

Ecuación canónica de la parábola con vértice en (h, k)

Parábola con vértice en (h, k) y eje de simetría paralelo al eje X

Al analizar la parábola de la Figura 5.70, se concluye que:

- La distancia del foco al vértice es p ; luego, el foco es $F(h + p, k)$.
- La directriz de la parábola es la recta con ecuación $x = h - p$.
- La proyección de cualquier punto $P(x, y)$ de la parábola en la directriz es de la forma $Q(h - p, y)$. La distancia entre P y Q es:

$$d(P, Q) = \sqrt{(x - (h - p))^2 + (y - y)^2} = \sqrt{(x - h + p)^2} = x - h + p$$

- La distancia de $P(x, y)$ al foco es:

$$d(P, F) = \sqrt{(x - (h + p))^2 + (y - k)^2} = \sqrt{(x - h - p)^2 + (y - k)^2}$$

Por la definición de la parábola, $d(P, F) = d(P, Q)$.

Por lo tanto:

$$\sqrt{(x - h - p)^2 + (y - k)^2} = x - h + p \implies (x - h - p)^2 + (y - k)^2 = (x - h + p)^2$$

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

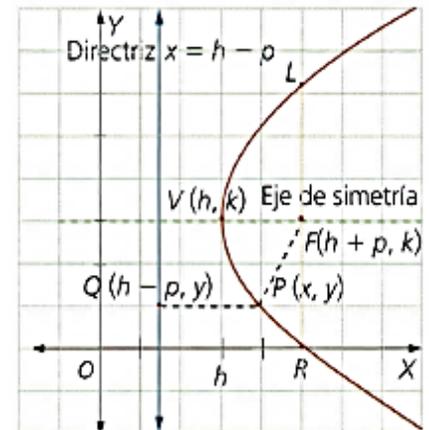


Figura 5.70

La ecuación de la parábola con vértice en (h, k) , foco en $(h + p, k)$, directriz $x = h - p$ y eje de simetría $y = k$ paralelo al eje X es:

$$(y - k)^2 = 4p(x - h)$$

Parábola con vértice en (h, k) y eje de simetría paralelo al eje Y

Si se analiza la parábola de la Figura 5.72, se concluye que:

- La distancia del foco al vértice es p ; luego, el foco es $F(h, k + p)$.
- La directriz de la parábola es la recta con ecuación $y = k - p$.
- La ecuación del eje de simetría es $x = h$.

Al hacer un análisis similar al realizado en el apartado 9.1, se obtiene la ecuación canónica de la parábola con centro (h, k)

y eje de simetría paralelo al eje Y.

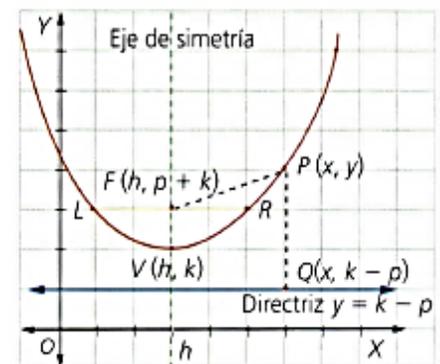


Figura 5.72

La ecuación de la parábola con vértice en (h, k) , foco en $(h, k + p)$, directriz $y = k - p$ y eje de simetría $x = h$ paralelo al eje Y es: $(x - h)^2 = 4p(y - k)$.

1 Representa en un plano cartesiano cada una de las siguientes parábolas.

- a. $(x - 2)^2 = 4(y + 5)$ d. $y^2 = -12(x - 2)$
 b. $(x - 1)^2 = -16(y - 2)$ e. $x^2 = 64(y - 5)$
 c. $(y + 3)^2 = -24(x - 7)$ f. $(y - 4)^2 = 1(x - 3)$

2 Determina la ecuación canónica de cada parábola a partir del vértice y el foco dados.

- a. $V(2, -1)$ y $F(4, -1)$ b. $V(3, -2)$ y $F(3, 0)$
 c. $V(1, -2)$ y $F(1, 1)$ d. $V(0, 4)$ y $F(0, 2)$
 e. $V(2, 3)$ y $F(5, 3)$ f. $V(-3, -2)$ y $F(-6, -2)$

3 Determina los elementos de cada parábola a partir de la ecuación.

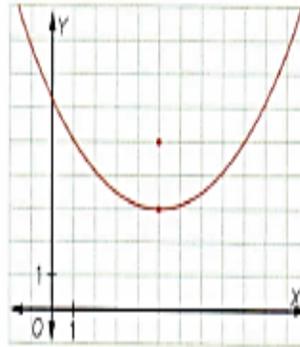
- a. $(y - 4)^2 = -42(x - 3)$ d. $y^2 = 16(x + 7)$
 b. $(x + 3)^2 = 9(y - 6)$ e. $(x - 1)^2 = 3(y - 2)$
 c. $x^2 = -8(y + 1)$ f. $(y - 0,5)^2 = -24(x + 1)$

4 Indica si cada ecuación representa una circunferencia, una recta o una parábola.

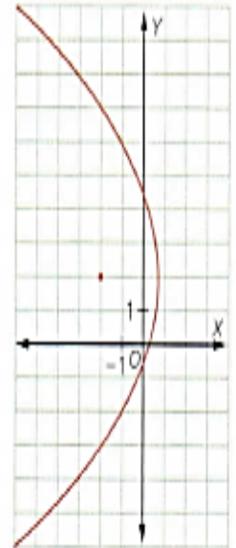
- a. $x^2 - y^2 - 8x - 8y - 15 = 0$
 b. $(y + 3)^2 = -24(x - 7)$ d. $x - y - 1 = 0$
 c. $(x - 1)^2 = 9 - (y - 2)^2$ e. $y^2 - 8x = 0$

5 Escribe la ecuación general de cada parábola.

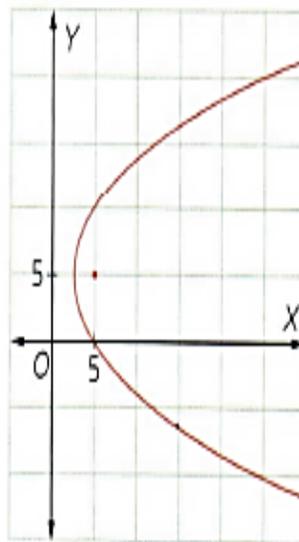
a.



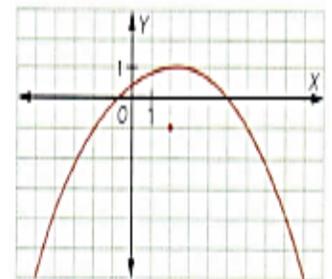
b.



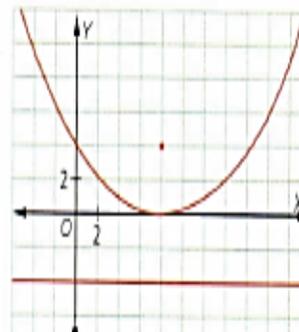
c.



d.



e.



f.

