



<b>EVALUACION PERIODO</b>	GRADO(S): OCTAVO	GUIA: 2do PERIODO
MATERIA DE PROMOCION: MATEMATICAS		
NOMBRE DEL DOCENTE: HILDA EUGENIA HOYOS LONDOÑO	SECCION: YERMO	
NOMBRE DEL ESTUDIANTE:	GRUPOS:	

# Expresiones algebraicas

$$6 + 3$$

$$4x^3 - 5$$

$$E = mc^2$$

$$\sqrt{2y} + 8$$

## MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS



## OBJETIVO GENERAL

Comprender y aplicar los conceptos fundamentales de los números racionales y las expresiones algebraicas para modelar y resolver situaciones matemáticas y problemas del contexto real, desarrollando habilidades en la manipulación de polinomios y sus operaciones básicas.

## OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Identificar y representar números racionales (fracciones y decimales) en diferentes contextos y formatos, incluyendo la recta numérica.
- Dominar las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) con números racionales, aplicando correctamente las reglas de signos y la jerarquía de operaciones.
- Resolver problemas que involucren el cálculo de proporciones, porcentajes y repartos usando números racionales.
- Definir qué es una expresión algebraica, identificando sus componentes (términos, coeficientes, variables y exponentes) y clasificarlas según el número de términos (monomio, binomio, trinomio, polinomio).
- Traducir situaciones del lenguaje verbal o escrito al lenguaje algebraico y viceversa, fomentando la abstracción matemática.
- Simplificar expresiones algebraicas mediante la reducción de términos semejantes.
- Aplicar los procedimientos correctos para la suma y resta de polinomios, respetando los signos y la agrupación de términos semejantes.
- Multiplicar monomios por monomios, monomios por polinomios y binomios por binomios, utilizando la propiedad distributiva.
- Resolver ejercicios combinados que integren operaciones básicas con polinomios y números racionales.

## ESTANDARES

- 1) Reconozco y utilizo expresiones algebraicas.
- 2) Identifico los elementos de una expresión algebraica.
- 3) Traduzco enunciados verbales al lenguaje algebraico y viceversa.
- 4) Identifico y clasifico Polinomios, según el número de términos.
- 5) Reconozco la estructura general de un polinomio
- 6) Identifico el grado de un monomio y de un polinomio
- 7) Determino el grado absoluto y el grado relativo, respecto a una variable.
- 8) Realizo Sumas y restas de Polinomios, agrupando términos semejantes.
- 9) Aplico la propiedad distributiva en la multiplicación de polinomios
- 10) Resuelvo ejercicios de multiplicación y división de polinomios por monomios

## **MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS**



## COMPETENCIAS

- 1) Comprende el significado de variable, termino algebraico y expresi3n algebraica.
- 2) Construye y simplifica expresiones algebraicas, a partir de situaciones problem3ticas.
- 3) Diferencia monis, binomios, trinomios y polinomios.
- 4) Clasifica correctamente, seg3n su n3mero de t3rminos
- 5) Comprende la diferencia entre el grado absoluto y el grado relativo
- 6) Calcula correctamente el grado monomio y polinomio
- 7) Opera Correctamente, suma, resta y multiplicaci3n de polinomios.
- 8) Aplica propiedades algebraicas, en la simplificaci3n de expresiones
- 9) Modela y resuelve situaciones que impliquen operaciones con polinomios.

## TEMAS

1. Expresiones algebraicas.
2. Clasificaci3n de polinomios.
3. Grado Absoluto y Relativo de un polinomio.
4. Operaciones b3sicas entre polinomios.
  - a. Adici3n.
  - b. Sustracci3n.
  - c. Multiplicaci3n.
  - d. Divisi3n.
5. Ecuaciones

## METODOLOGIA

- Activaci3n de conocimientos previos mediante preguntas orientadoras.
- Explicaci3n guiada con ejemplos pr3cticos.
- Resoluci3n de ejercicios individuales y grupales.
- Uso de material did3ctico (gu3as, esquemas, figuras geom3tricas).
- An3lisis de situaciones problema del contexto cotidiano.
- Retroalimentaci3n permanente durante el desarrollo de las actividades.

## METODOS DE EVALUACION

- **Evaluaci3n diagn3stica:** Preguntas iniciales y actividades exploratorias.
- **Evaluaci3n formativa:**
  - ❖ Talleres
  - ❖ Participaci3n en clase
  - ❖ Trabajo en grupo
  - ❖ Ejercicios pr3cticos
- **Evaluaci3n sumativa:**
  - ❖ Pruebas escritas
  - ❖ Exposiciones
  - ❖ Desarrollo de gu3as evaluativas
- **Autoevaluaci3n y coevaluaci3n:** Reflexi3n sobre el proceso de aprendizaje.

## MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS



### DEFINICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Una **expresión algebraica** es una combinación de números (constantes) y letras (variables) que se relacionan mediante operaciones matemáticas como la suma, resta, multiplicación, división y potenciación. Permiten representar situaciones de la vida real o fórmulas matemáticas de manera general y abstracta.

Cada parte de una expresión algebraica se llama **término**, y estos están separados por signos de suma o resta.

Componentes Clave de un Término Algebraico:

- **Coficiente:** El número que multiplica a la(s) variable(s). Indica cuántas veces se suma o resta la variable.
- **Variable/Literal:** La letra que representa una cantidad desconocida o que puede cambiar (comúnmente  $x, y, a, b$ )
- **Exponente:** El número pequeño ubicado arriba y a la derecha de la variable. Indica cuántas veces se multiplica la variable por sí misma

LENGUAJE COMÚN/COTIDIANO	EXPRESIÓN ALGEBRAICA	EXPLICACIÓN
Un número desconocido	$x$	La letra $x$ representa la cantidad desconocida.
El doble de un número	$2x$	Se multiplica el número ( $x$ ) por 2.
Un número aumentado en 5	$x+5$	A la cantidad desconocida ( $x$ ) se le suman 5 unidades.
La mitad de un número	$x/2$	El número ( $x$ ) se divide entre 2
El triple de un número menos 4	$3y-4$	El triple del número ( $3y$ ) disminuido en 4
El cuadrado de un número	$z^2$	El número ( $z$ ) elevado a la potencia de 2.
Dos números diferentes sumados	$a+b$	Las variables $a$ y $b$ representan dos valores distintos.
La suma de dos números consecutivos	$a+(a+1)$	Si $x$ es un número, $x+1$ es su consecutivo.

### **MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS**



**Actividad: Expresiones algebraicas**

Escribe una expresión algebraica que represente la información de cada enunciado.

- La suma de 2 y un número.
- Dos veces la suma de dos números.
- El quíntuplo de la tercera parte de x.
- Pedro tenía \$a, cobró \$x y le regalaron \$m. ¿Cuánto tiene Pedro?
- De una jornada de x Km. ya se han recorrido m Km. ¿Cuánto falta por andar?
- Expresar la superficie de una sala rectangular que mide a m. de largo y b m. de ancho.
- Si un sombrero cuesta \$350000 y un traje \$450000, ¿cuánto costarán 3 sombreros y 6 trajes?, ¿x sombreros y m trajes?

**Clasificación de Polinomios**

Un **polinomio** es, en términos generales, una expresión algebraica que puede tener uno o más términos, donde los exponentes de las variables son números enteros no negativos.

La clasificación principal se basa en el **número de términos**:

Nombre	Número de Términos	Ejemplo Simple	Ejemplo con Coeficientes Racionales
Monomio	Uno	$5x^2$	$\frac{1}{2}y^3$
Binomio	Dos	$2x - 9$	$3a + \frac{1}{4}b$
Trinomio	Tres	$-3x^2 + 8x - 7$	$\frac{2}{3}m^2 - m + 5$
Polinomio	Cuatro o más	$4x^3 - 2x^2 + 5x - 1$	$x^4 - \frac{1}{5}x^3 + 2x - 7$

**Grado de un Polinomio (Absoluto y Relativo)**

El grado ayuda a entender la "magnitud" de un polinomio, es decir, es el valor del mayor exponente de la variable en dicha expresión algebraica, indicando su complejidad y comportamiento final.



### Grado Absoluto (G.A.)

En un monomio: Es la suma de todos los exponentes de las variables.

En un polinomio (de varios términos): Es el **mayor** grado absoluto entre todos sus términos.

### Grado Relativo (G.R.)

Es el mayor exponente de una variable específica dentro del polinomio.

*Ejemplo (usando el polinomio anterior):  $P(x, y) = 7x^3y^2 - 4x^2y^4 + 8x - 9$*

- El **G.R. respecto a x (G.R.x)** es 3 (el mayor exponente de x).
- El **G.R. respecto a y (G.R.y)** es 4 (el mayor exponente de y).

### ¿Cómo ordenar un polinomio?

Ordenar un polinomio significa organizar sus términos de acuerdo con los exponentes de una variable, ya sea de forma **creciente** (menor a mayor exponente) o **decreciente** (mayor a menor exponente). La forma decreciente es la más común para realizar operaciones.

