**E LA SALLE DE CAMPOAMOR**

**GUÍA-TALLER**

**GESTIÓN ACADÉMICA PEDAGÓGICA**

 **Nº. 4 PERÍODO: 01 AÑO: 2021**

**Grado: 10 ÁREA: Matemáticas. Asignatura: Geometría. Áreas Transversales: Tecnología, Lengua Castellana, Física**

**Elabora: Denys Palacios P**

TIEMPO: 1 Periodos de clase.

**COMPETENCIA: Identificar e interpretar relaciones funcionales expresadas en distintas formas (verbal, tabular, gráfica y algebraica), realizando las transferencias necesarias entre las diversas formas de representación.**

**PROPÓSITO: Calcular el punto que divide a un segmento en una razón dada.**

**TEMA: División de un segmento en una razón dada**

**Definición**

Durante nuestro estudio de la [Geometría Analítica](https://www.fisimat.com.mx/geometria-analitica/), nos vamos a encontrar con un método interesante para poder calcular las coordenadas de un punto P (o sea un punto cualquiera que llamamos “P”), que está dividido por un segmento cuyas extremidades son $ P\_{1}\left(x\_{1},y\_{1}\right) y P\_{2}\left(x\_{2},y\_{2}\right) $en la razón dada por la siguiente relación: $r=\frac{P\_{1}P}{PP\_{2}}$

Analicemos entonces la siguiente gráfica.



Si sabemos que la razón está dada mediante la relación:$ r=\frac{P\_{1}P}{PP\_{2}}$

Vamos a proyectar las coordenadas de los puntos en los dos ejes. De la siguiente manera.



Bien, ahora tenemos las proyecciones en el eje de las abscisas “x”, con los puntos A, y sobre el eje de las ordenadas “y” para los puntos B. Estos nos servirán de referencia para poder obtener nuestra fórmula, entonces vamos a relacionar lo siguiente:

$$\frac{P\_{1}P}{PP\_{2}}=\frac{A\_{1}A}{AA\_{2}}$$

Aplicando el concepto de distancia entre dos puntos obtenemos.

$$A\_{1}A=x-x\_{1} , AA\_{2}=x\_{2}-x$$

Ahora podemos sustituir estos datos en la fórmula de la razón.

$$r=\frac{P\_{1}P}{PP\_{2}}=\frac{A\_{1}A}{AA\_{2}}=\frac{x-x\_{1}}{x\_{2}-x}$$

Como “x” es la que estamos buscando, porque forma parte del punto del segmento, entonces procedemos a despejar.

$$r=\frac{x-x\_{1}}{x\_{2}-x}\rightarrow r\left(x\_{2}-x\right)=x-x\_{1}\rightarrow rx\_{2}-rx= x-x\_{1} reuniendo terminos semejantes$$

$$rx\_{2}+x\_{1}=x+rx sacando factor comun rx\_{2}+x\_{1}=x\left(1+r\right)$$

Despejando x $x=\frac{rx\_{2}+x\_{1}}{r+1} con r\ne -1$

Para obtener “y”, hacemos exactamente el mismo cálculo y procedimiento.

 $B\_{1}B= y-y\_{1} ∧ BB\_{2}=y\_{2}-y$

 $ r=\frac{P\_{1}P}{PP\_{2}}=\frac{B\_{1}B}{BB\_{2}}=\frac{y-y\_{1}}{y\_{2}-y}$

$$r=\frac{y-y\_{1}}{y\_{2}-y}\rightarrow r\left(y\_{2}-y\right)=y-y\_{1} ∴ry\_{2}-ry=y-y\_{1} reuniendo semejantes $$

$ry\_{2}+y\_{1}=y+ry factorizando ry\_{2}+y\_{1}=y\left(1+r\right) $despejando y

$$y=\frac{y\_{1}+ry\_{2}}{r+1} con r\ne -1$$

**Ejemplos**

1. Hallar las coordenadas del punto P que divide al segmento determinado por $A\left(5,3\right), B\left(-2,8\right) en la razón \frac{3}{4}$

**Solución**

$x=\frac{x\_{1}+rx\_{2}}{r+1} y=\frac{y\_{1}+ry\_{2}}{r+1}$

$$x\_{1}=5 ,x\_{2}=-2 ,y\_{1}= 3 ,y\_{2}=8 r=\frac{3}{4}$$

$x=\frac{x\_{1}+rx\_{2}}{r+1}=\frac{5+\frac{3}{4}\left(-2\right)}{\frac{3}{4}+1}=\frac{5-\frac{6}{4}}{\frac{3+4}{4}}=\frac{\frac{20-6}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{14}{4}}{\frac{7}{4}}=\frac{14\*4}{7\*4}=\frac{56}{28}=2$

