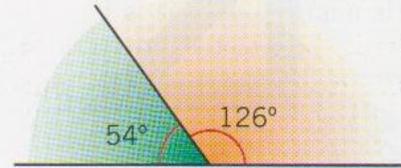
## ÁNGULOS COMPLEMENTARIOS



$$27^\circ + 63^\circ = 90^\circ$$

Dos ángulos son **complementarios** cuando su suma es un ángulo recto ( $90^\circ$ ).

## ÁNGULOS SUPLEMENTARIOS

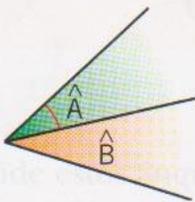


$$54^\circ + 126^\circ = 180^\circ$$

Dos ángulos son **suplementarios** cuando su suma es un ángulo llano ( $180^\circ$ ).

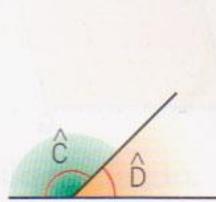
## ÁNGULOS SEGÚN SU POSICIÓN:

### CONSECUTIVOS



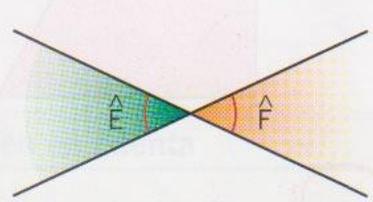
Tienen el vértice y un lado comunes.

### ADYACENTES



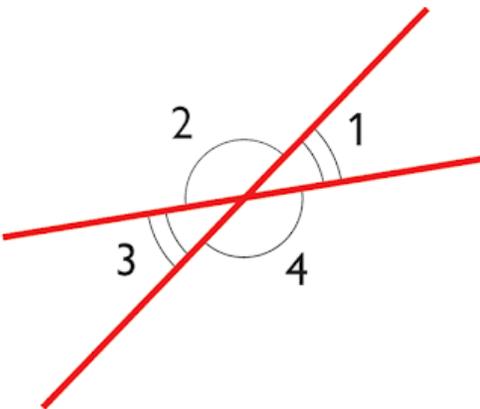
Tienen el vértice y un lado comunes y suman  $180^\circ$ .

### OPUESTOS POR EL VÉRTICE



Tienen solo el vértice en común.

Los ángulos que son opuestos por el vértice tienen relación de congruencia, es decir, tienen la misma medida

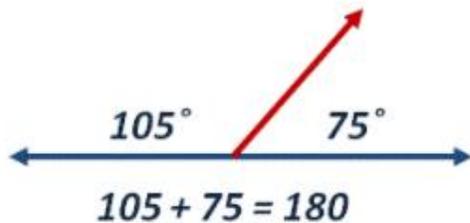


El ángulo 1 tiene la misma medida que el ángulo 3

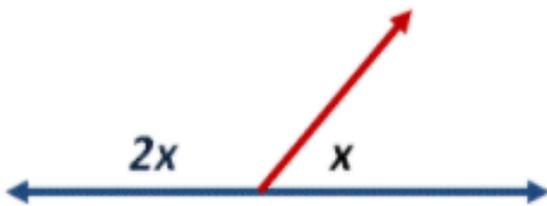
El ángulo 2 tiene la misma medida que el ángulo 4

## Ejemplos de problemas de Completación de ángulos

1. Los ángulos que se muestran a continuación son suplementarios, es decir que la suma de los mismos es igual a  $180^\circ$



Pero si le cambiamos los valores por expresiones que tienen incógnitas, ¿Cómo lo podemos resolver?



Sustituyendo el valor de  $X$  en el ángulo izquierdo obtenemos:

$$2(60^\circ) = 120^\circ$$

Si lo sumamos con el valor de la derecha donde  $X = 60^\circ$

$$120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

Sabemos que como son suplementarios su suma es igual a  $180^\circ$ , o sea:

$$2X + X = 180^\circ$$

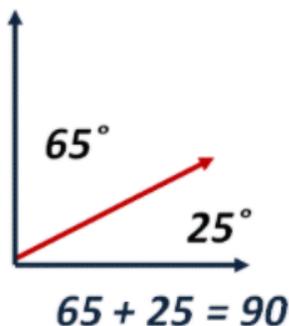
Sumamos las incógnitas

$3X = 180^\circ$  y como el 3 multiplica la  $X$ , pasa con la operación inversa, es decir, pasa a