- *Polinomio desordenado:  $P(x) = 3x^2 - 5 + 4x^3 + x$*
- *Polinomio ordenado (decreciente):  $P(x) = 4x^3 + 3x^2 + x - 5$* 
  - (Nota: El  $-5$  es el término independiente, con grado 0).

### Operaciones Básicas con Polinomios

**Suma y Resta:** Para sumar o restar polinomios, se deben **combinar los términos semejantes** (aquellos con la misma variable y el mismo exponente).

- **Suma:**  $(2x^2 + 3x + 2) + (x^2 - 5x + 1)$ 
  - Agrupamos semejantes:  $(2x^2 + x^2) + (3x - 5x) + (2 + 1)$
  - Resultado:  $3x^2 - 2x + 3$
- **Resta:**  $(5x^2 + 6x) - (3x^2 + 2x + 1)$ 
  - Distribuimos el signo negativo al segundo polinomio:  $5x^2 + 6x - 3x^2 - 2x - 1$
  - Agrupamos y resolvemos:  $(5x^2 - 3x^2) + (6x - 2x) - 1$
  - Resultado:  $2x^2 + 4x - 1$



**Actividad: Suma y Resta de Polinomios**

1) Efectuar las siguientes operaciones con monomios cuando sea posible:

a)  $6x^2 - 4x^2 + x^2$

b)  $-3x + 8x - 15x$

c)  $-x^4 - 2x^3 + 5x^3$

d)  $x - 3/4x + 2/3x$

b)  $4x - 2/9x + x/3$

e)  $5/8x^2 - x^2 + x^3/3$

2) Simplificar y ordena estos polinomios:

a)  $3x^3 - 4x + 5 - 2 + 2x^3 + 2x^2$

b)  $4x^2 + 7x - 4 + x^2 - 6x^4 + 5$

b)  $3x - 4x^3 + 8 - 2x^3 - 5x$

d)  $8 - 5x^2 + 3x^5 - x^2 + x^6 - 3$

3) Considerar los siguientes polinomios:

$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 6x - 2$

$Q(x) = x - 3$

$R(x) = x + 1$

Efectuar las siguientes operaciones:

a)  $P(x) + Q(x)$

b)  $P(x) - Q(x)$

b)  $P(x) \cdot Q(x)$

d)  $P(x) : Q(x)$

4) Calcular el valor numérico de los siguientes monomios y polinomios para  $x = -1$  y  $x = 2$ :

a)  $-4x^3$

b)  $5x + 10x^2$

c)  $6x^2 - x + x^3$

d)  $-x^2 + x - 2$

**Multiplicación:** Para multiplicar polinomios, se aplica la propiedad distributiva multiplicando cada término del primer polinomio por cada uno de los términos del segundo polinomio y al final se reducen los términos semejantes.

**MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS**



Esta operacion se puede llevar a cabo de dos formas distintas.

### Primera opción

Vamos a trabajar con el siguiente **Ejemplo 1**: Multiplicar  $P(x) = 2a - 7$   $Q(x) = 3a - 5$

1. Se multiplica cada monomio del primer polinomio por todos los elementos del segundo polinomio, veamos el siguiente ejemplo:

Acá, los términos semejantes son:

$$(2a - 7)(3a - 5) = 6a^2 - 10a - 21a + 35$$

$$= 6a^2 - 31a + 35$$

$- 10a - 21a = -31a$ , recuerda que se suman porque los dos términos son negativos.

2. Se suman los monomios del mismo grado (suma de términos semejantes) y el resultado es:

$$6a^2 - 31a + 35$$

3. El polinomio obtenido es otro polinomio cuyo grado es la suma de los grados de los polinomios que se multiplicaron.

Grado del polinomio resultante = Grado de  $P(x)$  + Grado de  $Q(x)$  =  $1 + 1 = 2$

### Ejemplo 2:

Multiplicamos los polinomios

$$P(x) = x^2 + 3xy \quad Q(x) = 5y + 4x - 5$$

Nos fijamos que  $x^2$  se multiplica por cada termino del segundo polinomio y luego hacemos lo mismo con  $3xy$ .

$$(x^2 + 3xy)(5y + 4x - 5) =$$

$$5x^2y + 4x^3 - 5x^2 + 15xy^2 + 12x^2y - 15xy$$

$$17x^2y + 4x^3 - 5x^2 + 15xy^2 - 15xy$$

Ubicamos los términos semejantes y los sumamos, que en este caso son

$$5x^2y + 12x^2y = 17x^2y \quad \text{Ordenamos el polinomio y obtenemos el resultado final.}$$

## MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS



## Segunda opción

También podemos sumar polinomios escribiendo un polinomio debajo del otro.

