



GUÍA DIDÁCTICA GEOMETRÍA – GRADO NOVENO

PERIODO TRES

Objetivo general:

Usar representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y otras disciplinas.

Calcular longitudes desconocidas y comprobar la proporcionalidad entre segmentos geométricos cortados por rectas paralelas.

Identificar postulados y axiomas básicos en geometría.

Objetivos Específicos:

Calcular longitudes desconocidas entre segmentos geométricos cortados por rectas paralelas.

Encontrar el valor de un lado desconocido en un triángulo rectángulo a partir de la longitud de los otros dos lados.

Temas:

Teorema de Tales

Teorema de Pitágoras.

Trayectorias y desplazamientos.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS.

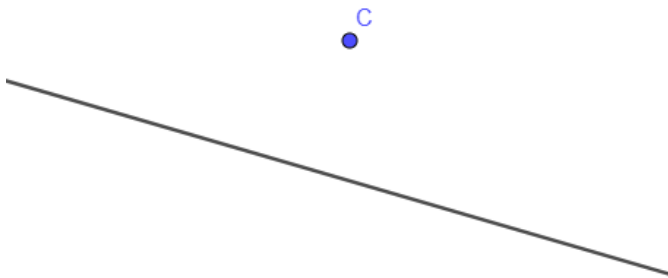
- Los saberes previos, formulados desde preguntas orientada a sus conceptos.
- Videos de apoyo para ser vistos previos y después de las clases.
- Proporcionar situaciones de aprendizaje que tengan sentido para los estudiantes, con el fin de que resulten motivadoras.
- Hacer uso de las TICS para retroalimentar, los conceptos de la unidad didáctica.
- Apoyo contante de los textos. Vamos a aprender matemática grado 9.
Dispuestos en el aula para ser usados en clase.

Evaluación: Talleres, actitud en clase, tareas y consultas para realizar en casa, evaluaciones escritas.

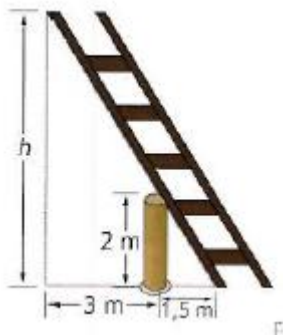


Teorema de Tales

Saberes previos: ¿Qué son rectas paralelas? Dibuja una recta en una hoja y explica cómo construyes una recta que sea paralela a ella por un punto dado. Para ello usa regla y compas.



Analiza: Un obrero apoya una escalera sobre una pared y atraviesa un palo de 2m para ayudarla a sostener. Como en la figura.



¿A qué altura está el borde superior de la escalera del piso?

Para hallar h se establece la siguiente proporción:

$$\frac{1,5}{2} = \frac{4,5}{h}$$

Luego h es $1,5 \times h = 4,5 \times 2$

$$h = \frac{9}{1,5}, h = 6$$

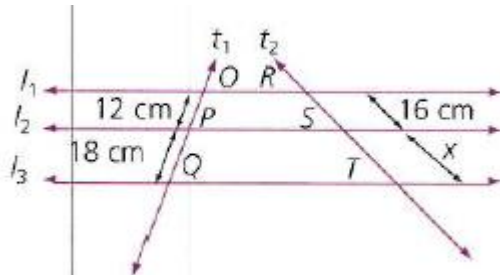
Por lo tanto, el borde superior de la escalera está a 6m del piso.



Teorema de Tales

Si tres o más rectas paralelas son cortadas por dos rectas transversales, entonces los segmentos de las transversales, determinados por las paralelas, son proporcionales.

