

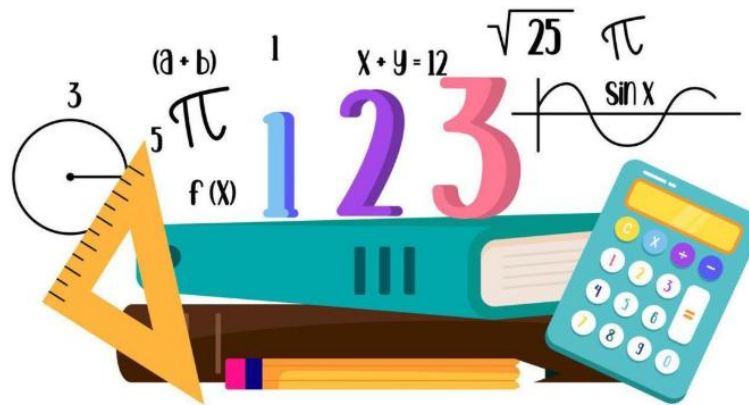


**YERMO Y PARRES**  
INSTITUCION EDUCATIVA



## MATEMÁTICAS GUÍA DIDÁCTICA

Grado 7° Periodo Tres.



**Docentes:** Laura Pineda Zapata - Hilda Hoyos Londoño

### Contenidos:

Números racionales.  
Expresión decimal de los números racionales  
Fracción correspondiente a una expresión decimal.  
Números racionales en la recta numérica.  
Sistema de coordenadas cartesianas.  
Relación de orden en los números racionales.  
Regla de tres compuesta.  
Lenguaje algebraico.  
Medidas de tendencia central  
Cuadriláteros y su clasificación.  
Movimientos en el plano.  
Homotecias.  
Longitud de la circunferencia.

### Indicadores de desempeño

- Utilizo números racionales en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida.

- Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades de sistema de numeración decimal.
- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)
- Uso medidas de tendencia central (media, mediana y moda) para interpretar comportamiento de un conjunto de datos.
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).
- Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.
- Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos.
- Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones y reflexiones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en arte.
- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud

## MATEMATICAS EJE NUMERICO

### NUMEROS RACIONALES

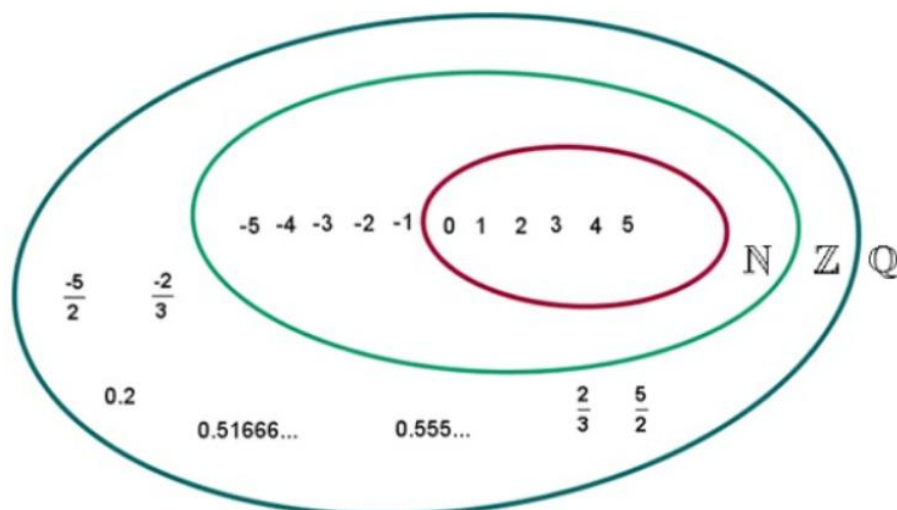
El conjunto de los números racionales ( $\mathbb{Q}$ ) está formado por los números de la forma

$$\frac{a}{b}$$

en donde **a** y **b** son números enteros y **b** es diferente de 0. Este conjunto contiene a los números enteros que, a su vez, contiene a los naturales, tal como se muestra en la **Figura 2.2**.

**2.2.**

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$



Para determinar el signo de un número racional, basta con observar los signos del numerador y del denominador: si son iguales, el racional es positivo; si no lo son, el racional es negativo.

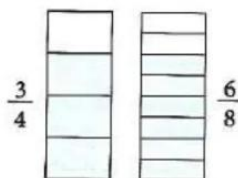
Un número racional negativo se puede escribir de diferentes formas:

$$\frac{-a}{b}, \frac{a}{-b}, -\frac{a}{b}$$

con **a** y **b** enteros positivos y **b**  $\neq 0$ .

### FRACCIONES EQUIVALENTES

Los números racionales, en algunos casos, pueden representar una misma cantidad. Por ejemplo, al representar los números  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{6}{8}$  en una unidad se puede observar que indican la misma región coloreada.



Cuando dos fracciones representan la misma cantidad, pero se escriben de forma diferente se dice que las fracciones son equivalentes. Dos fracciones se llaman fracciones equivalentes cuando representan la misma cantidad, es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Si

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

entonces,

$$a \times d = b \times c$$

donde  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$  con  $b \neq 0$  y  $d \neq 0$ .

Como las fracciones  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{6}{8}$  son equivalentes, podemos escribir:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

ya que  $3 \times 8 = 24 = 4 \times 6$ .

### TALLER N°1 NUMEROS RACIONALES Y FRACCIONES EQUIVALENTES

1. Escribe tres números racionales equivalentes a cada racional dado

a.  $\frac{2}{5}$       b.  $-\frac{1}{7}$       c.  $\frac{2}{3}$       d.  $\frac{9}{5}$       e.  $-\frac{3}{2}$

2. Clasifica cada numero racional como positivo o negativo

a.  $\frac{1}{4}$       b.  $\frac{0}{-9}$       c.  $\frac{3}{4}$       d.  $\frac{1}{7}$       e.  $\frac{-5}{6}$

3. Resolución de problemas

- Un quinto de los 125 espectadores de una película salieron satisfechos.  
¿Cuántos no salieron satisfechos?
- En un hospital se atienden diariamente a doce personas de la tercera edad por cada cuatro niños.  
¿Cuántas personas de la tercera edad fueron atendidas en el mes, si durante ese tiempo se atendieron a 120 niños?