Vamos a trabajar con el siguiente **Ejemplo 3**:

$$P(x) = 2x^2 - 3 \quad Q(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x$$

1. En cada fila se multiplica cada uno de los monomios del segundo polinomio por todos los monomios del primer polinomio. (En este caso, multiplicamos  $-3$  por cada término del primer polinomio y luego hacemos lo mismo con  $2x^2$ ).

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 3x^2 + 4x \\ \times \quad 2x^2 - 3 \\ \hline -6x^3 + 9x^2 - 12x \\ 4x^5 - 6x^4 + 8x^3 \\ \hline 4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x \end{array}$$

2. Tenemos cuidado de escribir los monomios semejantes en la misma columna ( en este caso  $-6x^3$  y  $8x^3$ ) y posteriormente se suman o restan los términos semejantes, dependiendo del signo, en este caso se restan.
3. El resultado o **producto** de esta multiplicación de polinomios es:

$$4x^5 - 6x^4 + 2x^3 + 9x^2 - 12x$$

Como la multiplicación de polinomios cumple la propiedad conmutativa, hemos tomado como polinomio multiplicador el polinomio más sencillo.

**EJEMPLO 4:** En este ejemplo, iniciaron por multiplicar primero  $3x^2$  por cada término del primer polinomio y luego si ordenaron los productos o resultados; no hay problema porque recuerda que en la multiplicación:

*el orden de los factores no altera el producto.*

$$\begin{array}{r} 6x^2 - 8x + 6 \\ \times \quad 3x^2 + 3 \\ \hline 18x^4 - 24x^3 + 18x^2 \\ 18x^2 - 24x + 18 \\ \hline 18x^4 - 24x^3 + 36x^2 - 24x + 18 \end{array}$$

**EJEMPLO 5:** Acá vemos la multiplicación de dos Trinomios, realizamos el mismo proceso, lo importante es escribir los términos semejantes ordenados, es decir los que tengan la misma parte literal uno debajo del otro. Se inició por multiplicar el  $+3$  por cada uno de los términos del primer polinomio.

$$\begin{array}{r} 2x^2 + 5x - 6 \\ \times \quad 3x^2 - 6x + 3 \\ \hline +6x^2 + 15x - 18 \\ -12x^3 - 30x^2 + 36x \\ 6x^4 + 15x^3 - 18x^2 \\ \hline +6x^4 + 3x^3 - 42x^2 + 51x - 18 \end{array}$$

Recuerda que cuando los términos semejantes son positivos se suma como en el caso de  $+15x + 36x = 51x$  pero en el caso de  $+6x^2 - 30x^2 - 18x^2$  debemos primero sumar los términos negativos y luego se le resta el positivo, por eso el resultado es  $-42x^2$

La respuesta final es:  $6x^4 + 3x^3 - 42x^2 + 51x - 18$ . Un polinomio de 5 términos completo y ordenado en forma descendente.



