Institución Educativa Abraham Reyes
Guías de Trabajo
I Periodo Académico

GUIA # 1 Geometría 9°

DAVID MONTES CEBALLOS Correo: dmontesc0828 @gmail.com

Celular: 300 357 97 34

ASESORIAS: lunes a viernes en el horario de 7 am-1 pm.

Fecha límite de entrega: MARZO 19 DE 2021

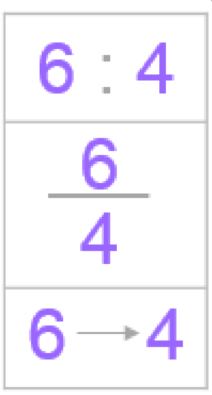
NOMBRE DEL DOCENTE: DAVID MONTES CEBALLOS	**ÁREA: MATEMÁTICAS**
PERIODO: UNO	**COMPETENCIA: Interpretativa, Razonamiento.**
PREGUNTA PROBLEMATIZADORA: ¿Cuáles fenómenos cotidianos pueden ser modelados por medio de la semejanza y el teorema de Tales?	**INDICADOR DE DESEMPEÑO:** Interpreta los criterios de semejanza entre triángulos y los aplica de manera creativa.
ESTANDAR: Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales).	**DBA:** Utiliza teoremas, propiedades y relaciones geométricas (teorema de Thales y el teorema de Pitágoras) para proponer y justificar estrategias de medición y cálculo de longitudes.

TEORIA: SEMEJANZA.

Para abordar el tema de semejanza deben tener en cuenta diferentes conceptos y teoremas que nos podrán determinar con claridad si existe semejanza entre dos o más objetos determinados. Entre ellos esta la razón y la proporción:

¿Qué es la razón?

- La razón es una comparación entre dos magnitudes que se realiza mediante un cociente.
- Suele expresarse como una fracción o colocando dos puntos (:) entre las dos magnitudes.

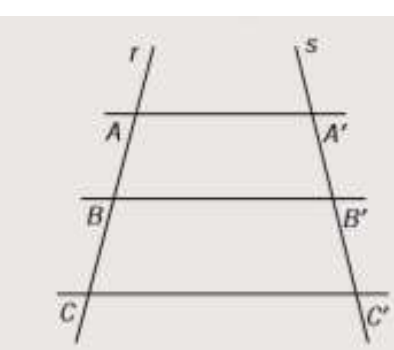


En este caso, la razón entre la base y la altura de una fotografía es de 6 : 4. Si dividimos 6 entre 4, obtenemos como resultado: 1,5. Esto quiere decir que la base de la fotografía es 1,5 veces más larga que su altura. O dicho de otro modo, significa que por cada cm de alto mide 1,5 cm de ancho.

Una proporción es una igualdad de razones.

Cuando se aborda el tema de semejanza, obligatoriamente se debe hablar de tales y su teorema.

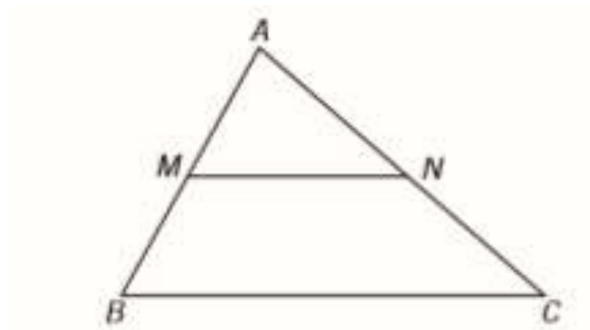
TEOREMA DE TALES



Si varias rectas paralelas son cortadas por dos rectas secantes r y s, los segmentos que se forman sobre la recta r son proporcionales a los segmentos formados sobre s.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

Ejemplo #1



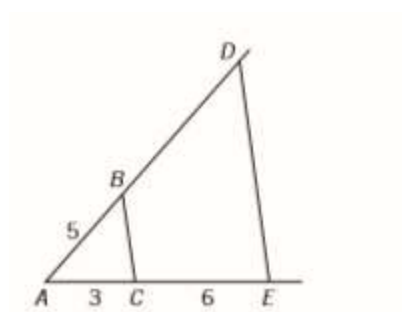
Aplicando el teorema de Tales al triángulo de la figura, en el que se ha trazado una recta paralela al lado BC, que corta a los otros lados en los puntos M y N, resulta:

$\frac{\overline{AM}}{\overline{AN}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ El segmento AM es al segmento AN como el segmento AB es al segmento AC, lo cual genera proporcionalidad.