Ejemplo 1



En la figura se cumple que $\vec{l}_1 \parallel \vec{l}_2 \parallel \vec{l}_3$, entonces la medida de $\overline{ST}$ se calcula con el siguiente procedimiento.

se calcula con el siguiente procedimiento:

$$\frac{OP}{RS} = \frac{PQ}{ST}$$

← Se plantea la proporción.

$$\frac{12}{16} = \frac{18}{x}$$

← Se reemplazan los datos conocidos.

$$12 \cdot x = 16 \cdot 18$$

← Se aplica la propiedad fundamental de las proporciones.

$$x = 24$$

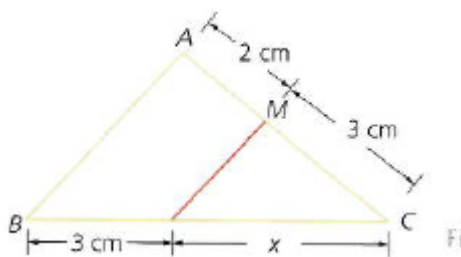
← Se resuelve la ecuación.

Una aplicación del teorema de Tales a otros teoremas matemáticos es el siguiente:

Si una recta es paralela a un lado de un triángulo e interseca a los otros dos lados, entonces determina sobre ellos segmentos que son proporcionales a dichos lados.

Ejemplo 2

El teorema anterior se puede aplicar para determinar la medida de $\overline{NC}$ en el $\triangle ABC$ de la figura.





Como $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$, se cumple que $\frac{BC}{NC} = \frac{AC}{MC}$.

Luego, se reemplazan los datos conocidos y se determina el valor desconocido, así:

$$\frac{3+x}{x} = \frac{5}{3} \Rightarrow 9 + 3x = 5x$$

Por lo tanto, $x = 4,5$ cm.

Taller N°1

- 1 Encuentra la longitud desconocida en las figuras.

a.

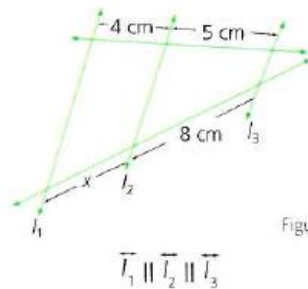


Figura 3.38

b.

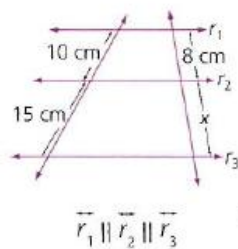


Figura 3.39

c.

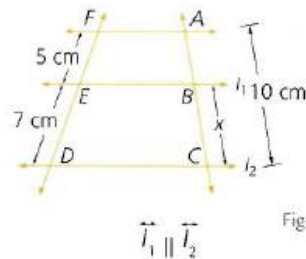


Figura 3.40

- 3 Para saber la altura del silo (depósito de trigo) de un pueblo, se alinea con él un palo y se mide su sombra como se muestra en la Figura 3.42.

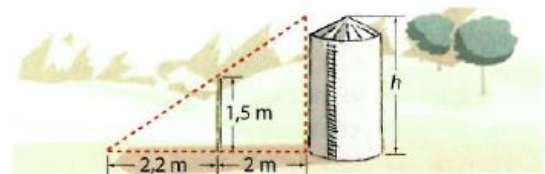


Figura 3.42

Halla la altura del silo.

- 4 A la misma hora del día, se miden las sombras que proyectan la torre del reloj y el obelisco de una plaza. Halla la altura de la torre del reloj.

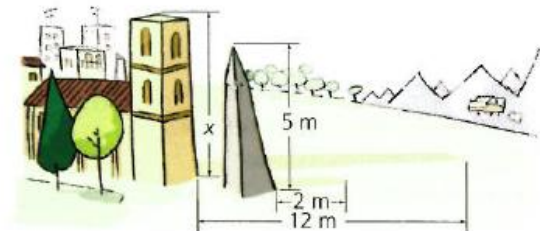


Figura 3.43

Evaluación del aprendizaje

- i Si la distancia real entre dos ciudades es de 65 km, al medir en un mapa elaborado a una escala de



Modelación

- 2 Para determinar la altura de la torre de una iglesia se midió la altura y la sombra que proyecta un árbol como se observa en la Figura 3.41.