Actividad: Multiplicación de Polinomios

1. Efectúa los productos de monomios.

1.  $(2x^3) \cdot (5x^3) =$

2.  $(12x^3) \cdot (4x) =$

3.  $5 \cdot (2x^2y^3z) =$

4.  $(5x^2y^3z) \cdot (2y^2z^2) =$

5.  $(18x^3y^2z^5) \cdot (6x^3yz^2) =$

6.  $(-2x^3) \cdot (-5x) \cdot (-3x^2) =$

7.  $3(x^2 + 3x - 5)$

8.  $4x(3x^2 - 7)$

9.  $-7y(4y^2 - 2y + 1)$

10.  $2x^3(-3x^4 + 2x^3 - 10x^2 + 7x + 9)$

11.  $-7a^2bc^3(5a^2 - 3b^2 - 9c^2)$

2. En cada caso, efectuar el producto correspondiente:

1)  $(-3x)(4x + 5) =$

2)  $(3y + 7)(-4) =$

3)  $(3x^2)(2x^2 + 3) =$

4)  $(2)(2y - 1) =$

5)  $(x + 2)(x) =$

6)  $(-8)(m + 2) =$

7)  $(5y - 7)(-1) =$

8)  $(-x^2)(2x^2 - 1) =$

9)  $(-2)(2a^2 - 5) =$

10)  $(2m)(4m^2 - 6m + 9) =$

11)  $(-x)(4x + 5) =$

12)  $(3y + 7)(-4y) =$

13)  $(-x^2)(2x^2 + 3) =$

14)  $(2y)(2y - 1) =$

15)  $(x^2 - x + 2)(-1) =$

16)  $(-2m)(3m^2 - 2m + 1) =$

17)  $(y^2 - 5y - 7)(-1) =$

18)  $(-x^2)(2x^2 + 3x - 1) =$

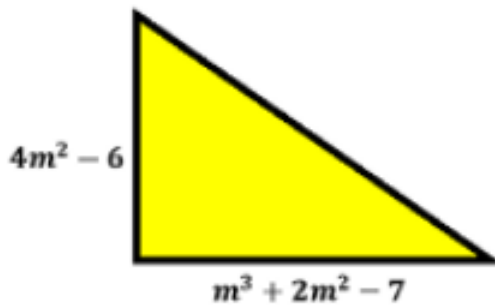
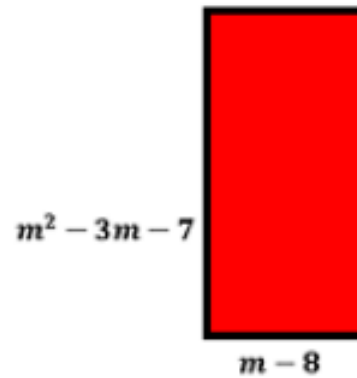
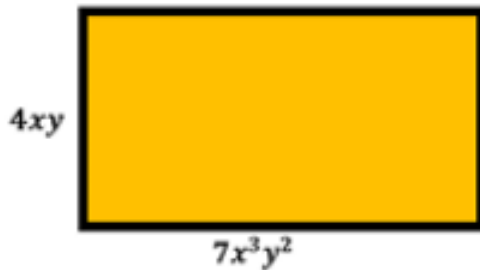
19)  $(-2)(2a^2 - a - 5) =$

20)  $(2m)(4m^2 - 6m + 9) =$

**MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS**

3. Represento un rectángulo que tiene las dimensiones indicadas y halla su área.
- a) Largo:  $3x+4$ , ancho:  $2x+5$
  - b) Largo:  $4x+3$ , ancho  $3x+1$
  - c) Largo:  $2x+5$ , ancho:  $3x+2$
  - d) Largo:  $x+6$ , ancho:  $3x+1$

4. Hallar el área de las siguientes figuras



**División:** Para dividir monomios, primero se dividen los Números o Coeficientes entre sí o se simplifican las cantidades si se puede, luego en la parte Literal, se aplica la propiedad del cociente de potencias de igual base: si tienen variables iguales, se deja la misma letra y se restan los exponentes; si tienen diferentes letras, se deja el cociente indicado.

## MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS



**EJEMPLOS:**

1)  $\frac{63x^6}{-7x^2} = -9x^4$

Vemos como en cada ejercicio se realiza la División entre los números, teniendo en cuenta la Ley de los signos; luego las letras; si las letras son iguales se restan los exponentes.

2)  $\frac{-36r^5s^4t^3}{9r^2st} = -4r^3s^3t^2$

Cuando la letra no tiene exponente es porque es 1; por ejemplo en este segundo ejercicio se realiza  $s^{4-1} = s^3$

3)  $\frac{-7x^3y^2}{x^3y^2} = -7$

En este tercer ejemplo, se restan los exponentes de x así  $x^{3-3} = x^0$  pero  $x^0 = 1$  porque la propiedad dice que todo numero o letra elevado al exponente cero es igual a 1.

4)  $\frac{-4x^8y^4}{12x^2y} = -\frac{1}{3}x^6y^3$

Lo mismo sucede con  $y^{2-2} = y^0 = 1$  y al multiplicar  $-7 * 1 = -7$

Actividad: Multiplicación y División entre Monomios

$3(-a)^3$	x	$(+5a^6)$	=					
				x				
				$(+4b)$	x	$(-b)^5$	=	
				=				
$(+5b)$	x		=			x		
				$7(-b)^2$				
x		÷		x		=		
		$(-ab)$			$(-ab)$	x	=	
		=			=			
	x	$(-5a^8)$	=		x	$(-b^4)$	=	
		x			÷			
		$(+2a^2)$			$(-5a^{10})$	x		
		=			=			
			x	$(+3b^6)$	=			

**MARCANDO HUELLA Y DESCUBRIENDO TALENTOS**