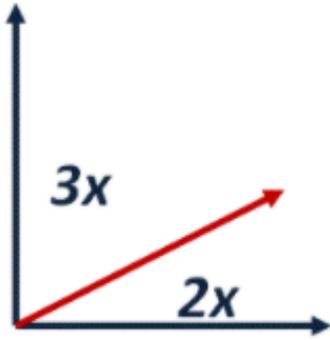
dividir:  $X = \frac{180^\circ}{3}$ , se realiza la

división y el resultado es  $X = 60^\circ$

2. Los siguientes ángulos son complementarios, lo que significa que la suma entre ellos debe ser igual a  $90^\circ$ :



Si cambiamos los valores y ponemos incógnitas, se resuelve de la siguiente manera:



Prueba: Reemplazamos el valor de  $X$  en el ángulo izquierdo:

$$3(18^\circ) = 54^\circ$$

Repetimos el proceso en el ángulo derecho:

$$2(18^\circ) = 36^\circ$$

$$\text{Sumamos los resultados: } 54^\circ + 36^\circ = 90^\circ$$

$$3X + 2X = 90^\circ$$

Sumamos los valores de  $X$ , como lo desconocemos, le podemos llamar "sorpresa", entonces si tenemos 3 sorpresas y le sumamos 2 más, obtenemos 5 sorpresas; es decir,  $3X + 2X = 5X$ , Reemplazando se obtiene:

$$5X = 90^\circ$$

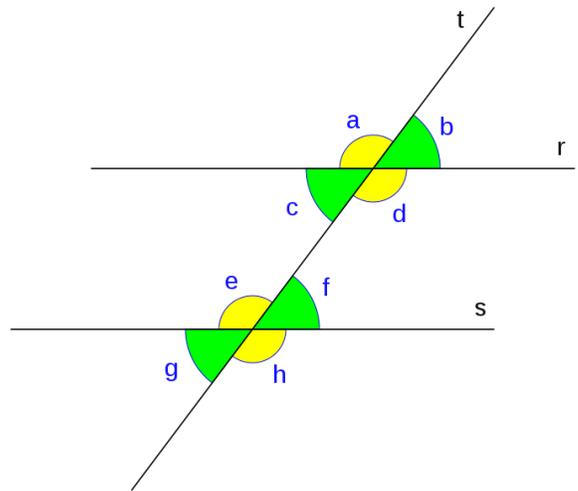
Como el 5 multiplica la incógnita, pasa al otro miembro de la igualdad con la operación inversa, o sea que pasa a dividir

$$X = \frac{90^\circ}{5} = 18^\circ$$

## ÁNGULOS COMPENDIDOS ENTRE DOS PARALELAS Y UNA SECANTE

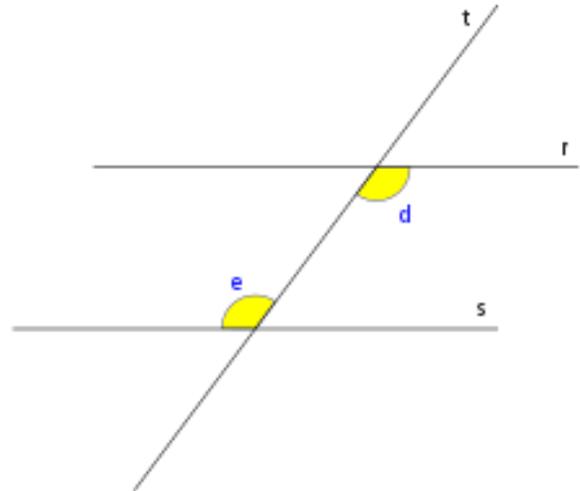
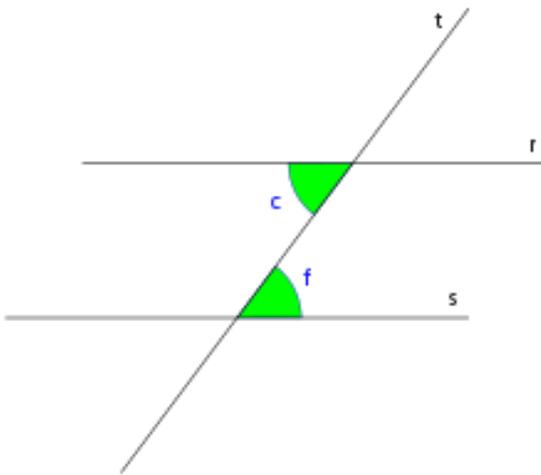
Los ángulos entre rectas paralelas y una secante, en geometría euclidiana, son los ocho ángulos formados por dos rectas paralelas ( $r$  y  $s$ ) y una transversal a ellas ( $t$ ).