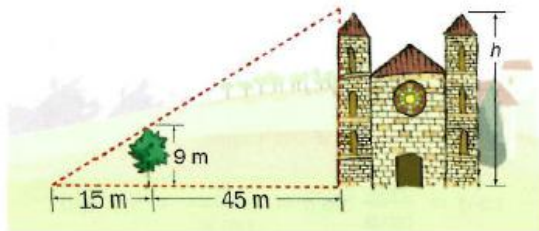


Figura 3.41

Calcula la altura de la torre de la iglesia.

1:300 000, ¿qué distancia las separa?

- ii Halla el valor de x . Ten en cuenta que $\overline{AB}$ y $\overline{DE}$ son paralelos.

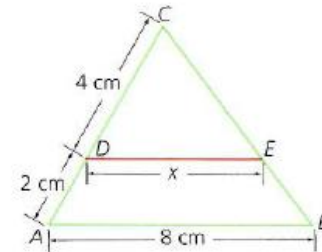


Figura 3.44

TEOREMA DE PITÁGORAS

Saberes previos: Eleva los números 3,4 y 5 al cuadrado y forma una igualdad con ellos.

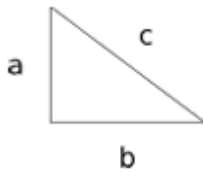
Ternas Pitagóricas

a	b	c
3	4	5
5	12	13
8	15	17
7	24	25
20	21	29
12	35	37
9	40	41
28	45	53
11	60	61
16	63	65
33	56	65
48	55	73
13	84	85
36	77	85
39	80	89
65	72	97



¿Tiene propiedades interesantes esta tabla? Concentrémonos en los valores de c . Con un poco de atención, notamos que:

1. El entero c es siempre impar. De hecho, su residuo al ser dividido por 4 es siempre 1.
2. El entero c es a veces primo (es decir, divisible solo por sí mismo y por 1).
3. Cuando c no es primo, sus divisores primos dejan también residuo 1 al ser divididos por 4.
4. Ciertos valores de c aparecen varias veces, como por ejemplo $c=65$ y $c=85$.



La relación en todo triángulo rectángulo cumple: $c^2 = a^2 + b^2$

Reconocimiento de un triángulo rectángulo.

1. Medir los ángulos del triángulo. Un ángulo debe medir 90°
2. Medir los tres lados y debe cumplir el teorema de Pitágoras.

Ejemplo 1. Comprobar si es triángulo rectángulo, sin dibujar el triángulo de lados 4cm, 3cm y 2cm.

$$4^2 = 16$$

$$3^2 = 9$$

$$2^2 = 4$$

Y $9 + 4 = 13$, como $16 \neq 13$, no cumple el teorema de Pitágoras luego no es triángulo rectángulo.

Ejemplo 2.

El dormitorio de Pablo es rectangular, sus lados miden 3m y 4m. se decidió dividirlo en dos con una cortina que une dos esquinas opuestas, figura. Cuanto mide la cortina.

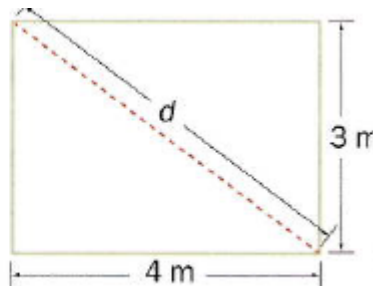
Por el teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 3^2 + 4^2$$

Se opera: $d^2 = 9 + 16 = 25$

Se despeja: $d = \sqrt{25} = 5$

Por lo tanto, la cortina mide 5 m.



Ejemplo 3.

La azotea de un rascacielos es como la figura. Se puede calcular la medida del lado oblicuo aplicando el teorema de Pitágoras.



Al trazar la altura, se obtiene un triángulo rectángulo: la hipotenusa es el lado oblicuo, un cateto es la altura, y el otro, la diferencia de las bases (Figura 2.60).

Por el teorema de Pitágoras: $d^2 = 8^2 + 6^2$

Se opera: $d^2 = 64 + 36 = 100$

Se despeja: $d = \sqrt{100} = 10$

Así que, el lado oblicuo mide 10 m.

