



NOMBRE DEL DOCENTE: ELVIA LUCIA URREGO CANO

ÁREA O ASIGNATURA: MATEMATICAS GRADO 11 GRUPO (S): _____

TEMA(S): LIMITES

ABRIL 20 AL 24 AÑO 2020 TIEMPO : 2H

EL TALLER SE ENTREGARÁ EN HOJAS EL DIA VIERNES 24 EN LA PORTERIA DEL COLEGIO ANTES DE LAS 4 PM. EJERCICIO SIN PROCESO NO SE CALIFICA

LA EVALUACION SE HARA VIA MASTER EL MIERCOLES 29

INDICADOR(ES) A DERSARROLLAR:

Halla el límite de una función en forma gráfica o en forma procedimental mediante el uso de las propiedades de los límites y de factorización

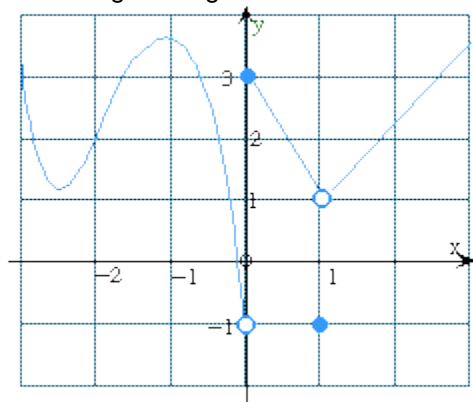
1. DESARROLLO TEÓRICO DE LA TEMÁTICA CON SUS RESPECTIVOS EJEMPLOS

Estimación de Límites Gráficamente

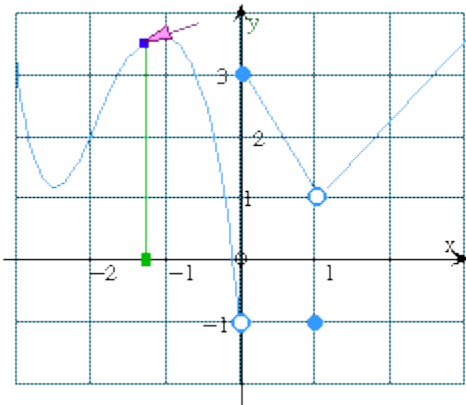
Para determinar si el límite de una función existe debemos verificar que el limite por la derecha y el limite por la izquierda existan y sean iguales.

Ejemplo

1. Mire la siguiente gráfica de la función f:



2. Coloque la punta del lápiz en un punto de la gráfica a la derecha de $x = a$. En el ejemplo aquí, queremos estimar $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$, de modo que $a = -2$. Entonces colocamos la punta del lápiz en un punto de la gráfica a la derecha de $x = -2$.

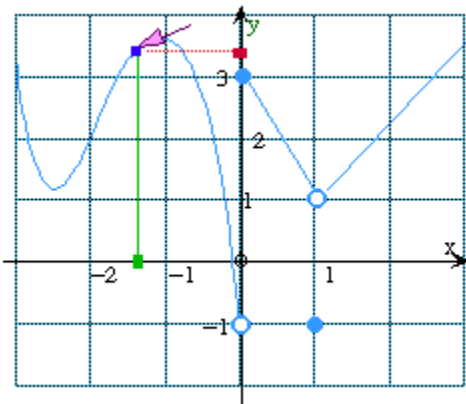


3. Mueva la punta del lápiz a lo largo de la gráfica hacia $x = a$ desde la derecha y lea la coordenada- y al avanzar. El valor al que tiende la coordenada- y (si lo hay) es el límite

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

En el ejemplo que estamos analizando, note que la coordenada- y se está acercando a 2 a medida que x se acerca a -2 por la derecha. Entonces,

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2.$$

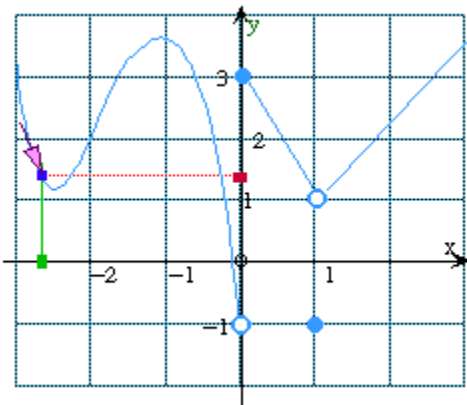


4. Repita Pasos 2 y 3, esta vez comenzando en un punto de gráfica a la izquierda de $x = a$, y acerque a $x = a$ a lo largo de la gráfica desde la izquierda. El valor al que tiende la coordenada- y (si lo hay) es

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x).$$

En el ejemplo que estamos analizando, la coordenada- y está otra vez acercándose a 2 a medida que x se acerca a -2 desde la izquierda. Entonces,

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2.$$



Paso 5. Si existen los límites derecho y izquierdo y tienen lo mismo valor L , entonces
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe y es igual a L .