Entre las parejas de ángulos que se forman existe una relación de congruencia, es decir, que tienen la misma medida.

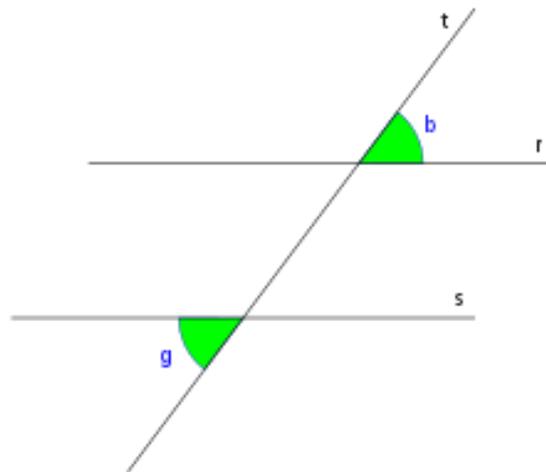
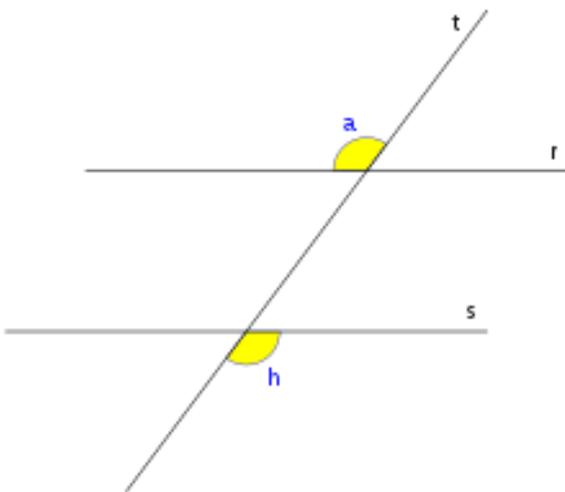


Las relaciones entre las parejas de ángulos se enuncian a continuación:

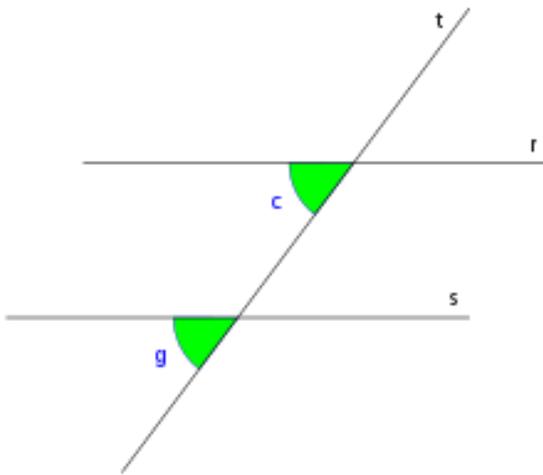
- 1. ÁNGULOS ALTERNOS INTERNOS:** Son los que están comprendidos al interior de las rectas paralelas y sus medidas son iguales. En las gráficas que se muestran a continuación los ángulos  $c$  y  $f$  son congruentes y los ángulos  $e$  y  $d$  también tiene la misma medida.



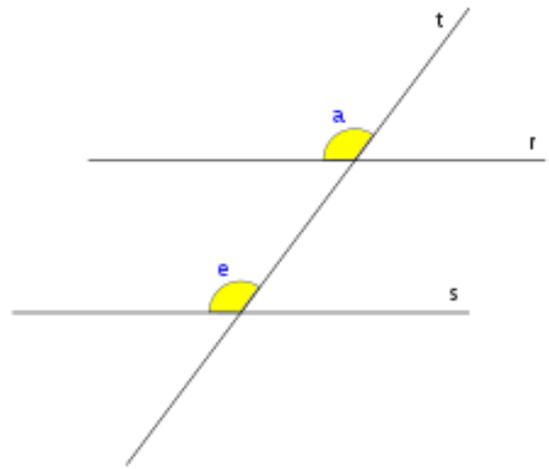
- 2. ÁNGULOS ALTERNOS EXTERNOS:** Son los que están comprendidos al exterior de las paralelas y cumplen con la relación de congruencia entre ellos. En las gráficas que se muestran a continuación los ángulos  $a$  y  $h$  son alternos externos, de la misma manera  $b$  y  $g$  tienen la misma medida.