## EXPRESION DECIMAL DE LOS NUMEROS RACIONALES

Las expresiones racionales se pueden expresar como un decimal puedes comprenderlo mejor a partir del siguiente ejemplo

Para cocinar una torta, María utilizará estos ingredientes:



a. Harina:  $\frac{3}{4}$  de kilo

b. Sal:  $\frac{4}{10}$  de kilo

c. Mantequilla:  $\frac{1}{8}$  de kilo

d. Azúcar:  $\frac{1}{5}$  de kilo

(Valores en las bolsas)

0,125 kilos – 0,2 kilos – 0,4 kilos – 0,75 kilos

Si se toma la fracción que indica la cantidad de cada ingrediente y se efectúa la división correspondiente para hallar su expresión decimal, se tiene que:

a. Harina:  $\frac{3}{4}$  de kilo =  $3 \div 4 = 0,75$  kilos

b. Sal:  $\frac{4}{10}$  de kilo =  $4 \div 10 = 0,4$  kilos

c. Mantequilla:  $\frac{1}{8}$  de kilo =  $1 \div 8 = 0,125$  kilos

d. Azúcar:  $\frac{1}{5}$  de kilo =  $1 \div 5 = 0,2$  kilos

Así, la harina está en la última bolsa, la sal en la tercera, la mantequilla en la primera y el azúcar en la segunda.

**Las expresiones decimales de los números racionales se pueden clasificar de la siguiente manera**

- **NUMEROS DECIMALES EXACTOS**

Para responder a la pregunta se debe calcular la expresión decimal de la cantidad  $\frac{3}{5}$ .  
Así,

$$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0,6$$

Por lo tanto, se consumieron 0,6 L de leche. Se observa que en la división anterior, el residuo es 0 y el cociente tiene un número exacto de cifras decimales. Se dice que la expresión decimal 0,6 es exacta.

Una expresión decimal es exacta si tiene un número limitado de cifras decimales.

- **EXPRESION DECIMAL PERIODICA PURA**

Una expresión decimal es periódica pura si la parte decimal está formada por un grupo de cifras que se repite indefinidamente. Ese grupo se llama periodo.

Ejemplo 1

¿Cuál es el número decimal equivalente al número racional  $-\frac{3}{11}$ ?

$$-\frac{3}{11} = -(3 \div 11) = -0,272727 \dots$$

El número es  $-0,272727 \dots$  y se puede escribir como  $-0,\overline{27}$

En esta división, el residuo nunca es cero y la expresión decimal tiene dos cifras que se repiten indefinidamente.

- **EXPRESION DECIMAL PERIODICA MIXTA**

Una expresión decimal es periódica mixta si la parte decimal está formada por un grupo de cifras que no se repite y un grupo de cifras que se repite indefinidamente. El grupo de cifras que no se repite delante del periodo se llama anteperiodo.

Ejemplo 2

¿Cuál es el número decimal equivalente al número racional  $5/12$ ?

$$5/12 = 5 \div 12 = 0,416666\dots$$

El número es  $0,416666\dots$  y se puede escribir  $0,41(6)$ .

En esta división, el residuo nunca es cero, y la expresión decimal tiene dos cifras que no se repiten y una cifra que se repite indefinidamente. En este caso 41 es el anteperiodo y 6 es el periodo.

## TALLER N°2 EXPERSION DECIMAL DE LOS NUMEROS RACIONALES

1. Escribe la expresión decimal correspondiente a cada uno de los siguientes números racionales

a.  $\frac{13}{5}$

b.  $-\frac{13}{5}$

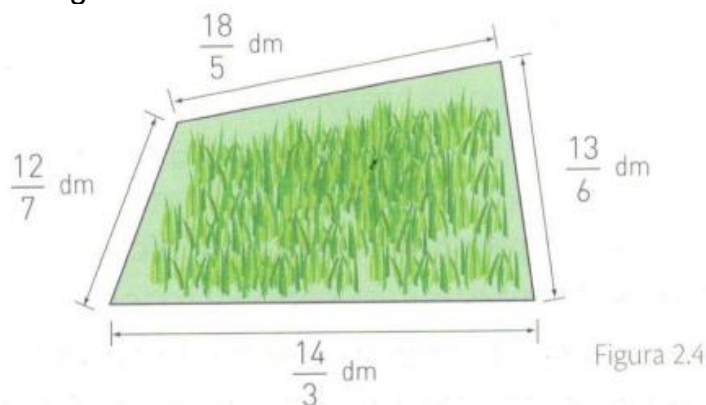
c.  $\frac{5}{11}$

d.  $-\frac{8}{12}$

e.  $-\frac{63}{7}$

f.  $\frac{11}{9}$

2. En la figura se muestran las dimensiones de un terreno para el pastoreo



¿Cuáles de esas medidas tiene expresiones decimales finitas y cuales infinitas?

3. indica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F)

a. La expresión decimal de  $\frac{150}{10}$  es 1,5. ( )

b.  $-3,45$  es la expresión decimal de  $-\frac{345}{100}$ . ( )

c.  $-\frac{32}{100}$  es equivalente a  $-3,2$ . ( )

d.  $45,6$  es la expresión decimal de  $\frac{456}{10}$ . ( )

4. relaciona cada fracción con su expresión decimal

|                  |                   |
|------------------|-------------------|
| a. $\frac{1}{4}$ | 2                 |
| b. $\frac{8}{4}$ | $0,1\overline{6}$ |
| c. $\frac{1}{6}$ | 0,25              |

## NUMEROS RACIONALES EN LA RECTA NUMERICA

En la Figura 2.6 se observa el peso de cinco bultos.