En nuestro ejemplo, los límites derecho y izquierdo existen y son iguales a 2, entonces

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2.$$

2. ENLACES Y/O TEXTOS PARA PROFUNDIZAR LA TEMÁTICA

NOTA: Teniendo en cuenta que no todos los estudiantes tienen herramientas virtuales, se sugiere poner tanto enlaces como recomendar libros, cartillas o copias.

Ministerio de Educación Nacional. Vamos a Aprender Matemáticas once. 2017

<https://es.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-limits-new/ab-1-3/e/two-sided-limits-from-graphs>

http://objetos.unam.mx/matematicas/leccionesMatematicas/03/3_002/index.html

3. EJERCICIOS DE REPASO

Según lo visto en clase y el ejemplo anterior realizar las actividades del texto guía “Vamos a Aprender Matemáticas once. 2017. página 91

El taller debe hacerse en el cuaderno y luego pasar a las hojas para entregar, recuerden ejercicios sin procedimiento no se califican.

Pensamientos variacional, numérico y métrico

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Calcula cada límite según la función $f(x)$ dada.

a. $f(x) = -x^2 + 4x$
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

b. $f(x) = x \cos x$
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} f(x)$

c. $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 3}{x}$
 $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

d. $f(x) = \begin{cases} x^3, & \text{si } x < 1 \\ 2x + 1, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

2 Determina el valor de cada límite a partir de la gráfica de $f(x)$ en la Figura 3.26.

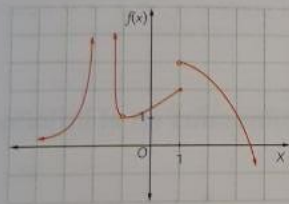


Figura 3.26

- | | | |
|------------------------------------|--|------------------------------------|
| a. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ | b. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ | c. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ |
| d. $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ | e. $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ | f. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ |
| g. $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ | h. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ | i. $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ |

3 Usa las propiedades para calcular cada límite.

- | | |
|---|---|
| a. $\lim_{x \rightarrow -4} 25$ | b. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \pi$ |
| c. $\lim_{x \rightarrow 2} (7x + 10)$ | d. $\lim_{x \rightarrow -2} x^3$ |
| e. $\lim_{x \rightarrow 1} (5x^2 + 2)(3x - 1)$ | f. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 21}{x + 2}$ |
| g. $\lim_{x \rightarrow 6} \sqrt{2x - 5}$ | h. $\lim_{x \rightarrow 16} (1 + \sqrt{x})$ |
| i. $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$ | j. $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{(x-2)(x+5)}{(x-8)}$ |

Razonamiento

4 Determina si el valor de cada límite es el que se indica. Justifica tu respuesta.

a. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{2x + 3} = \frac{1}{9}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x + 1} = 2$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x^2 + 1} = 1$

d. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x + 2}{x - 1} = 2$

e. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{x - 1} = 1$

f. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1} = 0$

5 Encuentra los límites de las siguientes funciones trigonométricas.

a. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \sin x$

b. $\lim_{x \rightarrow \pi} \tan x$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \cos \frac{\pi x}{2}$

Resolución de problemas

6 En un cultivo de rosas se ha observado que las condiciones climáticas están destruyendo muchas plantas. La función que muestra el número de plantas afectadas es $f(t) = 57t + 30$, donde t está dado en días. Para controlar el problema se decide aplicar un nuevo fertilizante que, una vez usado, genera esta nueva función de afectación de plantas: $\frac{150t}{t + 10}$.

- ¿Se logran obtener buenos resultados luego de aplicar el fertilizante?
- ¿Se observa alguna mejora en las plantas al primer día de ser aplicado el producto?
- ¿Este producto erradicará completamente el problema? Explica.

Evaluación del aprendizaje

✓ Usa las propiedades para calcular cada uno de los siguientes límites.

a. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x + 2}}{2x + 10}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} (6x + 1)(2x - 3)$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ donde $f(x) = \begin{cases} 3x + 1, & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 + 3, & \text{si } x > 2 \end{cases}$



**INSTITUCION EDUCATIVA
REINO DE BELGICA**

Planeación de actividades

Página 5 de 5