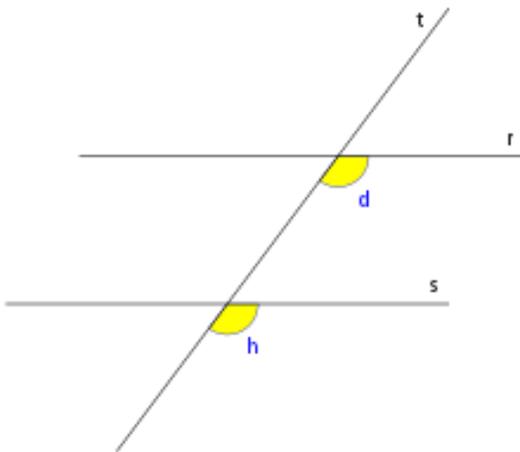
**3. ÁNGULOS CORRESPONDIENTES:** Son los ángulos que se encuentran a un mismo lado de la secante, uno es externo y el otro interno. Guardan entre ellos la relación de congruencia.



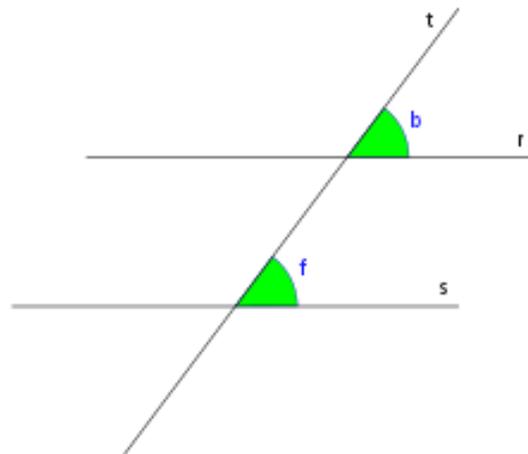
c y g son iguales



a y e son iguales

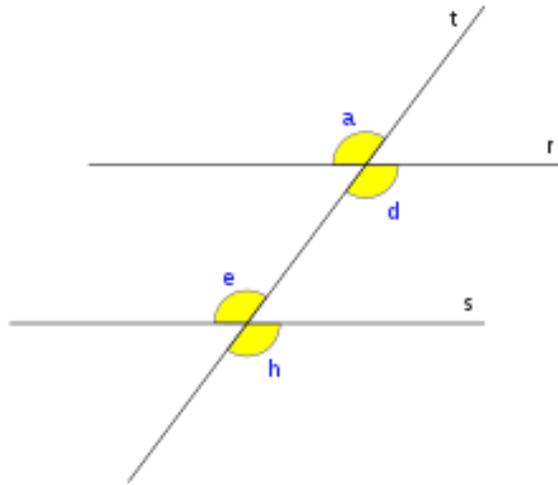
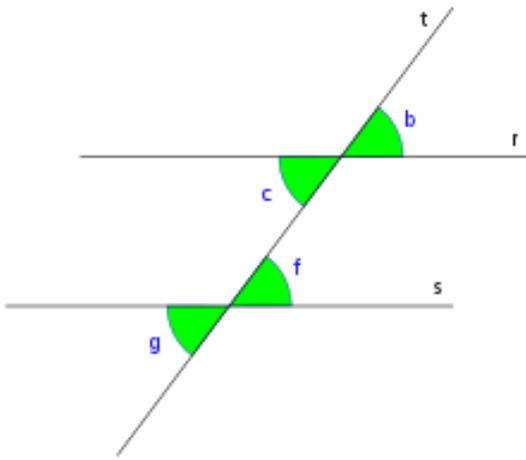


d y h son iguales



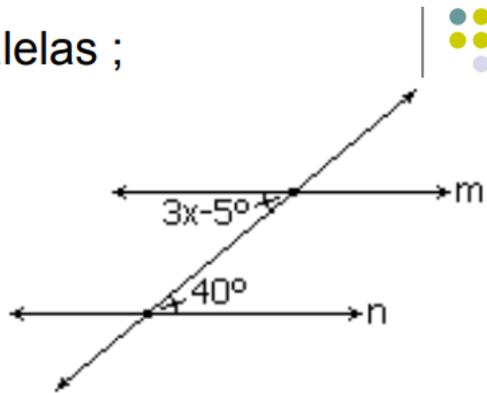
b y f son iguales

**4. ÁNGULOS OPUESTOS POR EL VÉRTICE:** Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes, de modo que, de los ocho ángulos formados entre dos paralelas y una transversal, hay únicamente dos distintos, que son adyacentes.