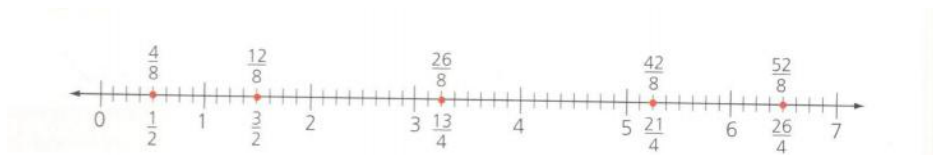
Figura 2.6

- ¿Cómo podría representarse en la recta numérica el peso de cada bulto?

Para representar el peso de cada bulto en la recta numérica, primero se debe expresar cada peso en fracciones con el mismo denominador.

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{12}{8} = \frac{26}{8} = \frac{42}{8} = \frac{52}{8}$$

Posteriormente, se divide cada unidad de la recta según lo que indica el denominador (ocho partes iguales) y se toman tantas partes como indique el numerador. La representación de los pesos en la recta numérica se observa en la Figura

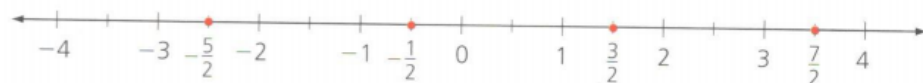


Los números racionales se ubican en la recta numérica tanto a la derecha como a la izquierda del 0. A la derecha se hallan los racionales positivos y a la izquierda los racionales negativos.

#### Ejemplo 1

Si se divide en dos partes iguales cada segmento unidad en la recta numérica, se pueden representar los números racionales cuya representación fraccionaria tenga como denominador 2. En la recta numérica de la Figura 2.9 se observa la representación de los números racionales:

$$\frac{3}{2}, \frac{7}{2}, -\frac{1}{2} \text{ y } -\frac{5}{2}$$



### TALLER N°4 NUMEROS RACIONALES EN LA RECTA NUMERICA

1. Representa en la recta numérica cada numero racional

a.  $\frac{3}{5}$

b.  $-\frac{4}{2}$

c.  $-\frac{6}{4}$

d.  $\frac{7}{3}$

e.  $\frac{2}{8}$

f.  $-\frac{3}{7}$

2. califica cada afirmación como verdadera (V) o falsa (F)



- a. El número racional  $-\frac{11}{3}$  se ubica en la recta entre  $-3$  y  $-4$ .
- b. En la recta, el número racional  $\frac{27}{9}$  coincide con el número 3.
- c. El número mixto  $8\frac{4}{7}$  se ubica en la recta entre 8 y 9.
- d. El número racional  $-\frac{13}{5}$  se ubica en la recta a la derecha de  $-2$ .
- e. En la recta, el número racional  $\frac{24}{6}$  coincide con el número  $-4$ .
- f. En la recta, el número racional  $\frac{8}{2}$  coincide con el número 5.
- g. Existen infinitos números racionales entre 0 y 1.

3. encierra con un círculo azul los números que se ubican en la recta numérica a la derecha del 0, y con un círculo verde los que se sitúan a su izquierda

- |                     |                    |                   |
|---------------------|--------------------|-------------------|
| a. $-\frac{13}{10}$ | b. $\frac{5}{10}$  | c. $\frac{3}{9}$  |
| d. $-\frac{9}{3}$   | e. $-\frac{7}{35}$ | f. $\frac{23}{7}$ |

## RETO MATEMATICO

Para facilitar la ubicación de las pesas del laboratorio, se ha decidido organizarlas de la más pesada a la más liviana.



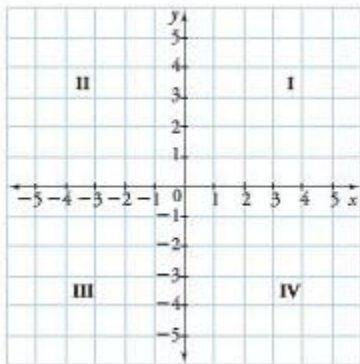
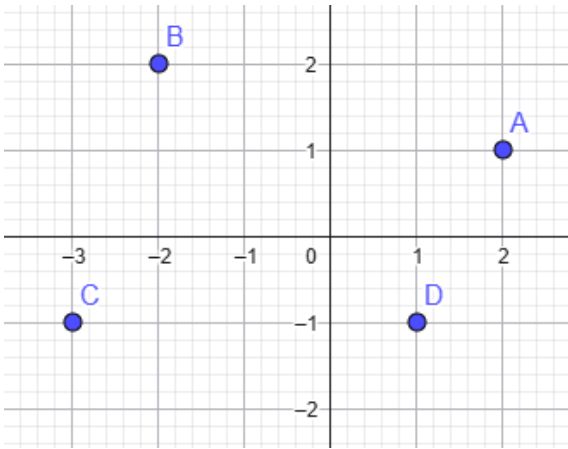
Figura 2.12

- a. Representa en una recta numérica los pesos indicados en la Figura 2.12.
- b. Escribe la expresión decimal correspondiente a cada uno de los pesos.
- c. Expresa en gramos cada uno de los pesos.

## SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

### El plano cartesiano

Un **sistema de coordenadas cartesianas** está formado por dos rectas perpendiculares y graduadas, una horizontal y otra vertical, denominadas **ejes de coordenadas**, que dividen el plano en **cuatro cuadrantes**.



El cero es el origen de plano cartesiano.

El punto **A** de coordenadas (2,1) se escribe así, **A (2,1)** está en el primer cuadrante. Es un par ordenado. El número 2, es la primera coordenada, corresponde al eje horizontal x, el número 1 es la segunda coordenada corresponde al eje vertical y.