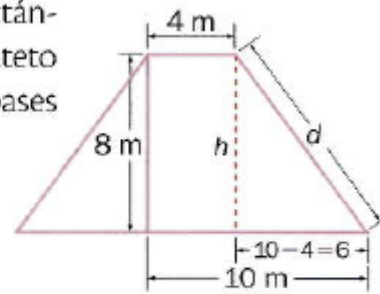
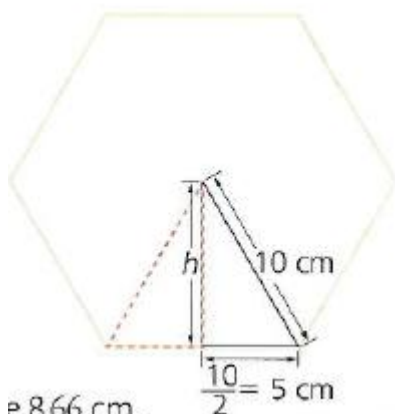


Figura 2.60

Ejemplo 4.

En un hexágono regular, el segmento que une el centro con un vértice mide lo mismo que un lado. Entonces, la apotema es un cateto de un triángulo rectángulo, y el otro cateto mide la mitad de lado.



≈ 8,66 cm.

Aplicando el teorema de Pitágoras:

$$10^2 = h^2 + 5^2$$

Despejando el cateto h queda: $h^2 = 100 - 25$

Luego $h^2 = 75$

$$h = \sqrt{75} \approx 8,66 \text{ cm}$$

Taller N°2



- 1 Las ternas pitagóricas se forman con tres números enteros que cumplen la igualdad $a^2 + b^2 = c^2$. Indica cuáles de las siguientes ternas de números forman una terna pitagórica. Justifica.

- | | |
|-----------------|-----------------|
| a. 28, 195, 197 | b. 17, 144, 140 |
| c. 11, 61, 15 | d. 11, 61, 60 |
| e. 7, 24, 25 | f. 8, 9, 15 |
| g. 9, 10, 11 | h. 16, 63, 65 |

- 2 Calcula el lado desconocido de los triángulos de las figuras 2.62 y 2.63.

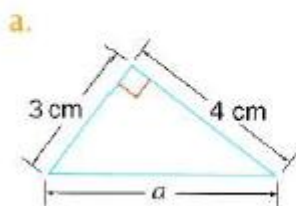


Figura 2.62

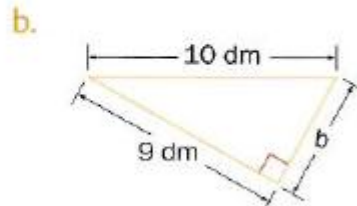


Figura 2.63

- 3 Determina el perímetro del rectángulo de la Figura 2.64, cuyas medidas de la base y la diagonal son 7 cm y 7,5 cm, respectivamente.

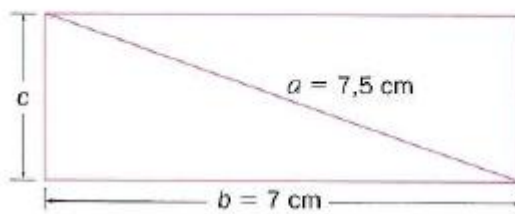


Figura 2.64



4 Determina, sin hacer el dibujo, si son triángulos rectángulos aquellos cuyos lados tienen las medidas dadas.

- a. 6 dm, 10 dm y 8 dm
- b. 50 cm, 120 cm y 130 cm
- c. 11 cm, 9 cm y 2 cm
- d. 25 cm, 20 cm y 15 cm
- e. 3 dm, 5 dm y 6 dm

TRAYECTORIAS Y DESPLAZAMIENTOS

Saberes previos:

Escribe las indicaciones para ir desde el colegio hasta tu casa. ¿Qué palabras utilizas?

Analiza:

La Figura 2.66 representa un automóvil que se ha movido en línea recta una distancia de 2 km.

