

GUÍA DIDÁCTICA DE MATEMÁTICAS: GRADO OCTAVO

TERCER PERIODO



Objetivo general

Desarrollar la comprensión y aplicación del principio multiplicativo y del diagrama de árbol como estrategias para resolver problemas de conteo, fortaleciendo el razonamiento lógico y la toma de decisiones en situaciones de la vida cotidiana.

Objetivos específicos

- Identificar situaciones cotidianas en las que se requiere contar posibles resultados o combinaciones.
- Comprender el principio multiplicativo como una herramienta para determinar el número total de resultados posibles en experimentos simples.
- Construir e interpretar diagramas de árbol para organizar y visualizar posibles combinaciones.
- Resolver problemas de conteo aplicando de manera adecuada el principio multiplicativo y los diagramas de árbol.
- Desarrollar habilidades de razonamiento lógico y pensamiento combinatorio.

Contenidos de aprendizaje

Los estudiantes de grado octavo aprenderán a comprender y aplicar el principio multiplicativo y el diagrama de árbol como estrategias fundamentales para resolver problemas de conteo en diferentes contextos. A través de estas herramientas, desarrollarán la capacidad de identificar situaciones donde es necesario determinar el número de posibles resultados, organizar la información de manera lógica y sistemática, y representar combinaciones mediante diagramas de árbol. Asimismo, fortalecerán sus habilidades de razonamiento lógico-matemático al resolver problemas cotidianos, tomando decisiones fundamentadas y verificando sus resultados mediante diferentes métodos de conteo.

El dilema del uniforme

SITUACIÓN INICIAL

Imagina que en tu colegio puedes elegir entre **2 tipos de busos** (azul o gris) y **3 tipos de pantalones** (jean, sudadera o falda).

¿De cuantas formas distintas podrías vestirme mañana?
¿Es fácil contarlas todas mentalmente?



Contando paso a paso

Cuando tomamos decisiones en pasos sucesivos, las opciones se expanden. Mira cómo se organiza esta elección:



Paso 1: El Buso

Tienes 2 opciones iniciales.



Paso 2: El Pantalón

Por cada buso, ahora tienes 3 opciones de pantalón.



La Cooperativa Escolar

EXPLORACIÓN

En la cooperativa venden un combo de refrigerador. Puedes elegir:

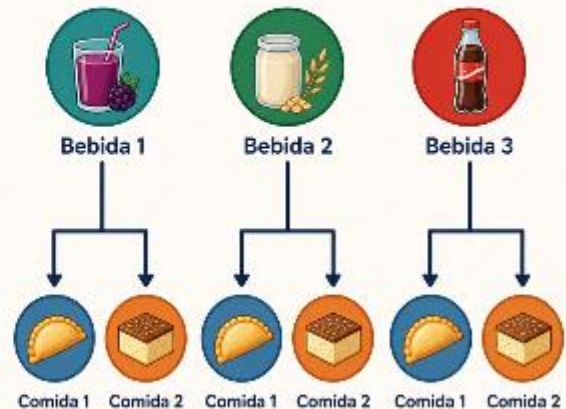
- **Bebida:** Jugo de mora, avena o gaseosa (3 opciones).
- **Comida:** Empanada o pastel de gloria (2 opciones).

Si dibujamos cada combinación posible, verás que el total es $3 \times 2 = 6$.



Ejemplo

Jugo + Empanada, Jugo + Pastel, Avena + Empanada... ¡y así sucesivamente!



Eventos Independientes

Para usar este principio, los eventos deben ser **independientes**.

Esto significa que elegir tu bebida no cambia las opciones que tienes para la comida. ¡El pastel de gloria sigue ahí sin importar si pides jugo o avena!



Recordar

Multiplicamos el número de opciones de cada categoría cuando una elección no afecta a la otra.

¡Poniéndolo a prueba!

Si una heladería en el parque ofrece 4 sabores de helado y 3 tipos de barquillo, ¿cuántas combinaciones diferentes de un sabor y un barquillo puedes armar?

1.

7 combinaciones

2.

12 combinaciones

3.