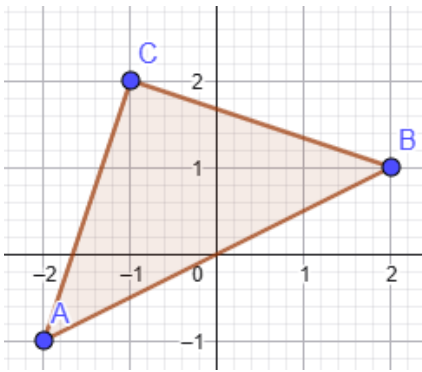
El punto **B** de coordenadas (-2,2) se escribe así, **B (2,1)** está en el segundo cuadrante

El punto **C** de coordenadas (-2,-1) se escribe así, **C (-2,-1)** está en el tercer cuadrante

El punto **D** de coordenadas (1,-1) se escribe así, **D (2,1)** está en el cuarto cuadrante

Una **pareja ordenada** es una representación numérica que consta de dos números escritos en un orden específico. la notación  $(x, y)$  representa la pareja ordenada cuyo primer elemento es x (abscisa) y cuyo segundo elemento es y ordenada.

### Representación de un polígono en el plano cartesiano

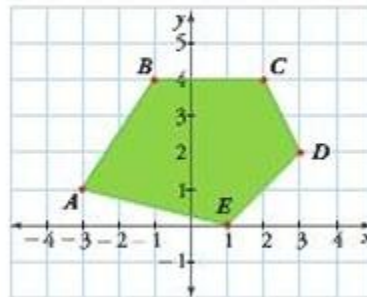


Para representar el polígono en el plano cartesiano ubicamos cada punto en este caso A, B, C, luego trazamos los lados, AB, BC, CA.

### EJEMPLO

En el plano cartesiano está representado el pentágono  $ABCDE$ . Determinar las coordenadas de sus vértices.

Para determinar las coordenadas de los vértices se ubica la abscisa y la ordenada para cada uno. Así, se tiene que las coordenadas son:  $A = (-3, 1)$ ,  $B = (-1, 4)$ ,  $C = (2, 4)$ ,  $D = (3, 2)$  y  $E = (1, 0)$ .

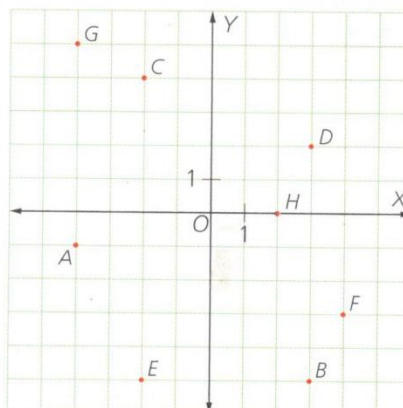


## TALLER N°5 COORDENADAS EN EL PLANO CARTESIANO

1. Representa en el plano cartesiano las coordenadas de los siguientes puntos

$A(3, 2)$      $B(5, 3)$      $C(3, 1)$      $I(-4, 7)$   
 $H(0, 2)$      $K(3, 0)$      $L(0, 0)$      $N(0, -3)$   
 $D(1, 1)$      $J(6, 1)$      $M(8, 5)$      $E(-4, 0)$

2. Escribe las coordenadas de los puntos A,B,C,D,E,F,G,H que aparecen en la figura



3. indica el cuadrante donde se ubica cada uno de los puntos cuyas coordenadas son:

$$A(-7, -4), B(6, -2), C(-2, 1), D(2, 5) \text{ y } E(-4, 6)$$

4. representa los siguientes puntos sobre un mismo plano cartesiano

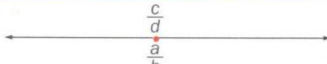
$$A\left(0, \frac{9}{2}\right) \quad , \quad B\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{2}\right)$$

$$D\left(-\frac{5}{8}, 1\right) \quad E\left(2, -\frac{3}{4}\right)$$

$$G\left(-3, -\frac{11}{2}\right) \quad H\left(-\frac{15}{2}, 0\right)$$

## RELACIÓN DE ORDEN EN LOS NÚMEROS RACIONALES.

Dados los números racionales  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$ , se verifica una y solo una de las siguientes relaciones:  $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ ,  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  o  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ .

| Relaciones de orden entre los números racionales                                    |                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Representación en la recta numérica                                                 | Relación de orden                                                                                             |
|   | $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , porque $\frac{a}{b}$ está a la izquierda de $\frac{c}{d}$ en la recta numérica. |
|  | $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , porque les corresponde el mismo punto en la recta numérica.                     |
|  | $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$ , porque $\frac{a}{b}$ está a la derecha de $\frac{c}{d}$ en la recta numérica.   |

### Ejemplo 2

Para ordenar los números  $\frac{5}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{3}{2}$  y  $\frac{9}{4}$ , se ubican en una recta numérica como se muestra en la Figura 2.26.

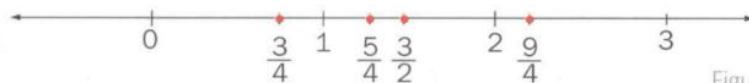


Figura 2.26

### Ejemplo 2

Para comparar los números  $-\frac{3}{10}$  y  $-\frac{1}{9}$ , se pueden seguir estos pasos:

- Se encuentra el mínimo común múltiplo de los denominadores; esto es, 90.
- Se amplifican las fracciones para expresarlas con denominador 90.

$$-\frac{3}{10} = \frac{-3 \cdot 9}{10 \cdot 9} = \frac{-27}{90} \text{ y } -\frac{1}{9} = \frac{-1 \cdot 10}{9 \cdot 10} = \frac{-10}{90}$$

$$\frac{-10}{90} > \frac{-27}{90}, \text{ porque } -10 > -27$$

$$\text{Entonces, } -\frac{10}{90} > -\frac{27}{90} \Rightarrow -\frac{1}{9} > -\frac{3}{10}.$$

### Ejemplo 3

En una competencia de patinaje, los tres competidores que se disputaban el paso a la final registraron los siguientes tiempos: Juan  $\frac{3}{4}$  de hora, Camilo  $\frac{1}{2}$  de hora y Fernando  $\frac{8}{15}$  de hora. Para saber quién llegó en primer lugar, se amplifican las fracciones correspondientes a los tiempos de los competidores para obtener fracciones homogéneas cuyo mínimo común múltiplo de los denominadores sea 60.

$$\text{Así, } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 15}{4 \cdot 15} = \frac{45}{60}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 30}{2 \cdot 30} = \frac{30}{60}, \quad \frac{8}{15} = \frac{8 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{32}{60}.$$

Luego, se escoge la menor de todas las fracciones obtenidas, que es  $\frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ , ya que corresponde al menor de los tiempos. De esta forma, Camilo fue quien llegó en primer lugar por haber gastado el menor tiempo.