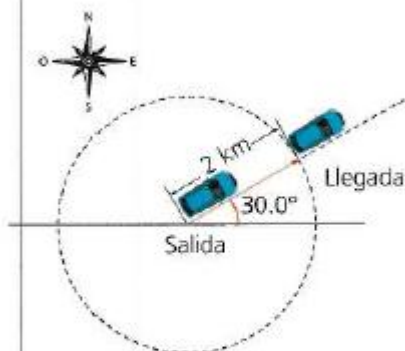


Figura 2.66

- ¿Cómo se puede describir el movimiento del automóvil de una manera más completa?



Cuando se describe el movimiento del vehículo, resulta insuficiente decir que “se ha movido en línea recta una distancia de 2 km”. Una descripción más completa debería incluir la **dirección** y el **sentido**, junto con la distancia, en un enunciado similar a “el automóvil se ha movido una distancia de 2 km en una dirección de 30° al noroeste (respecto al eje X)”.

Una cantidad que se refiere tanto al valor numérico como a la dirección y al sentido de un movimiento, se llama **magnitud vectorial**. La magnitud, la dirección y el sentido son las características más importantes de un **vector**.

A menudo, magnitudes como desplazamiento, velocidad y fuerza se describen mediante vectores.

Matemáticamente, un vector $\overrightarrow{AB}$ es un segmento orientado que tiene su origen en un punto A y su extremo en un punto B (Figura 2.67).

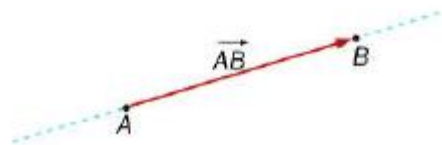


Figura 2.67

Ejemplo 1

En la Figura 2.68 el vector $\vec{r}$ representa el **desplazamiento** de un vehículo. La magnitud y dirección de $\vec{r}$ dan la distancia y dirección de la **trayectoria** en línea recta. Sin embargo, el vehículo podría haber llegado al punto final moviéndose primero al este, girando 90°, y moviéndose luego al norte. Esta trayectoria alternativa, se asocia con dos vectores de desplazamiento $\vec{x}$ y $\vec{y}$ denominados componentes del vector $\vec{r}$.

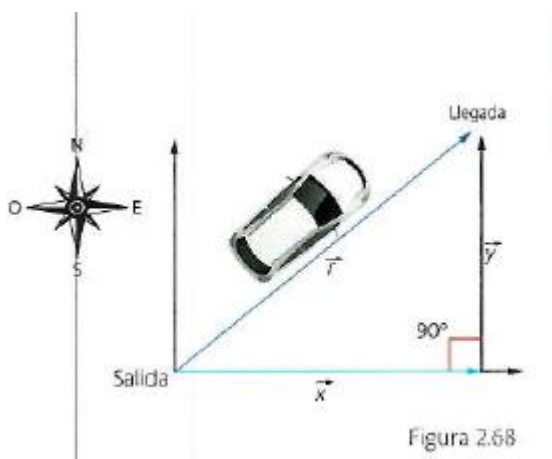


Figura 2.68

Las componentes de un vector tienen dos características principales: son perpendiculares y su suma vectorial es igual al vector original.

$$\vec{r} = \vec{x} + \vec{y}$$

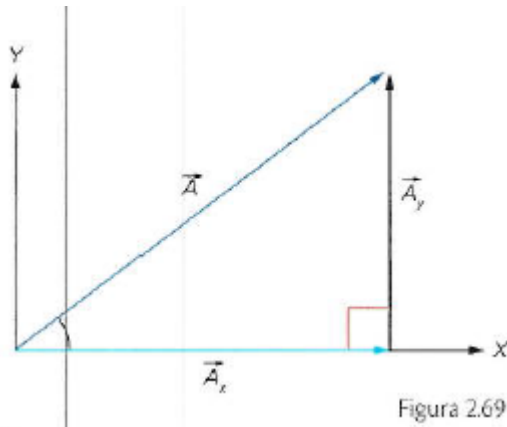


Figura 2.69

Cualquier tipo de vector se puede expresar en términos de sus componentes. Para ello, se puede usar cualquiera de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo para determinarlas. Por ejemplo, para calcular las componentes del vector $\vec{A}$ de la Figura 2.69, se procede así:

$$\cos\theta = \frac{|\vec{A}_x|}{|\vec{A}|} \Rightarrow |\vec{A}_x| = |\vec{A}|\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{|\vec{A}_y|}{|\vec{A}|} \Rightarrow |\vec{A}_y| = |\vec{A}|\sin\theta$$