Los triángulos AMN y ABC están en posición de tales.

Aplicación:

1. Calcula la longitud de BD en la figura:



Aplicando el teorema de Tales, tenemos: $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

$\frac{5}{3} = \frac{\overline{AD}}{6} = \overline{AD} = \frac{5x6}{3} = 15$ reemplazamos los valores según la gráfica y despejamos la cantidad desconocida. Obteniendo como respuesta que la longitud de AD es de 15, ya que nos preguntan es por BD, lo que hacemos es restar de la longitud AD, la longitud AB y como resultado nos va quedar la longitud BD.

$BD = AD - AB = 15 - 5 = 10$ DB mide 10 unidades.

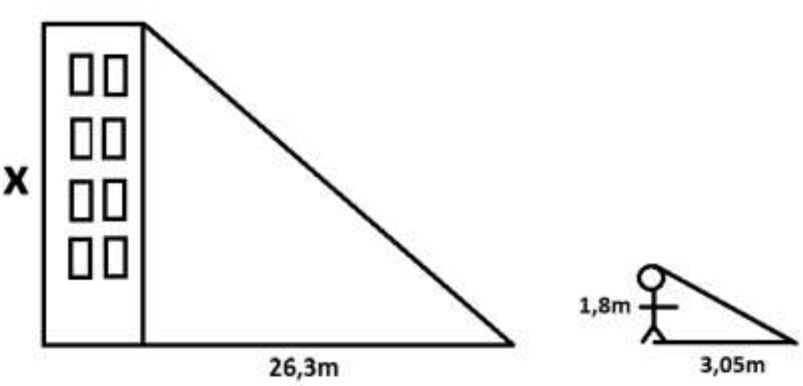
Para mayor profundización véase:

1. "Teorema de Tales | Ejercicio de aplicación 1": https://youtu.be/-MplVMcxOEY
2. "Teorema de Tales | Ejercicio de aplicación 2": https://youtu.be/T5Bn8024LuQ
3. "Teorema de Tales | Ejercicio de aplicación 3 " https://youtu.be/TeLBuU2EryQ

Problemas de aplicación del teorema de Tales.

Problema 1:

Un hombre de 1,8m de estatura, proyecta una sombra de 3,05m de larga, al mismo tiempo un edificio proyecta una sombra de 26,3m de larga ¿cuál es la altura aproximada del edificio?



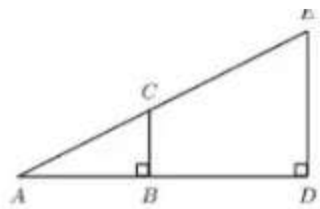
Aplicando el teorema de tales tenemos:

$$\frac{x \text{ altura de edificio}}{1{,}8m \text{ altura del hombre}} = \frac{26{,}3\ m \text{ som del árbol}}{3{,}05\ m \text{ som del hombre.}}$$

Despejando “x” la altura del edificio tenemos: $x = \frac{1{,}8\ x\ 26{,}3}{3{,}05} = 15{,}5\ m$ lo cual nos indica que aproximadamente la altura del edificio es de 15,5 metros.

Problema 2

En la figura ABC y ADE son triángulos rectángulos. Si AB=10, BD=12 y BC =5, entonces DE es igual a:



Al observar la imagen los dos triángulos son semejantes por ende tenemos que: $\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BC}}$, reemplazando los valores tenemos que:

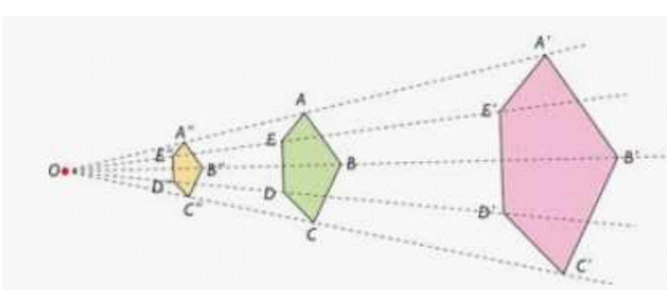
$\frac{22}{10} = \frac{x}{5}$, nos preguntaremos de donde sale el 22, observando la imagen tenemos que AD = AB+BD, que son magnitudes conocidas, 10+12=22. Luego despejamos la x para obtener que:

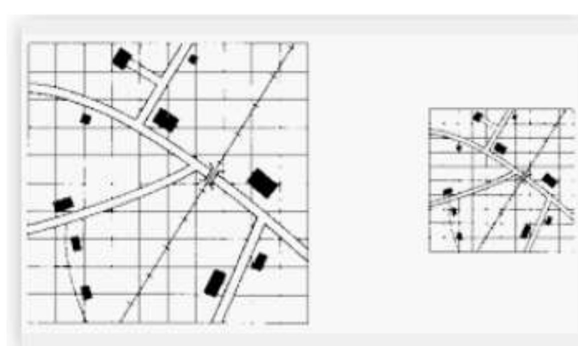
$x = \frac{5x22}{10} = \frac{110}{10} = 11$, lo cual nos indica que la medida de DE = 11.

Semejanza:

“En matemáticas se dice que dos figuras geométricas son **semejantes** si tienen la misma forma sin importar los tamaños entre ellos”.

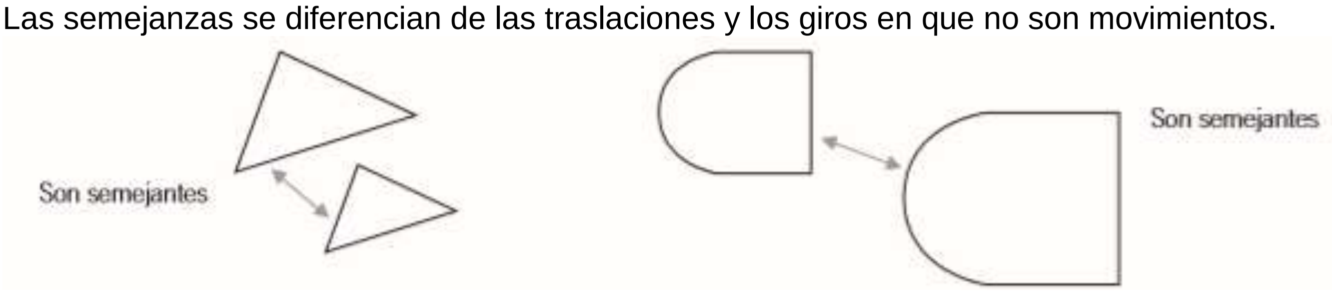
Por ejemplo, dos mapas con distintas escalas son semejantes, pues la forma del contenido no cambia, pero sí el tamaño.





Reconocer polígonos semejantes:

Las semejanzas transforman una figura dada en otra figura con la misma forma y distinto tamaño. Las semejanzas se diferencian de las traslaciones y los giros en que no son movimientos.

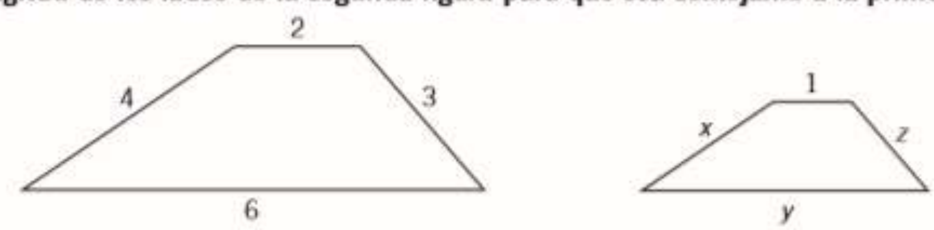


Dos polígonos son semejantes si:

- ✓ Sus ángulos homólogos son iguales.

- ✓ Los lados homólogos son proporcionales, siendo el cociente entre un lado y su lado homólogo igual a la razón de semejanza.

Halla la longitud de los lados de la segunda figura para que sea semejante a la primera.