## TALLER N°6 RELACIÓN DE ORDEN EN LOS NÚMEROS RACIONALES.

1.

Escribe  $>$ ,  $<$  o  $=$ , según corresponda.

a.  $\frac{7}{5}$    $\frac{8}{3}$

b.  $\frac{5}{4}$    $\frac{10}{8}$

c.  $2\frac{3}{2}$    $2\frac{7}{4}$

d.  $\frac{1}{3}$    $2\frac{1}{3}$

2. ordena de menor a mayor los números racionales de cada lista

a.  $\frac{3}{5}, 2\frac{1}{3}, 2\frac{2}{3}, \frac{1}{2}$

b.  $2\frac{5}{6}, \frac{13}{10}, 2\frac{1}{5}, \frac{10}{10}$

c.  $\frac{22}{42}, -\frac{4}{14}, -\frac{8}{30}, \frac{14}{18}$

3. escribe un número natural en cada espacio vacío, de tal forma que se satisfaga la desigualdad correspondiente

a.  $2\frac{1}{4} < 2\frac{6}{\quad}$

b.  $\frac{\quad}{5} < \frac{4}{10}$

c.  $\frac{3}{\quad} > \frac{1}{2}$

d.  $2\frac{2}{4} > \frac{\quad}{5}$

## REGLA DE TRES COMPUESTA

Una regla de tres compuesta es un procedimiento utilizado para resolver problemas que involucren más de dos magnitudes proporcionales.

Las magnitudes  $x$ ,  $y$  y  $z$  (magnitud que contiene el dato desconocido) se pueden relacionar con las siguientes razones.

**Magnitud  $x$**

$$\frac{a}{b}$$

**Magnitud  $y$**

$$\frac{c}{d}$$

**Magnitud  $z$**

$$\frac{e}{f}$$

Con base en estas, se puede plantear la ecuación que permite resolver un problema que involucre la regla de tres compuesta así:

- Si la magnitud  $z$  es directamente proporcional a las magnitudes  $x$  y  $y$ , entonces

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

- Si la magnitud  $z$  es inversamente proporcional a las magnitudes  $x$  y  $y$ , entonces

$$\frac{b}{a} \cdot \frac{d}{c} = \frac{e}{f}$$

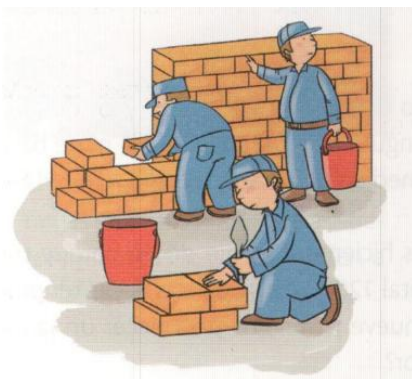
- Si la magnitud  $z$  es directamente proporcional a la magnitud  $x$  e inversamente proporcional a la magnitud  $y$ , entonces

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{e}{f}$$

miremos el siguiente ejemplo

El director de una obra ha establecido que para levantar doce paredes, contratando ocho obreros, gasta diez días.

- ¿Cuánto tiempo empleará para levantar 30 paredes, contando con diez obreros?



**Para resolver este problema es necesario utilizar una regla de tres compuesta, como se muestra a continuación.**

**1.** Se plantea una razón para cada una de las magnitudes involucradas en la situación.

**Cantidad de paredes**

12 / 30

**Cantidad de obreros**

8 / 10

**Tiempo de obra (en días)**

10 / x

**2.** Se determina la relación entre cada una de las dos primeras magnitudes con la tercera magnitud que es la que contiene la incógnita.

- Las magnitudes **cantidad de paredes** y **tiempo de la obra** son magnitudes directamente proporcionales.
- Las magnitudes **cantidad de obreros** y **tiempo de la obra** son magnitudes inversamente proporcionales.

**3.** Se plantea una sola ecuación y se halla el término desconocido.

$$\begin{aligned}\frac{12}{30} \cdot \frac{10}{8} &= \frac{10}{x} \\ \frac{120}{240} &= \frac{10}{x} \\ \frac{1}{2} &= \frac{10}{x} \\ x &= 20\end{aligned}$$

**Por lo tanto, para levantar 30 paredes contratando diez obreros se requieren 20 días.**

## TALLER N°7 REGLA DE TRES COMPUESTA

solucione las siguientes situaciones

**1.**

Se sabe que para hacer doce paredes contratando a ocho obreros se emplean diez días.

- ¿Cuántos obreros se necesitan para levantar 24 paredes en 16 días?
- ¿Cuántas paredes se podrán levantar si se cuenta con doce obreros y un periodo de 30 días?

**2.** Para un grupo de 20 excursionistas, se requieren 25 cajas de enlatados para sobrevivir durante cinco días.



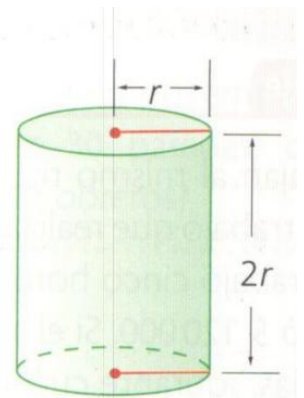
- ¿Para cuánto tiempo alcanzarán 20 cajas de enlatados si asisten diez excursionistas?
- ¿Para cuántos excursionistas alcanzarán 40 cajas de enlatados si la excursión dura diez días?
- ¿Cuántas cajas de enlatados se requerirían si asisten 20 excursionistas por un tiempo de ocho días?
- ¿Para cuánto tiempo alcanzarán 20 cajas de enlatados si asisten los 20 excursionistas?
- ¿Para cuántos excursionistas alcanzarán 12 cajas de enlatados si la excursión dura cuatro días?
- ¿Cuántas cajas de enlatados se necesitan si asisten cinco excursionistas más y la excursión dura tres días?