**EJEMPLOS:**

- Si las rectas m y n son paralelas ;  
Calcular el ángulo “ x “



**Resolución**

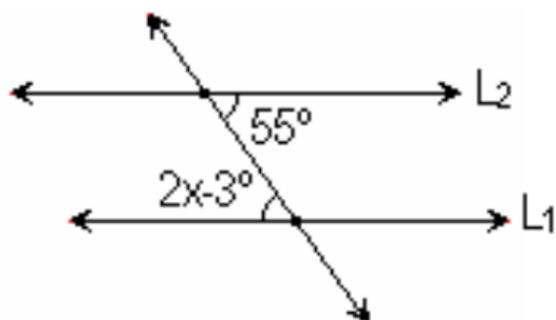
$$3x-5^\circ=40^\circ \dots\dots\dots(\text{ Alternos Internos } )$$

$$3x=40^\circ + 5^\circ$$

$$x=45^\circ/3$$

$$\therefore x=15^\circ$$

- Si  $L_1 // L_2$  ; Calcular el ángulo “ x “



### Resolución

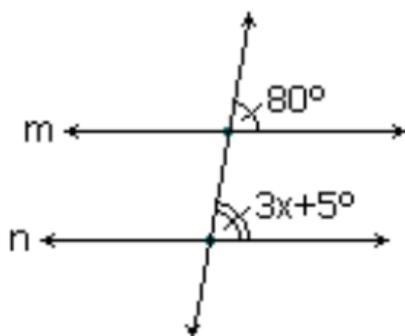
$$2x-3^\circ=55^\circ \text{ .....( Alternos Internos )}$$

$$2x=55^\circ+3^\circ$$

$$x=58^\circ/2$$

$$\therefore x=29^\circ$$

- Si las rectas m y n son paralelas, encuentra el ángulo “ x “



### Resolución

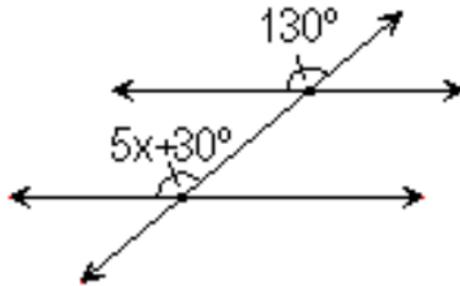
$$3x+5^\circ = 80^\circ \text{ .....( Ángulos Correspondientes )}$$

$$3x=80^\circ-5^\circ$$

$$x=75^\circ/3$$

$$\therefore x=25^\circ$$

- Si  $L_1 \parallel L_2$  ; Calcular el ángulo “ x “



### Resolución

$$5x + 30^\circ = 130^\circ \dots\dots\dots (\text{Ángulos Correspondientes})$$

$$5x = 130^\circ - 30^\circ$$

$$x = 100^\circ / 5$$

$$\therefore x = 20^\circ$$



### VIDEO DE APOYO:

<https://www.youtube.com/watch?app=desktop&v=CRXi4jQiRIM>

<https://www.youtube.com/watch?v=-zLWJYY42GU>

[https://www.youtube.com/watch?v=2OPoYzg\\_E58](https://www.youtube.com/watch?v=2OPoYzg_E58)

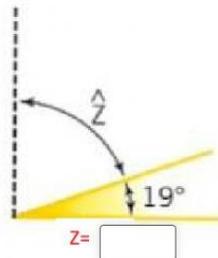
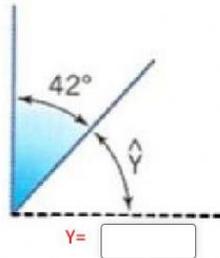
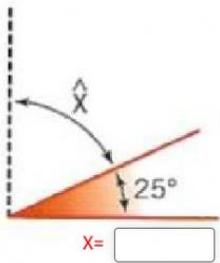
<https://www.youtube.com/watch?v=ZIU-QRHfGFI>

<https://www.youtube.com/watch?v=admf0PGYBgs>

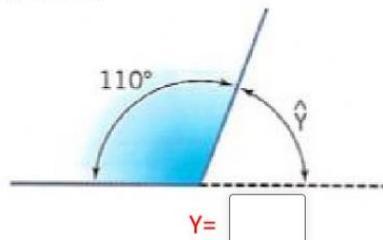
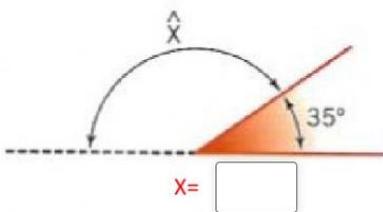
<https://www.youtube.com/watch?v=1qpRcJ0Tlgo>

