



Probabilidad condicionada. Independencia de sucesos

La **probabilidad condicionada** del suceso B respecto del suceso A se denota como $P(B/A)$ y se calcula con el siguiente cociente:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{si } P(A) \neq 0$$

De dicha expresión se puede establecer que $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$.

Dependencia e independencia de sucesos

Dos sucesos son **independientes** si no están relacionados entre sí. En el ejemplo anterior, si antes de realizar la segunda extracción se devuelve a la urna la bola extraída en la primera extracción, los sucesos R_2 y V_2 no estarán condicionados a los sucesos R_1 y V_1 .

Dos sucesos A y B son **independientes** si $P(B) = P(B/A)$.

Dos sucesos A y B son **dependientes** si $P(B) \neq P(B/A)$.

Otra forma de caracterizar la **independencia de sucesos** es la siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \\ P(B/A) = P(B) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Independencia de tres o más sucesos

Para que tres o más sucesos sean independientes entre sí, no basta con que cumplan la condición de ser independientes dos a dos.

Para el caso de tres sucesos A , B y C , solo son independientes si se verifican simultáneamente las siguientes condiciones.

Los sucesos son independientes dos a dos:

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A) \cdot P(B) & P(A \cap C) &= P(A) \cdot P(C) \\ P(B \cap C) &= P(B) \cdot P(C) \end{aligned}$$

Además, se cumple que: $P(A \cap B \cap C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$

- 1 De los 600 estudiantes de un colegio, 240 tienen los ojos claros, 325 tienen cabello oscuro y 110 tienen cabello rubio con los ojos oscuros. Se escoge un estudiante al azar. Halla la probabilidad de que:
 - a. tenga cabello rubio.
 - b. tenga ojos oscuros.
 - c. tenga cabello oscuro y tenga ojos claros.
- 2 En un experimento se sabe que:
 - ▲ $P(A) = 0,6$; $P(B) = 0,3$ y $P(A/B) = 0,1$.
Halla $P(A \cup B)$.
- 3 Sean A y B dos sucesos aleatorios tales que:
 - $P(A) = 0,4$, $P(A \cup B) = 0,7$ y $P(B) = p$
¿Para qué valor de p son A y B sucesos incompatibles? ¿Para qué valor de p son A y B sucesos independientes?
- 4 Se tiene una bolsa con quince bolas negras y diez bolas blancas, se realizan dos extracciones sucesivas de una bola. Halla la probabilidad de que las dos bolas sean blancas en cada uno de los siguientes casos.
 - a. Con devolución a la bolsa de la primera bola extraída.
 - b. Sin devolución
- ✓ El 60% de los estudiantes de un colegio aprobaron filosofía y el 70% aprobaron matemáticas. Además, el porcentaje de estudiantes que aprobaron filosofía habiendo aprobado matemáticas es del 80%.
 - ★ a. ¿Qué porcentaje de estudiantes reprobó ambas asignaturas?
 - b. Si Juan sabe que aprobó filosofía, ¿qué probabilidad tiene de aprobar también matemáticas?