4 combinaciones

4.

1 combinación

Cuando el conteo manual falla

¿Qué pasa si las opciones crecen? Imagina que agregas una fruta a tu refrigerador.



Manual de Conteo

Dibujar todas las flechas toma tiempo y aumenta el riesgo de errores.

Estrategia Matemática

Multiplica: 3 bebidas $\times$ 2 comidas $\times$ 3 frutas = 18 opciones totales.



¿Por qué crees que es más útil multiplicar que contar uno por uno en la vida real? Piensa en ejemplos como las placas de los carros o las contraseñas del celular.

El Secreto del Conteo

CONCLUSIÓN

El **Principio Multiplicativo** es nuestra herramienta para dominar el rápido crecimiento de las opciones.

Recuerda: si un evento ocurre de n maneras y otro de m maneras, ambos ocurren de $n \times m$ maneras.



Menú de Combinaciones Lógicas

La cooperativa de tu colegio en Colombia está diseñando nuevos menús de refrigerios saludables para los estudiantes. ¡Necesitan tu ayuda matemática! Para asegurarnos de que haya suficiente variedad, vas a utilizar **diagramas de árbol** y el **principio multiplicativo** para calcular y visualizar todas las combinaciones de menús posibles.



Reto 1: El Combo Básico

El "Combo Básico" te permite elegir una fruta (**Manzana** o **Banano**) y una bebida (**Agua** o **Jugo**).

1. Dibuja el diagrama de árbol completo mostrando todas las opciones posibles para este combo.

2. Aplica el principio multiplicativo. ¿Cuál es la operación matemática que demuestra el número total de combinaciones?

Reto 2: El Gran Combo Saludable Colombiano

La cooperativa quiere ofrecer un menú más completo llamado "Gran Combo Saludable". Este

combo ofrece tres categorías para elegir:

* **Carbohidrato:** Arepa o Pan.

* **Proteína:** Huevo, Queso o Pollo.

* **Bebida:** Jugo, Avena o Agua.

3. Usa el principio multiplicativo para calcular matemáticamente cuántas combinaciones diferentes se pueden armar en total.

4. Dibuja el diagrama de árbol para este menú. ¡Asegúrate de distribuir bien el espacio porque habrá muchas ramas!

5. Escribe el espacio muestral de al menos 3 de tus combinaciones favoritas de este árbol (ejemplo: Arepa + Huevo + Jugo).

Factorización: Desarmando Números

El arte de encontrar los bloques de construcción matemáticos.

Objetivo general

Desarrollar en los estudiantes de grado octavo la comprensión y aplicación de los diferentes métodos de factorización para descomponer expresiones algebraicas, fortaleciendo el pensamiento algebraico y la capacidad de resolver problemas matemáticos.

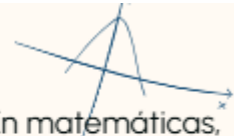
Objetivo específicos

- Reconocer la factorización como un proceso inverso de la multiplicación de expresiones algebraicas.
- Identificar los diferentes casos de factorización y sus características.
- Aplicar correctamente técnicas de factorización para simplificar expresiones algebraicas.
- Utilizar la factorización en la resolución de problemas y ecuaciones sencillas.
- Fortalecer el razonamiento lógico y la capacidad de análisis mediante la manipulación de expresiones algebraicas.

Contenidos de aprendizaje

En esta guía, los estudiantes explorarán el concepto de factorización como el proceso inverso de la multiplicación de expresiones algebraicas, comprendiendo su importancia en el estudio del álgebra. Aprenderán a identificar y extraer factores comunes numéricos y literales, así como a aplicar la factorización por agrupación de términos para simplificar expresiones más complejas. Además, reconocerán y utilizarán casos especiales de factorización, como el trinomio cuadrado perfecto y la diferencia de cuadrados, mediante el análisis de patrones algebraicos y la aplicación de fórmulas correspondientes. Finalmente, pondrán en práctica estos conocimientos en la simplificación de expresiones algebraicas, la resolución de ecuaciones básicas y la solución de problemas contextualizados, fortaleciendo sus habilidades de razonamiento lógico y pensamiento matemático.