<https://www.youtube.com/watch?v=Y2BjSS2JghA>

## Practica en los siguientes simuladores:



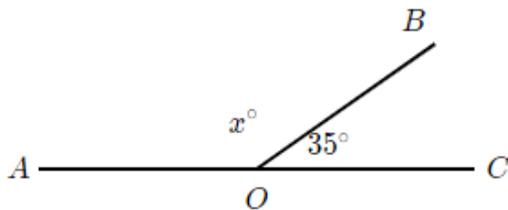
2.- Calcula la medida de los ángulos suplementarios a estos:



[https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Rectas\\_y\\_%C3%A1ngulos/%C3%81ngulos\\_complementarios\\_y\\_suplementarios\\_xb567855ry](https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Rectas_y_%C3%A1ngulos/%C3%81ngulos_complementarios_y_suplementarios_xb567855ry)

¿Cuál es la medida de  $\angle x$ ?

Los ángulos pueden no estar dibujados a escala.



$$x = \square^\circ$$

[https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-geometry/cc-7th-angles/e/complementary\\_and\\_supplementary\\_angles](https://es.khanacademy.org/math/cc-seventh-grade-math/cc-7th-geometry/cc-7th-angles/e/complementary_and_supplementary_angles)

## Practica en los siguientes simuladores:

Observa y calcula los problemas propuestos e indica su respuesta:

① Halla el valor de "x"

Respuesta:

② ¿Cuánto mide x?

Respuesta:

③ Halla el valor "c"

Respuesta:

④ Halla el valor de "x"

Respuesta:

[https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/%C3%81ngulos/%C3%81ngulos\\_entre\\_rectas\\_paralelas\\_cortadas\\_por\\_una\\_secante\\_tr1048610ug](https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/%C3%81ngulos/%C3%81ngulos_entre_rectas_paralelas_cortadas_por_una_secante_tr1048610ug)

1 Arrastra al lugar que corresponda:

	Agudo	Recto

<https://www.superprof.es/apuntes/escolar/maticas/geometria/basica/ejercicios-interactivos-de-tipos-de-angulos.html>

# TALLER

**NOMBRE Y GRUPO DEL ESTUDIANTE:**

**8°**

---

**NOTA:** Cada ejercicio debe tener el proceso como sustentación

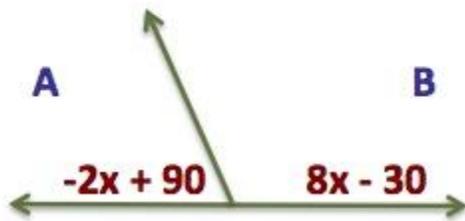
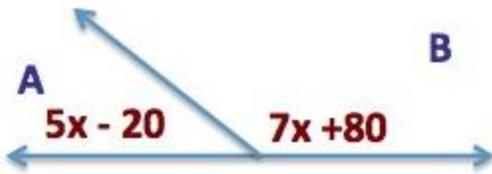
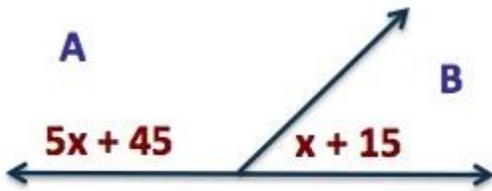
1. (Valor 0.8) a. Completa la tabla:

Medida de un ángulo	Clasificación
35°	
120°	
200°	
85°	
270°	
135°	

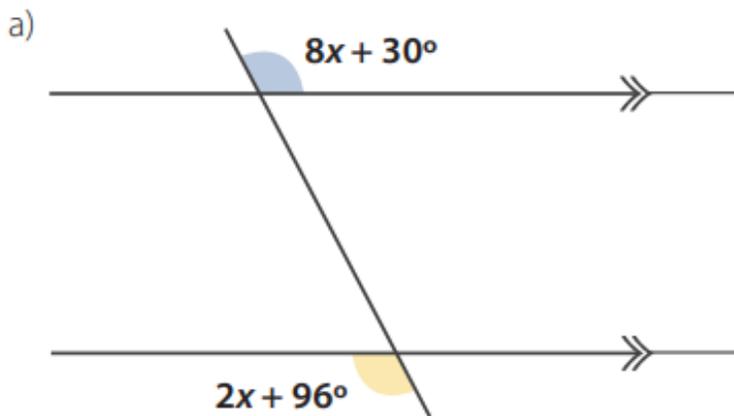
b. Determina si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas

- Todo ángulo tiene medida menor o igual a  $90^\circ$
- Dos ángulos complementarios son los que sus medidas suman  $180^\circ$ .
- Dos ángulos son consecutivos si tienen en común un lado y el vértice.
- Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.