## LENGUAJE ALGEBRAICO

Una **expresión algebraica** es una combinación de números y letras relacionados entre sí por los signos de las operaciones aritméticas: adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación.

El volumen del cilindro de la Figura 3.16, cuya altura  $h$  mide el doble del radio  $r$  de la base, se calcula mediante la expresión:

$$\begin{aligned} V &= A_{\text{base}} \cdot h \\ &= \pi r^2 \cdot 2r \\ &= 2\pi r^3 \end{aligned}$$



El **valor numérico de una expresión algebraica** es el número que se obtiene al sustituir las letras por números determinados y hacer las operaciones indicadas.

Para calcular el volumen del cilindro de la Figura 3.16, cuando  $r = 3$ , basta con tener en cuenta que en el ejemplo 2 se dedujo que el volumen del cilindro se representa con la expresión  $V = 2\pi r^3$ .

Entonces se reemplaza el valor de  $r$ .

$$V = 2\pi r^3 = 2\pi(3)^3 = 2\pi(27) = 54\pi$$



## TALLER N°8 LENGUAJE ALGEBRAICO

1.

Utiliza el lenguaje algebraico para escribir las siguientes expresiones.

- a. El cuadrado de un número más su mitad.
- b. El triple de un número menos cuatro.
- c. El triple de un número más su cuarta parte.

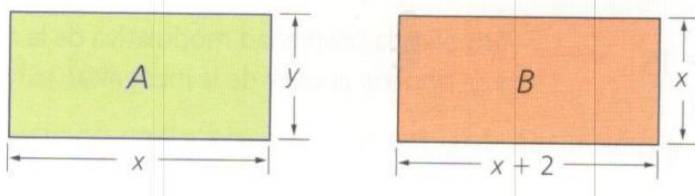
2.

Expresa los siguientes enunciados en lenguaje algebraico. Llama  $x$  y  $y$  a las edades actuales de dos hermanos.

- a. La suma de las edades que tenían los hermanos hace 5 años.
- b. El producto de las edades que tendrán dentro de 6 años.
- c. La diferencia entre la edad del hermano mayor y la mitad de la edad del hermano menor.

3.

Expresa algebraicamente el perímetro y el área de cada uno de los rectángulos de la Figura 3.17.



4.

Halla el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas para los valores que se indican.

- a.  $x^2 - x$ , para  $x = 3$
- b.  $4x - 5$ , para  $x = 1$
- c.  $3z^2 - 10$ , para  $z = 2$
- d.  $20 - 2rt^2$ , para  $r = 1$  y para  $t = 5$

## **ESTADISTICA EJE VARIACIONAL**

### **MEDIA ARITMETICA O PROMEDIO**

La media aritmética o promedio de un conjunto de datos es el cociente entre la suma de todos los datos y el número total de estos.

observa los siguientes ejemplos

ejemplo 1

Julián hizo un recorrido diario durante su preparación para participar en una carrera. Él registró la distancia que recorrió durante una semana en la Tabla 6.16.

| Días      | Distancia (km) |
|-----------|----------------|
| Lunes     | 11,4           |
| Martes    | 12,1           |
| Miércoles | 12,5           |
| Jueves    | 10,8           |
| Viernes   | 11,3           |
| Sábado    | 12,4           |
| Domingo   | 11,5           |

- Si la distancia promedio de la semana anterior fue de 12,3 km, ¿se puede afirmar que esta semana obtuvo un mejor promedio?

Para determinar el promedio de la distancia recorrida por Julián durante la semana, se suman las distancias y el resultado se divide entre el número de días.

$$\frac{11,4 + 12,1 + 12,5 + 10,8 + 11,3 + 12,4 + 11,5}{7} = \frac{82}{7} = 11,71 \text{ km}$$

Al comparar el promedio de la distancia recorrida por Julián la semana anterior con el obtenido esta semana, se puede concluir que su promedio bajó, pues  $11,71 < 12,3$ .

La **media aritmética** o **promedio** de un conjunto de datos es el cociente entre la suma de todos los datos y el número total de estos.

ejemplo 2

A continuación se presentan los datos correspondientes al tiempo (en horas) que un grupo de estudiantes dedica a navegar en internet.

|   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 5 | 5 | 8 | 5 | 7 |
| 4 | 5 | 7 | 4 | 8 | 5 | 7 |
| 5 | 5 | 5 | 4 | 6 | 6 | 6 |
| 5 | 5 | 7 | 5 | 6 | 5 | 5 |
| 3 | 6 | 4 | 6 | 5 | 4 | 3 |

Los datos anteriores se registraron de manera ordenada en la Tabla 6.17 para hacer más fácil el cálculo del promedio.

| Tiempo en horas | Frecuencia absoluta | Dato · frecuencia |
|-----------------|---------------------|-------------------|
| 3               | 3                   | $3 \cdot 3 = 9$   |
| 4               | 5                   | $4 \cdot 5 = 20$  |
| 5               | 15                  | $5 \cdot 15 = 75$ |
| 6               | 6                   | $6 \cdot 6 = 36$  |
| 7               | 4                   | $7 \cdot 4 = 28$  |
| 8               | 2                   | $8 \cdot 2 = 16$  |
| Total           | 35                  | 184               |

Tabla 6.17

La primera columna, muestra el tiempo semanal en horas que dedican a navegar en Internet; la segunda columna indica la frecuencia absoluta de cada tiempo, y en la tercera se calcula el producto de cada tiempo por su frecuencia.

Por tanto, en promedio los estudiantes navegan por internet  $\frac{184}{35} = 5,26$  horas semanales.