¿Cómo desarmarías una pared?



Si quieres entender cómo se construyó algo, ¡tienes que ver sus piezas! En matemáticas, **factorizar** es como desarmar una pared de ladrillos para ver qué ladrillos se usaron.

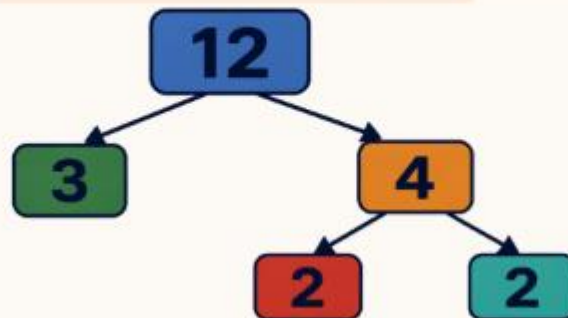


Factorizar es el proceso de transformar una suma o resta en una multiplicación.

Recordemos: ¿Qué es un Factor?



Antes de ir al álgebra, miremos los números simples. Los factores son números que multiplicas para obtener otro número.



En el ejemplo, 3 y 4 son factores de 12. ¡Incluso 2 y 6 también lo son!

Factor Común: El primer paso



Imagina que tienes dos canastas de frutas. Si ambas tienen manzanas, las manzanas son tu **factor común**.

En álgebra, si tenemos $2x + 2y$, el número 2 está en ambos términos.

Resultado: $2(x + y)$



Remember

Siempre busca primero si hay algo que se repita en todos los términos.

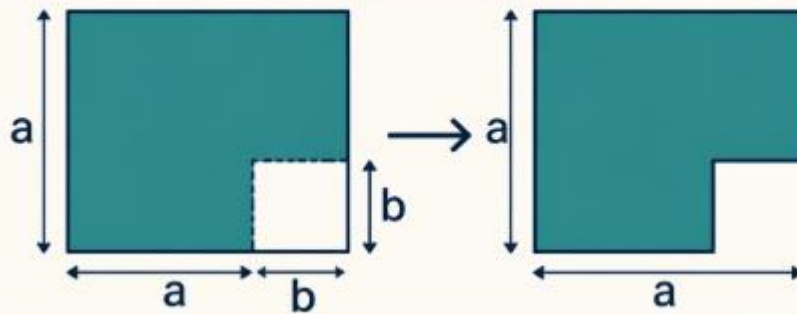


¡Prueba tu ojo matemático!

¿Cuál es el factor común en la expresión $5a + 5b$?

Diferencia de Cuadrados

Este caso es especial. Solo ocurre cuando tienes una resta de dos términos que tienen raíz cuadrada exacta.



La regla es: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. ¡Es como un rompecabezas perfecto!

¿Por qué es útil factorizar?

Factorizar no es solo para el salón de clase. Se usa en:

Criptografía - Protege mensajes y claves en internet.

Ingeniería - Simplifica fórmulas de puentes y edificios.

Economía - Para entender el crecimiento de inversiones.

Trinomio Cuadrado Perfecto

Este trinomio viene de elevar un binomio al cuadrado. Es como el camino de regreso.



Example

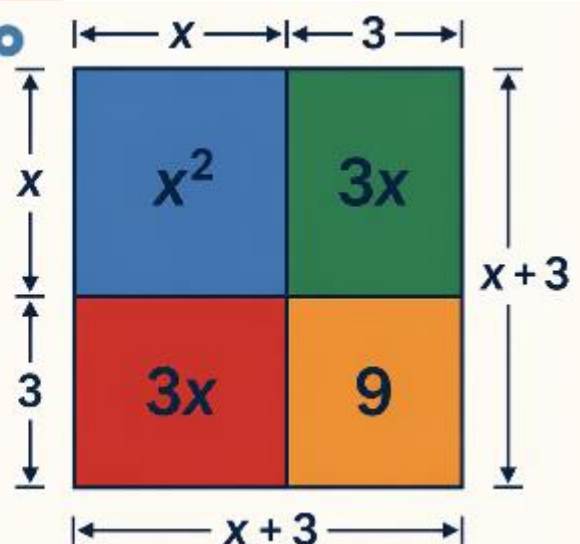
$$x^2 + 6x + 9$$

1. Raíz de x^2 es x

2. Raíz de 9 es 3

3. ¿ $2 * x * 3 = 6x$? ¡Sí!