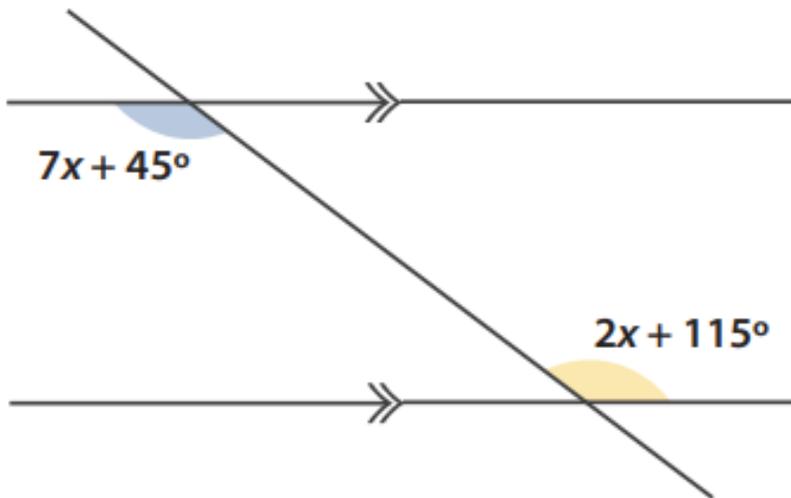
2. (Valor 1.0) Encuentra las medidas de los ángulos  $\hat{A}$  y  $\hat{B}$  para cada caso:



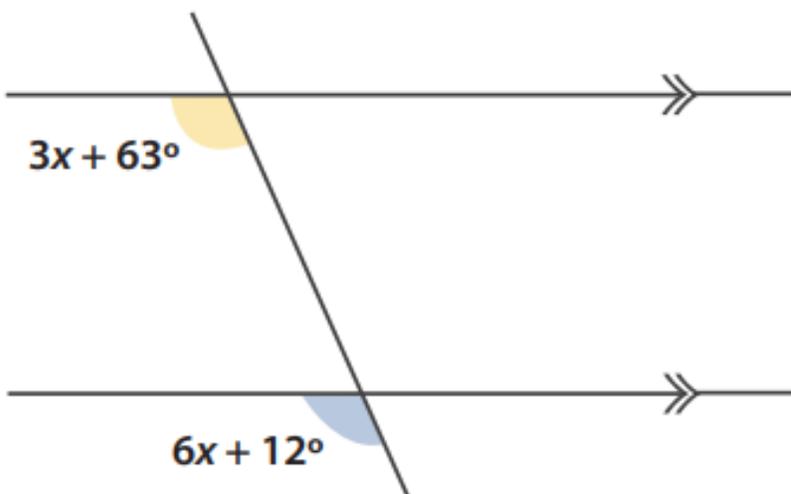
3. (Valor 1.2) Encuentre el valor de la x en cada caso



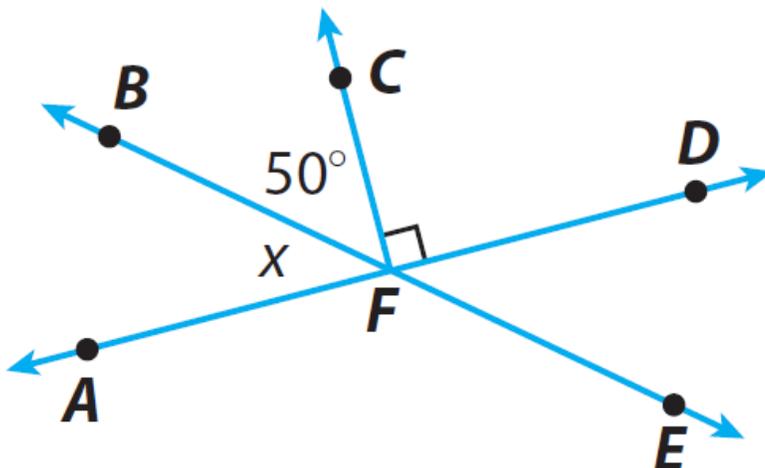
b)