Como las dos figuras son semejantes, existe una proporcionalidad entre las longitudes de sus lados:

$\frac{2}{1} = \frac{4}{x} = \frac{6}{y} = \frac{3}{z}$ $\quad 2 = \frac{4}{x} \rightarrow x = \ldots\ldots$ $\quad 2 = \frac{6}{y} \rightarrow y = \ldots\ldots$ $\quad 2 = \frac{3}{z} \rightarrow z = \ldots\ldots$

Para dar solución al ejemplo lo que hacemos es despejar la incógnita:

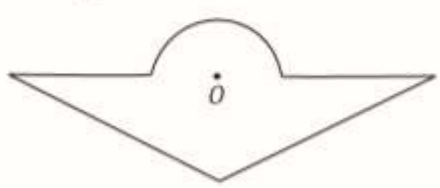
$2 = \frac{4}{x}; 2x = 4; x = \frac{4}{2}; x = 2,$ repetimos dicho proceso con cada incógnita.

$2 = \frac{6}{y}; 2y = 6; y = \frac{6}{2}; y = 3,$ repetimos dicho proceso con cada incógnita.

$2 = \frac{3}{z}; 2z = 3; z = \frac{3}{2}; z = 1{,}5,$ obteniendo los tres valores desconocidos.

Ejercicios:

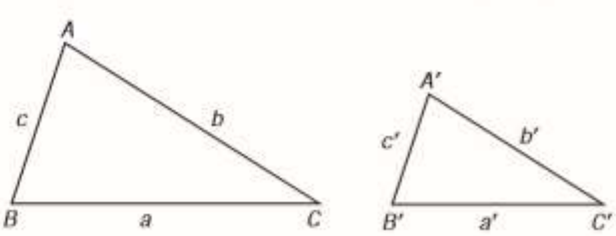
1 **Construye una figura semejante a la siguiente, de manera que la razón de semejanza entre ambas sea $\frac{1}{2}$, tomando como referencia el punto *O*.**



2 **Los lados de un triángulo miden 3, 5 y 7 cm. El perímetro de un triángulo semejante a él mide 45 cm. ¿Cuál es la razón de semejanza? Calcula los lados del nuevo triángulo.**

Reconocer triángulos semejantes

Dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos iguales y sus lados son proporcionales.



$$\left.\begin{array}{l} \widehat{A} = \widehat{A'} \\ \widehat{B} = \widehat{B'} \\ \widehat{C} = \widehat{C'} \end{array}\right\} \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$$

Los vértices homólogos son: A y A’, B y B’ o C y C’
Los lados homólogos son: a y a’, b y b’ o c y c’

Razón de semejanza: $\frac{a}{a\prime} = \frac{b}{b\prime} = \frac{c}{c\prime}$

CRITERIOS DE SEMEJANZA

Dos triángulos son semejantes si cumplen alguno de estos criterios.

1. Tienen sus tres lados proporcionales.
2. Presentan dos ángulos iguales.
3. Poseen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales.

Ejemplo:
¿Son semejantes el triángulo de lados a = 18 cm, b = 12 cm y c = 10 cm, y el triángulo de lados a' = 45 cm, b' = 30 cm y c´ = 25 cm?
Veamos si los lados homólogos son proporcionales:

$$\frac{18}{45} = \frac{12}{30} = \frac{10}{25}; simplificando\ \frac{6}{15} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}; simplificamos\ \frac{2}{5} = \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$$

Cumple con el primer criterio de semejanza por ende los dos triángulos son semejantes.

ACTIVIDADES A DESARROLLAR:

Triángulos semejantes:

1 Comprueba si son semejantes las parejas de triángulos.

a) $\widehat{A}=43°, \widehat{C}=81°$
$\widehat{A'}=43°, \widehat{B'}=56°$

b) $a=10, b=20, c=30$
$a'=20, b'=30, c'=50$

c) $\widehat{A}=30°, b=3, c=5$
$\widehat{A'}=30°, b'=6, c'=10$

d) $\widehat{A}=45°, b=2, c=7$
$\widehat{A'}=45°, b'=4, c'=5$

2 Los lados de un triángulo miden 9 cm, 3 cm y 6 cm. Halla los lados de un triángulo semejante, sabiendo que la razón de semejanza vale 3.

$$\frac{9}{a'}=\frac{3}{b'}=\frac{6}{c'}=3 \rightarrow \begin{cases} \frac{9}{a'}=3 \rightarrow a'= \text{..........} \\ \frac{3}{b'}=3 \rightarrow b'= \text{..........} \\ \frac{6}{c'}=3 \rightarrow c'= \text{..........} \end{cases}$$

3 Los lados de un triángulo miden 3 cm, 1 cm y 2 cm. El perímetro de un triángulo semejante a él mide 30 cm. Halla la razón de semejanza y los lados del nuevo triángulo.