Resultado: $(x + 3)^2$



Conecta los conceptos



- | | | | |
|----|---------------------|----|---------------------------------------|
| 1. | Factor Común | a) | Número o expresión que multiplica. |
| 2. | Trinomio | b) | Expresión que tiene tres términos. |
| 3. | Factorizar | c) | Convertir una suma en multiplicación. |
| 4. | Factor | d) | Lo que se repite en varios términos. |

Reflexión Final

¿Crees que es más fácil sumar términos o multiplicarlos? ¿En qué situaciones de la vida real preferirías ver las piezas por separado en lugar del total?

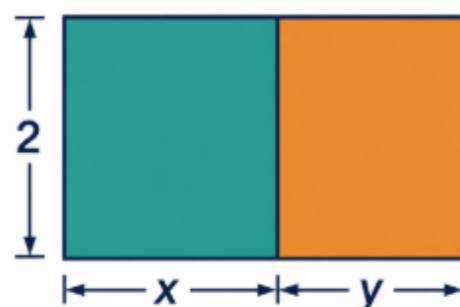


Desafío de Equivalencias: Áreas y Factorización

En matemáticas, factorizar es como desarmar una pared para ver los ladrillos que la componen. Otra forma muy visual de entenderlo es comparando las áreas geométricas con sus expresiones algebraicas. ¡Resuelve los siguientes desafíos descubriendo las piezas que forman cada figura!

1. Factor Común en Áreas Rectangulares

Observa el rectángulo dividido en dos secciones. El área total se puede calcular sumando el área de cada sección por separado, o multiplicando la altura total por la base total.

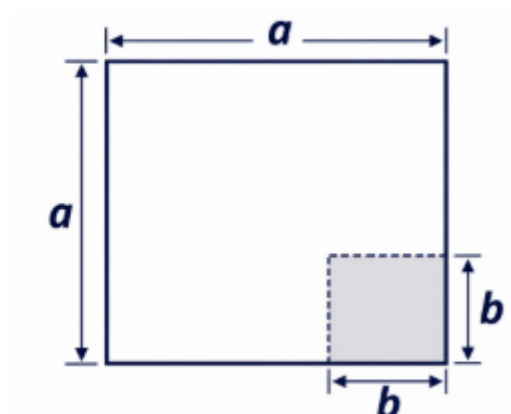


1. Escribe la expresión para el área total como una **suma** de las dos secciones.

2. Identifica el factor común y escribe el área total como una **multiplicación** (forma factorizada).

2. Diferencia de Cuadrados

Imagina un terreno cuadrado de lado ' a ' (área a^2). Si le quitamos un pedazo cuadrado de lado ' b ' (área b^2) en una esquina, la figura resultante tiene un área equivalente a $a^2 - b^2$.



3. Aplica la regla de la diferencia de cuadrados para factorizar la expresión $a^2 - b^2$.

4. Si el lado del cuadrado grande mide 5m ($a = 5$) y el lado del cuadrado pequeño mide 3m ($b = 3$), calcula el área restante usando la forma factorizada que escribiste arriba.

3. Construyendo un Trinomio Cuadrado Perfecto

Un cuadrado más grande se ha armado usando cuatro baldosas distintas: un cuadrado de área x^2 , dos rectángulos idénticos de área $3x$ cada uno, y un cuadrado pequeño de área 9. Al unir las, forman un cuadrado perfecto.



5. Escribe el área total del cuadrado sumando las cuatro piezas (tu respuesta será un trinomio).

6. ¿Cuál es la medida de cada lado de este cuadrado grande? Factoriza el trinomio para representarlo como la multiplicación de sus lados.

