NOMBRE DEL DOCENTE: OMAR AGUDELO DIAZ
AREA: Geometría **GRADO**: DÉCIMO **GRUPO**____ **Taller 14**
NOMBRE DEL ALUMNO____

La elipse

La elipse es el lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.

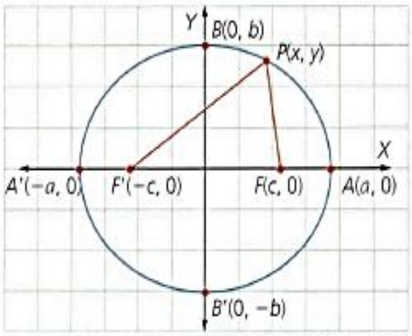

Figura 5.105

Ecuación canónica de la elipse con centro en (0, 0)

La ecuación de una elipse en el plano cartesiano cuyo centro está en el origen, se determina analizando los dos casos que se presentan a continuación.

Elipse con centro en (0, 0) y eje focal sobre el eje X

Para hallar la ecuación canónica de la elipse de la Figura 5.105, se utiliza el método general del cálculo de lugares geométricos y se obtiene:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ con } a > b > 0 \text{ y } a^2 = b^2 + c^2$$

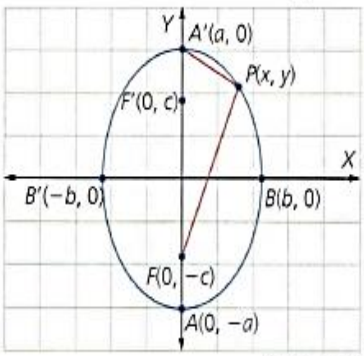

Figura 5.106

Elipse con centro en (0, 0) y eje focal sobre el eje Y

Para hallar la ecuación canónica de la elipse de la Figura 5.106, se utiliza el método general del cálculo de lugares geométricos y se obtiene:

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 \text{ con } a > b > 0 \text{ y } a^2 = b^2 + c^2$$

Ejemplo 1

Observa cómo se identifican los elementos de la elipse cuya ecuación es $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Como $100 > 36$, la elipse tiene eje focal en el eje X y centro en $(0, 0)$.

La ecuación se transforma en $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{6^2} = 1$, donde $a = 10$, $b = 6$ y $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 8$.

Luego, los elementos de la elipse son:

Focos: $F'(-8, 0)$ y $F(8, 0)$

Vértices: $A'(-10, 0)$; $A(10, 0)$; $B(0, 6)$ y $B'(0, -6)$.

Longitud eje mayor: $2a = 20$

Longitud eje menor: $2b = 12$

Lado recto $LR = 7,2$

La Figura 5.107 muestra la gráfica de la elipse.

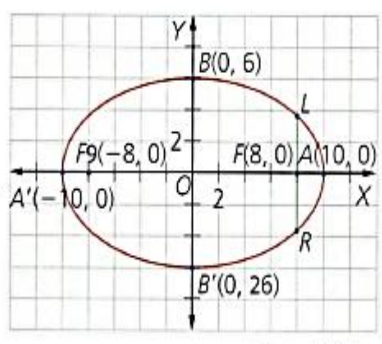

Figura 5.107

1 Identifica los elementos de las siguientes elipses. Luego, representa las elipses en el plano.

a. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ b. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$

c. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ d. $\frac{x^2}{81} + \frac{y^2}{100} = 1$

e. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ f. $\frac{x^2}{11} + \frac{y^2}{12} = 1$

2 Halla la ecuación canónica de cada elipse con centro en (0, 0) a partir de las condiciones dadas.

a. $B'(-2, 0)$ y $A(0, 3)$.

b. $A(5, 0)$ y $F(4, 0)$.

c. Longitud del eje mayor: 10 y $F(0, -4)$.

d. Excentricidad $e = \frac{7}{9}$ y eje menor en Y.

e. $b = 11$, $a = 15$ y eje focal sobre el eje X.

3 Determina la ecuación canónica de cada elipse.

a.

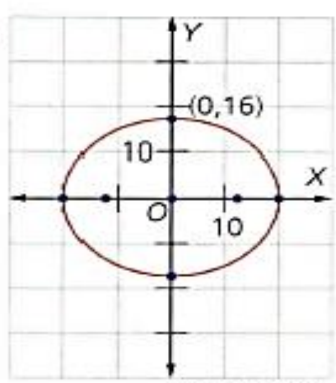

Figura 5.108

b.

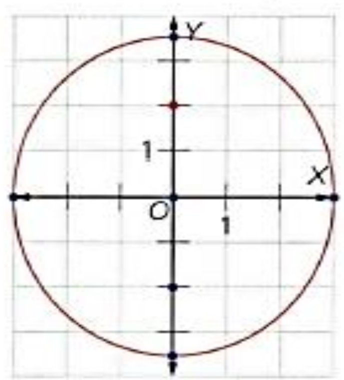

Figura 5.109

c.

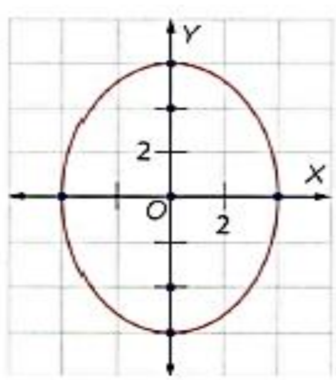

Figura 5.110

d.

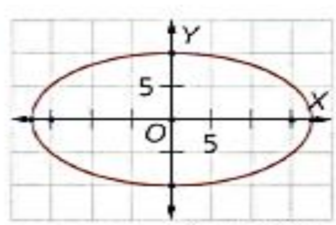

Figura 5.111