## MODA

En un estudio estadístico, el dato con mayor frecuencia absoluta se denomina **moda** del grupo de datos.

### Ejemplo

Una empresa de transporte terrestre selecciona los sitios de Boyacá con mayor demanda de pasajes. Para cada uno registró el número de pasajes vendidos durante una semana. (Tabla 6.18)

| Ciudad         | Número de pasajes |
|----------------|-------------------|
| Chiquinquirá   | 516               |
| Duitama        | 750               |
| Sogamoso       | 682               |
| Paipa          | 650               |
| Villa de Leyva | 676               |
| Valle de Tenza | 704               |

Tabla 6.18

A partir de la información se puede afirmar que la moda de los datos es Duitama (por tener la mayor frecuencia).

## MEDIANA

El valor central de un grupo ordenado de datos se denomina **mediana**. La mediana divide los datos en dos partes porcentualmente iguales y en algunos casos no es el valor de ninguno de los datos dados

Para hallar la mediana se elabora una lista ordenada de los datos y se establece la posición de cada uno.

Si la lista tiene un número impar de datos, la mediana corresponde al dato que ocupa la posición central.

Cuando la lista tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos que ocupan las posiciones centrales.

### Ejemplo

Para hallar la mediana del siguiente grupo de datos:

15, 18, 19, 15, 13, 18, 19, 19, 15, 14, 13, 17,

se ordenan los datos de menor a mayor. Como el grupo tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los datos centrales.

13, 13, 14, 15, 15, 15, 17, 18, 18, 19, 19, 19

└──────────┘ └──┘ └──────────┘  
datos centrales

$$\text{Promedio} = \frac{15 + 17}{2} = 16$$

La mediana del grupo de datos es 16.

## TALLER N°1 MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

1. halla la media aritmética en los casos que sea posible hacerlo. en el conjunto que no se puede calcular

- a. Azul, rojo, rojo, verde, azul, rojo, rojo
- b. 1 000, 1 000, 1 000, 1 500, 1 000, 1 500, 1 000, 1 000
- c. 5, 6, 7, 8, 4, 5, 6, 7, 6
- d. Masculino, femenino, femenino, femenino

2. halla la media aritmética de los siguientes conjuntos de datos

- a. 2, 1, 4, 6, 3
- b. 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5
- c. 7, 8, 4, 3, 6, 7
- d. 6, 5, 4, 3, 7, 6, 5, 4, 3, 0, 7, 5

3. a partir de una encuesta a los estudiantes de séptimo grado sobre la zona en la ciudad en la cual viven se obtuvieron los datos de la siguiente grafica (responder las preguntas con base en la grafica)

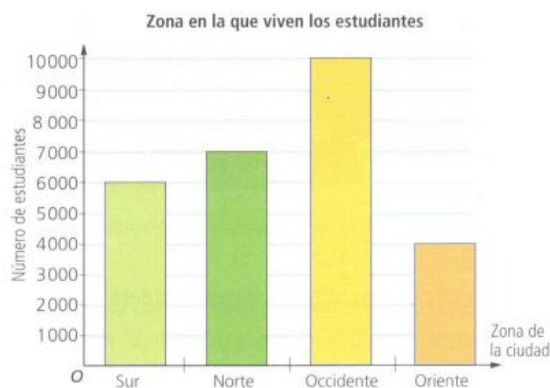


Figura 6.10

- a. ¿Cuál es la variable que se está estudiando en este caso?
- b. ¿Qué tipo de variable es?
- c. ¿Cuál es el dato con mayor frecuencia?
- d. ¿Cuál es el dato que se presenta con menor frecuencia?
- e. ¿Cuál es la moda del conjunto de datos?

4. el psicólogo de un colegio hizo un sondeo entre los estudiantes de un curso para determinar la cantidad de tiempo del día que utilizan en actividades de ocio y esparcimiento (responder las preguntas con base en la tabla y realizando los procedimientos adecuados)

| En minutos |    |    |    |    |     |    |
|------------|----|----|----|----|-----|----|
| 30         | 40 | 50 | 45 | 30 | 30  | 60 |
| 30         | 45 | 55 | 70 | 45 | 120 |    |

Tabla 6.19

- ¿Cuál es el objetivo del estudio?
- ¿A cuántos estudiantes se les preguntó?
- ¿Cuál es el promedio de tiempo que los estudiantes tienen para realizar las actividades de esparcimiento?
- ¿Cuál es la mediana de los tiempos de ocio?

5. escoge dos de las siguientes preguntas y realiza una encuesta a tus compañeros de clase, después determina la media, la moda y la mediana de los datos obtenidos

- ¿Cuál es la estatura promedio de los estudiantes de tu curso?
- ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes de tu curso?
- ¿Cuál es el tiempo promedio que los estudiantes de tu curso dedican para practicar deporte semanalmente?
- ¿Qué tiempo promedio dedican los estudiantes a navegar por internet semanalmente?