4. Reflexión Final

7. ¿Crees que es más fácil manejar los términos de un problema multiplicándolos (factorizados) o viéndolos como una suma de partes? Piensa en un ejemplo de la vida real (como cálculos grandes, ingeniería o finanzas) donde sea útil desarmar las cosas en factores.

Cuerpos Redondos

Explorando la geometría de las curvas

Objetivo general

Desarrollar en los estudiantes de grado octavo la comprensión de los cuerpos redondos, sus características y propiedades geométricas, favoreciendo la visualización espacial y la aplicación de conceptos geométricos en situaciones de la vida cotidiana.

Objetivos específicos

- Identificar los diferentes tipos de cuerpos redondos y sus elementos.
- Reconocer las características y propiedades del cilindro, cono y esfera.
- Diferenciar los cuerpos redondos de otros sólidos geométricos.
- Calcular medidas relacionadas con los cuerpos redondos, como área y volumen, en situaciones sencillas.
- Aplicar los conocimientos sobre cuerpos redondos en la resolución de problemas del entorno.

Contenidos de aprendizaje

En esta guía, los estudiantes explorarán los cuerpos redondos como figuras geométricas tridimensionales generadas por superficies curvas. Identificarán y describirán las características, elementos y propiedades del cilindro, el cono y la esfera, reconociendo sus semejanzas y diferencias con otros sólidos geométricos. Asimismo, analizarán sus componentes, como radios, diámetros, alturas, bases y generatrices, y aprenderán a calcular medidas relacionadas con el área y el volumen mediante la aplicación de fórmulas matemáticas. Finalmente, aplicarán estos conocimientos en la resolución de problemas contextualizados, fortaleciendo su pensamiento geométrico y su capacidad para interpretar objetos y situaciones presentes en la vida cotidiana.

¿Qué tienen en común?

Mira a tu alrededor: una lata de gaseosa, un barquillo de helado o un balón de fútbol. ¿Qué los hace diferentes de una caja de cartón?



Los cuerpos redondos son sólidos geométricos que tienen, al menos, una cara o superficie curva.

Sólidos de Revolución

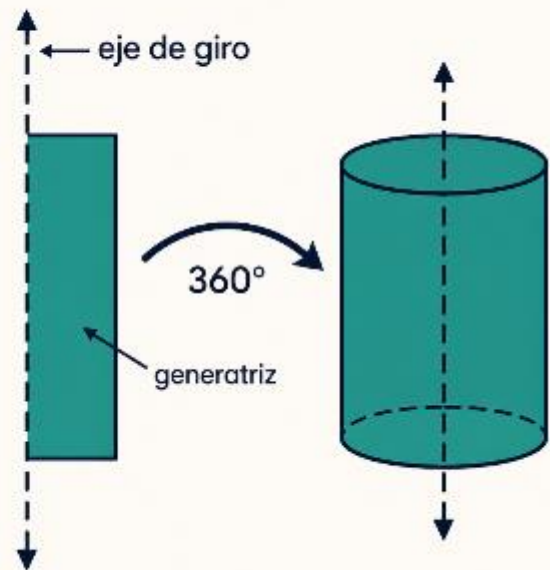
CONCEPTO CLAVE

Se llaman así porque se generan al girar una figura plana (como un rectángulo o un círculo) alrededor de un eje central.



Example

Si giras una moneda rápidamente sobre la mesa, verás cómo 'aparece' una esfera frente a tus ojos.



El Cilindro: El Rectángulo Giratorio

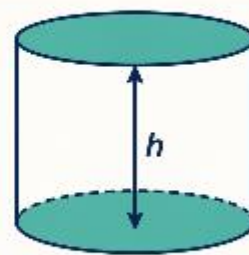
El cilindro tiene dos bases circulares paralelas y una superficie lateral curva.



base circular

Bases

Dos círculos iguales que cierran el cuerpo.



Altura (h)

La distancia vertical entre las dos bases.

Pausa para pensar

Respuestas en la siguiente diapositiva...

¿Cuál de estas figuras planas genera un cilindro al girar sobre uno de sus lados?