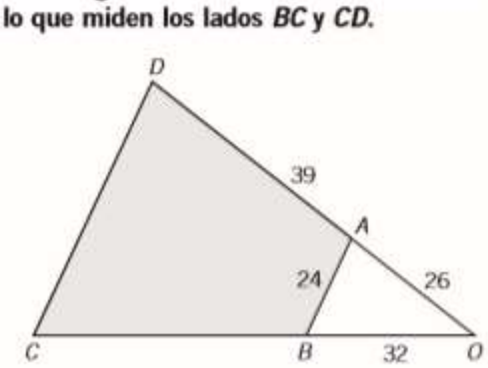
Ten en cuenta que si dos triángulos son semejantes, sus perímetros también guardan la relación de semejanza.

$$\frac{3+1+2}{30}=r \rightarrow r=\frac{6}{30}= \text{..........}$$

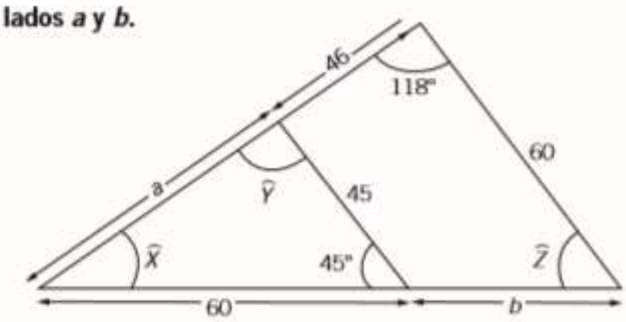
Y despejando, tenemos que:

$$\begin{cases} \frac{3}{a'}=\frac{1}{5} \rightarrow a'= \text{..........} \\ \frac{1}{b'}=\frac{1}{5} \rightarrow b'= \text{..........} \\ \frac{2}{c'}=\frac{1}{5} \rightarrow c'= \text{..........} \end{cases}$$

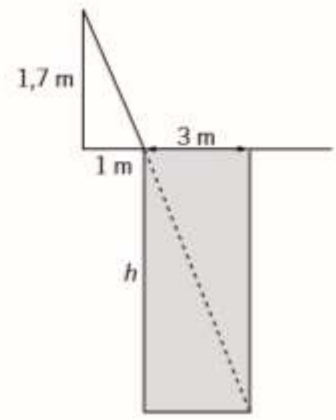
4 El jardín de la figura tiene la forma del cuadrilátero *ABCD*, con sus lados *AB* y *CD* paralelos. Calcula lo que miden los lados *BC* y *CD*.



5 **Halla los valores de los ángulos $\widehat{X}$, $\widehat{Y}$, $\widehat{Z}$ y de los lados *a* y *b*.**



6 **Determina la profundidad de una piscina que mide 3 m de ancho, sabiendo que una persona que mide 1,7 m de altura, y que está situada a 1 m del borde, visualiza la esquina inferior de la piscina.**



SITUACIÓN PROBLEMA:

¿Cómo comprender la construcción de túneles en ingeniería civil?

En nuestro país las formaciones rocosas y las cordilleras que lo atraviesan conforman el 33% del territorio, ya que este cuenta con un gran sistema montañoso andino formado por las tres cordilleras y los valles interandinos que lo rodean. Por esta razón, la comunicación terrestre entre ciudades se hace difícil. Para ello, los ingenieros, en los últimos años, han decidido construir diferentes túneles en el territorio nacional.

Existen túneles como el de Buena Vista-Misael Pastrana Borrero con una longitud de 4.560 m, que une las ciudades de Villavicencio y Bogotá, o el túnel Sumapaz, con una longitud de 4.173 m, que une las ciudades de Bogotá y Melgar. También existen proyectos como el túnel de La Línea que, con una longitud total de 8.600 m, pretende atravesar la cordillera Central convirtiéndose en el túnel más largo construido en el país.

Uno de los problemas de la construcción de túneles radica en que la excavación que se hace en un punto finalice satisfactoriamente donde se desea. Este problema se puede resolver aplicando la semejanza de triángulos como se muestra en los siguientes pasos: Primero, se hace un esquema mostrando el punto inicial del túnel A y el punto final B, desde una vista superior como se observa en la figura 1. Luego, se traza una línea poligonal ACDEB teniendo en cuenta que los ángulos C, D y E son rectos. Además, se trazan líneas paralelas a CD y DE que pasen por los puntos A y B, y que se intersequen en el punto T. De esta manera se forma un triángulo rectángulo como se muestra en la figura 2.