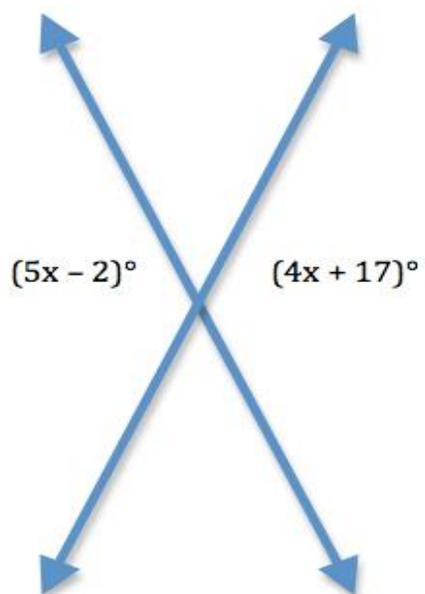
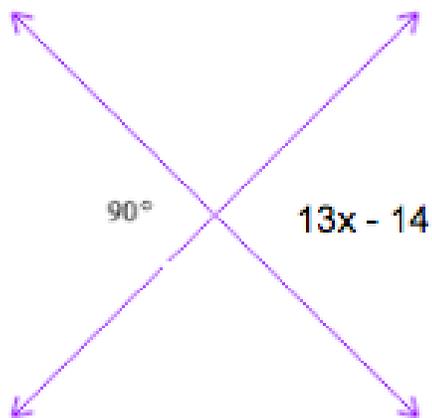
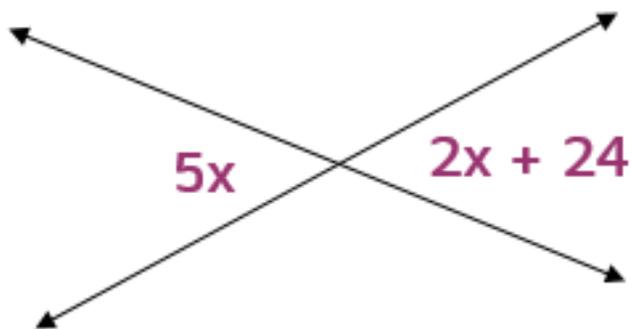


c)

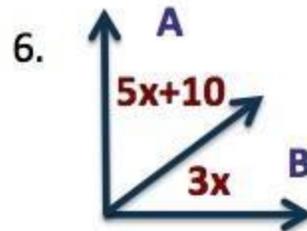
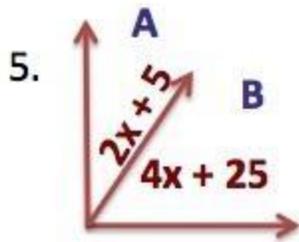
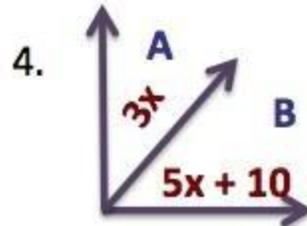
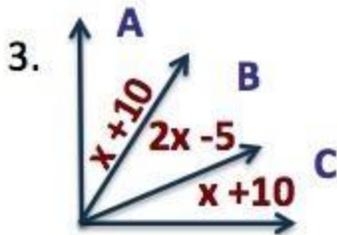
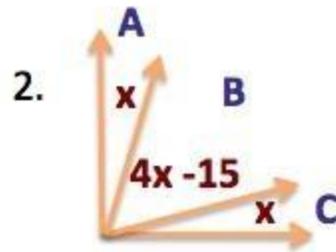
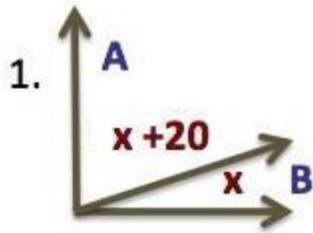


4. (Valor 1.0) Encuentra las medidas de todos los ángulos que se muestran a continuación:





5. (Valor 1.0) Encuentra las medidas de los ángulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  y  $\hat{C}$  para cada caso



## Tomado de:

<https://yosoytuprofe.20minutos.es/2019/05/23/ideas-para-trabajar-los-angulos-en-primaria-de-forma-manipulativa/>

<https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81ngulo>

<https://www.pequeocio.com/tipos-de-angulos/>

<http://cesummatematicas.blogspot.com/2017/05/ejercicios-sobre-clasificacion-de.html>

<http://matesbeginners.blogspot.com/2010/09/relaciones-entre-angulos.html>

[https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81ngulos\\_entre\\_paralelas#/media/Archivo:Paralelas\\_04.svg](https://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81ngulos_entre_paralelas#/media/Archivo:Paralelas_04.svg)

<https://www.spanishged365.com/algebra-angulos-y-ecuaciones/>

<https://es.slideshare.net/20enmatematicas/ngulos-entre2-rectas-paralelas>