Ejemplo 2

Un vector desplazamiento $\vec{r}$ tiene un módulo de $|\vec{r}| = 175$ m y apunta con un ángulo de 50° con respecto al eje X, como se muestra en la Figura 2.70.

Para calcular las componentes x y y, se puede considerar el triángulo rectángulo ABC formado por el vector $\vec{r}$ y sus componentes.

La componente y se puede obtener usando el ángulo de 50° :

$$\sin\theta = \frac{|y|}{|r|} \Rightarrow y = r\sin 50^\circ = 175 \cdot \sin 50^\circ = 134 \text{ m}$$

De manera similar, la componente x se puede obtener con:

$$\cos\theta = \frac{|x|}{|r|} \Rightarrow x = r\cos 50^\circ = 175 \cdot \cos 50^\circ = 112 \text{ m}$$

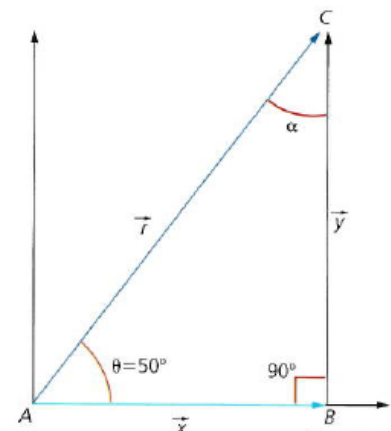


Figura 2.70



Taller N°3

1 ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones están relacionadas con un vector?

- a. Camino 2 km a lo largo de la playa.
- b. Camino 2 km al norte a lo largo de la playa.
- c. Salto desde un acantilado y entro en el agua desplazándome 10 km por hora.
- d. Salto desde un acantilado y entro en el agua desplazándome verticalmente a una velocidad de 10 km por hora.

2 Calcula la magnitud de las componentes de cada vector.

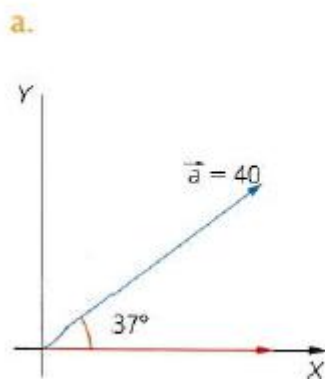


Figura 2.71

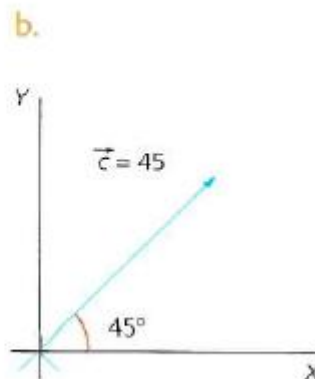


Figura 2.72



- 3 El futbolista #1 está a 8,6 m de la portería. Si lanza primero a la jugadora #2, quien luego lanza a la red (Figura 2.73). ¿Cuáles son las magnitudes de estos desplazamientos sucesivos?

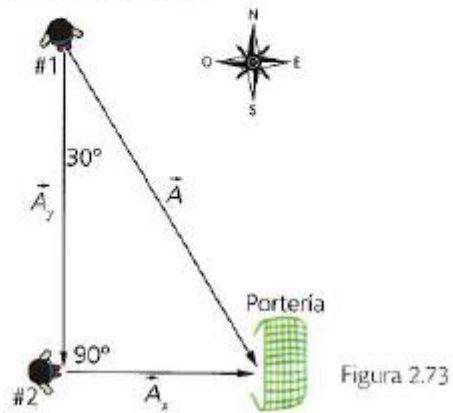


Figura 2.73