$y=\frac{y\_{1}+ry\_{2}}{r+1}=\frac{3+\frac{3}{4}\left(8\right)}{\frac{3}{4}+1}=\frac{3+\frac{24}{4}}{\frac{3+4}{4}}=\frac{3+6}{\frac{7}{4}}=\frac{\frac{9}{1}}{\frac{7}{4}}=\frac{9\*4}{7\*1}=\frac{36}{7}$

$P\left(x,y\right)=P(2,\frac{36}{7})$



1. **Hallar las coordenadas del punto P(x,y) que divide al segmento determinado por** $A\left(-2,5 \right) y B(10,-2)$ **en la razón** $r=\frac{2}{3}$

**Solución**

$$x\_{1}=-2 ,x\_{2}= 10 ,y\_{1}=5 ,y\_{2}=-2 r=\frac{2}{3}$$

$$x=\frac{x\_{1}+rx\_{2}}{r+1}=\frac{-2+\frac{2}{3}\left(10\right)}{\frac{2}{3}+1}=\frac{-2+\frac{20}{3}}{\frac{2+3}{3}}=\frac{\frac{-6+20}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{\frac{14}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{14\*3}{5\*3}=\frac{14}{5}$$

$$y=\frac{y\_{1}+ry\_{2}}{r+1}=\frac{5+\frac{2}{3}\left(-2\right)}{\frac{2}{3}+1}=\frac{5-\frac{4}{3}}{\frac{2+3}{3}}=\frac{\frac{15-4}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{\frac{11}{3}}{\frac{5}{3}}=\frac{11\*3}{5\*3}=\frac{11}{5}$$

$P\left(\frac{14}{5},\frac{11}{5}\right)$

1. **Hallar las coordenadas del punto P(x,y) que divide al segmento determinado por** $A(7,-3)y B(-6,5)$ **en la razón** $r=\frac{5}{3}$

**Solución**

$$x\_{1}= 7 ,x\_{2}= -6 ,y\_{1}= -3 ,y\_{2}=5 r=\frac{5}{3}$$

$$x=\frac{x\_{1}+rx\_{2}}{r+1}=\frac{7+\frac{5}{3}\left(-6\right)}{\frac{5}{3}+1}=\frac{7-\frac{30}{3}}{\frac{5+3}{3}}=\frac{\frac{21-30}{3}}{\frac{8}{3}}=\frac{\frac{-9}{3}}{\frac{8}{3}}=\frac{-9\*3}{8\*3}=-\frac{9}{8}$$

$$y=\frac{y\_{1}+ry\_{2}}{r+1}=\frac{-3+\frac{5}{3}\left(5\right)}{\frac{5}{3}+1}=\frac{-3+\frac{25}{3}}{\frac{5+3}{3}}=\frac{\frac{-9+25}{3}}{\frac{8}{3}}=\frac{\frac{16}{3}}{\frac{8}{3}}=\frac{16\*3}{8\*3}=2$$

$P\left(-\frac{9}{8},2\right)$

1. **Hallar las coordenadas del punto P(x,y) que divide al segmento determinado por** $A(2,3)y B(6,7)$ **en la razón** $r=5$

**Solución**

$$x\_{1}=2 ,x\_{2}=6 ,y\_{1}=3 ,y\_{2}=7 r=5$$

$$x=\frac{x\_{1}+rx\_{2}}{r+1}=\frac{2+5\left(6\right)}{5+1}=\frac{2+30}{6}=\frac{32}{6}=\frac{16}{3}$$

$$y=\frac{y\_{1}+ry\_{2}}{r+1}=\frac{3+5\left(7\right)}{5+1}=\frac{3+35}{6}=\frac{38}{6}=\frac{19}{3}=\frac{19}{3}$$

$P(\frac{16}{3}, \frac{19}{3})$

**CIBERGRAFIA**

**En los enlaces encontrarás material para ampliar y los conocimientos sobre el tema.**

[**https://youtu.be/P7yZ65c9oXo**](https://youtu.be/P7yZ65c9oXo)

[**https://youtu.be/mrco9dWG8nU**](https://youtu.be/mrco9dWG8nU)

[**https://youtu.be/bZEkeYsaPnQ**](https://youtu.be/bZEkeYsaPnQ)

**EVALUACIÓN**

**Hallar las coordenadas del punto P(x, y) que divide a los siguientes segmentos determinado por:**

1. $A(-2,4)y B(4,7)$ **en la razón** $r=\frac{1}{2}$
2. $A\left(-3,4\right) y B(2,-2)$ **en la razón** $r=\frac{2}{3}$
3. $P\_{1}\left(0,3\right) y P\_{2}(7,4)$ **en la razón** $r=-\frac{2}{7}$

**Nota: La evaluación se puede realizar por parejas, en el cuaderno escribir el nombre de los integrantes, donde desarrolla la actividad y fecha, enviar un solo archivo al docente.**

**Plazo hasta el jueves de 25 marzo de 2021 a las 5:00 pm**