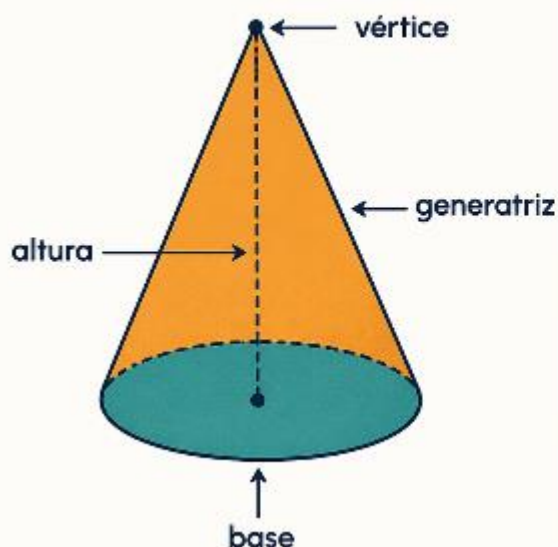
1. Un triángulo equilátero

2. Un rectángulo

3. Un círculo

4. Un hexágono

El Cono: Del Triángulo al Punto



Un cono se genera al girar un **triángulo rectángulo** alrededor de uno de sus catetos.



Remember

A diferencia del cilindro, el cono termina en un punto llamado **vértice** o cúspide.

La Esfera: Perfección Curva

Es el único cuerpo redondo que no tiene bases planas. Todos los puntos de su superficie están a la misma distancia del centro.



Fun fact

La Tierra no es una esfera perfecta, es un 'geoide', algo achatada en los polos por su rotación.



Comparando los Tres Grandes

Cilindro

- 2 bases planas
- 1 superficie curva



Cono

- 1 base plana
- 1 vértice
- 1 superficie curva



Esfera

- 0 bases planas
- Totalmente curva



Repaso de Conceptos

- | | | |
|----|--------------------|--|
| 1. | Vértice | a) Distancia del centro a la orilla de la base circular. |
| 2. | Generatriz | b) Recta imaginaria sobre la cual gira la figura plana. |
| 3. | Eje de giro | c) Punto superior donde termina el cono. |
| 4. | Radio | d) Línea que al girar forma la superficie del cuerpo. |

Geometría en la Vida Real



Si tuvieras que diseñar un envase para transportar leche por caminos difíciles, ¿elegirías una forma cilíndrica o una esférica? ¿Por qué?



Comparativa de Curvas

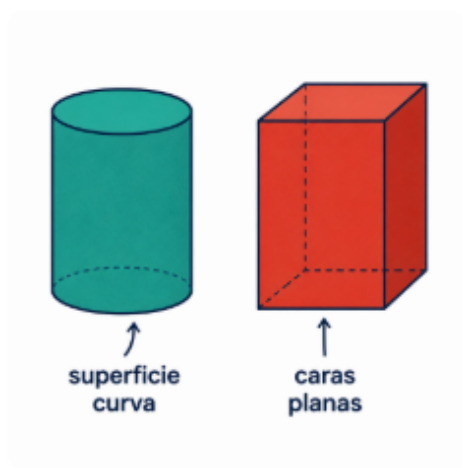
Analiza las diferencias geométricas entre los cuerpos redondos (sólidos de revolución) y los poliedros clásicos (formados por caras planas). Completa las siguientes actividades basadas en tus conocimientos sobre sus propiedades.

Parte 1: Tabla Comparativa

Completa la tabla indicando el número de bases/caras planas, superficies curvas y vértices de cada figura geométrica.

Figura Geométrica	Bases / Caras planas	Superficies curvas	Vértices
Cilindro			
Cono			
Esfera			
Cubo (Poliedro)			
Pirámide (Poliedro)			

Parte 2: Análisis Visual



1. Explica la principal diferencia en cómo se genera un **cilindro** (cuerpo redondo) en comparación con un **prisma** (poliedro clásico).
-
-
-
-

Parte 3: Razonamiento

2. Si empujas un cubo y una esfera sobre una superficie plana inclinada, ¿qué sucede con el movimiento de cada uno y a qué característica geométrica se debe?