Probabilidad compuesta o de la intersección de sucesos

Probabilidad de la intersección de sucesos independientes

La mejor forma de describir el espacio muestral es hacer un diagrama de árbol. Si, además, sobre cada rama del árbol se indica su probabilidad, se tiene que la probabilidad de un camino es igual al producto de las probabilidades de las ramas del camino.

Con base en las figuras 6.13 y 6.14 es posible calcular la probabilidad de los sucesos $A \cap B$ y $C \cap \overline{B}$ de la siguiente manera.

- $A \cap B$: "obtener 4 y extraer bola roja" $\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{1}{10}$
- $C \cap \overline{B}$: "obtener un número par y extraer bola azul"

$$\Rightarrow P(C \cap \overline{B}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$$

Este resultado se puede extender al caso general de un experimento compuesto formado por n experimentos aleatorios independientes dos a dos.

Considera un experimento compuesto formado por n experimentos aleatorios independientes dos a dos. Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$, n sucesos correspondientes cada uno de ellos a cada uno de los experimentos aleatorios. Entonces:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$$

La probabilidad de este tipo de sucesos es el producto de las probabilidades de las ramas del diagrama de árbol que forman el camino que da lugar al resultado buscado.

Probabilidad de la intersección de sucesos dependientes

La probabilidad de sucesos independientes también corresponde al producto de las probabilidades de las ramas del diagrama de árbol que forman el camino que da lugar al resultado buscado.

Se considera un experimento compuesto formado por n experimentos aleatorios dependientes. Sean $A_1, A_2, \ldots, A_n$, n sucesos correspondientes cada uno de ellos a cada uno de los experimentos aleatorios. Entonces:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot \ldots P(A_n / A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_{n-1})$$

Este resultado se conoce con el nombre de teorema de la probabilidad compuesta.

1. Se extraen cuatro cartas de una baraja española. Halla la probabilidad de que las cuatro cartas sean del mismo palo en cada caso.

   a. Con devolución de la carta a la baraja.

   b. Sin devolución.

2. Las máquinas A y B producen 50 y 250 piezas por hora, con un porcentaje de fallos del 1% y del 10%, respectivamente. Se tiene mezcladas las piezas que se han fabricado en una hora y se elige una al azar. Halla la probabilidad de que haya sido fabricada por la máquina B y no sea defectuosa.

3. De dos sucesos A y B se sabe que son independientes, que la probabilidad de que ocurra uno de ellos es $\frac{5}{6}$ y que la probabilidad de que ocurran ambos simultáneamente es $\frac{1}{3}$. Halla las probabilidades de A y B.

4. Pablo, Juan y ocho amigos más se sientan al azar en torno a una mesa circular. Calcula la probabilidad de que Juan y Pablo estén sentados juntos.