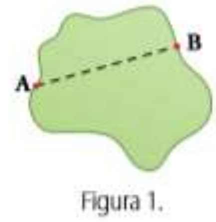


Figura 1.

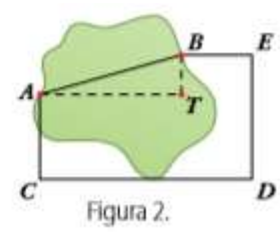


Figura 2.

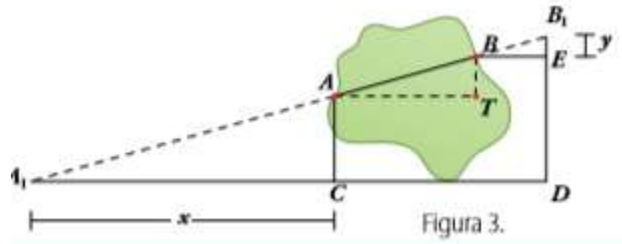


Figura 3.

Finalmente, se prolonga el AB de tal forma que se interseque con DE y DC en los puntos B1 y A1, respectivamente. De esta manera se forman cuatro triángulos semejantes como se muestra en la figura 3.
Conociendo las medidas de BA, AC, CD, DE y BE se pueden hallar las longitudes x y y, y así conocer la ubicación exacta de los puntos A1 y B1. Siguiendo en línea recta la trayectoria A1A y B1B se logra cavar correctamente para que la salida del túnel sea en el lugar deseado.

Responde:

1. En una hoja milimetrada, realiza la construcción geométrica a escala de los triángulos semejantes para realizar un túnel de 4.500 m de longitud.
2. Para el túnel de La Línea se construyen las líneas poligonales cuyas medidas son $AC = 1.000$ m, $CD = 8.728,6$ m; $DE = 3.500$ m; $EB = 500$ m y $A_1B_1 = 13.000$ m.
   a. Realiza la construcción geométrica a escala.
   b. Calcula el valor de *x* y de *y*.
3. Algunos de los túneles no van necesariamente en línea recta desde el inicio hasta el final.
   a. ¿El análisis de triángulos semejantes, puede ser válido para la construcción de estos túneles? Explica tu respuesta.
   b. ¿Cómo se podría plantear la relación de triángulos semejantes para este caso?

Teorema de Tales.

1. Un observador, cuya altura desde sus ojos al suelo es 1,65 m, ve reflejada en un espejo la parte más alta de un edificio. El espejo se encuentra a 2,06 m de sus pies y a 5m del edificio. Halla la altura del edificio.
2. Un muro proyecta una sombra de 2,51 m al mismo tiempo que una vara de 1,10 m proyecta una sombra de 0,92 m. Calcula la altura del muro.
3. Un rectángulo de 1 cm x 1,5 cm tiene una superficie de 1x1,5=1,5 cm2 . ¿Qué superficie tendrá un rectángulo el triple de ancho y el triple de largo?
4. El lado de un triángulo equilátero mide 4 cm y el de otro triángulo equilátero 6 cm. ¿Son semejantes ambos triángulos? ¿Por qué? En caso afirmativo, calcula la razón de semejanza
5. Los lados de un triángulo miden 3 cm, 7 cm y 8 cm. ¿Cuánto medirán los lados de un triángulo semejante al anterior si la razón, del primero al segundo, es r=2?
6. Un muro proyecta una sombra de 32 m al mismo tiempo que un bastón de 1,2 m proyecta una sombra de 97 cm. Calcula la altura del muro.
7. Un observador, cuya altura hasta los ojos es de 1,67 m, observa, erguido, en un espejo la parte más alta de un objeto vertical. Calcula la altura de éste, sabiendo que el espejo se encuentra situado a 10 m de la base del edificio y a 3 m del observador.
8. Un triángulo rectángulo tiene un ángulo de 30° y un lado de 56 cm. Otro triángulo rectángulo tiene un ángulo 60° y un lado de 34 cm. ¿Son semejantes ambos triángulos?

OBSERVACIONES: La guía se desarrollará en compañía de tus padres o Acudientes.