## **GEOMETRIA EJE METRICO**

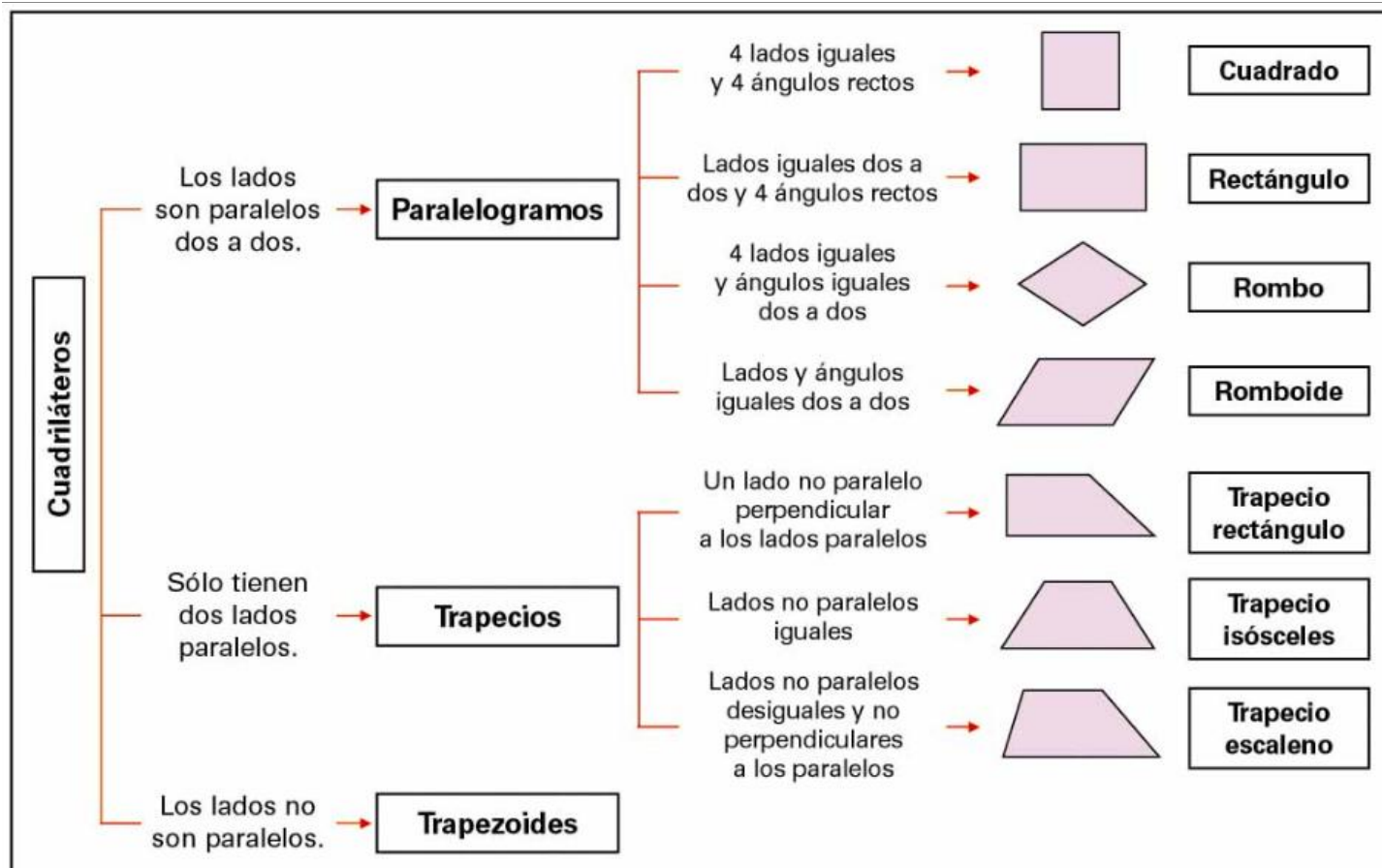
### **CUADRILATEROS Y SU CLASIFICACION**

Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados, cuatro vértices y cuatro ángulos interiores. La suma de sus ángulos interiores es igual a  $360^\circ$ . Además, tienen 2 diagonales.

Los cuadriláteros tienen tres clasificaciones principales: paralelogramos, trapecios y trapecoides.

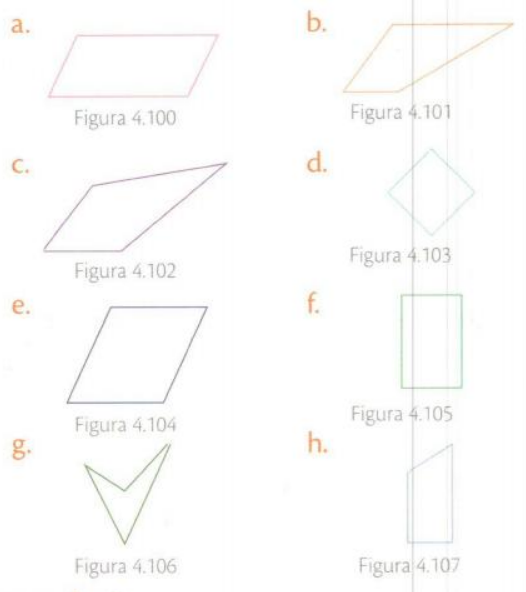
Copia el siguiente mapa en tu cuaderno





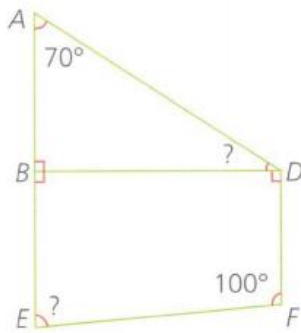
## TALLER N°1 CUADRILATERO Y SU CLASIFICACION

1. Clasifica estas figuras según el tipo de cuadrilatero al que corresponda cada una

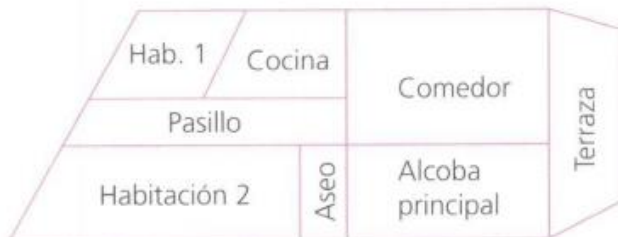




2. Observa la siguiente figura que esta formada por el cuadrilátero DFEB y el triangulo ADB ¿ Cuanto miden el Angulo E y Angulo D?



3. observa en la figura el plano de una casa y escribe el nombre del cuadrilátero que representa a cada lugar



## MOVIMIENTOS EN EL PLANO

### TRASLACION

La **traslación** es el movimiento de una figura sobre el plano a lo largo de una línea recta, que sigue la **dirección** y el **sentido** indicados por un vector. Este movimiento no cambia la forma ni el tamaño de la figura.

La Figura 4.112 muestra que el polígono  $ABCD$  se trasladó siete unidades hacia la derecha.

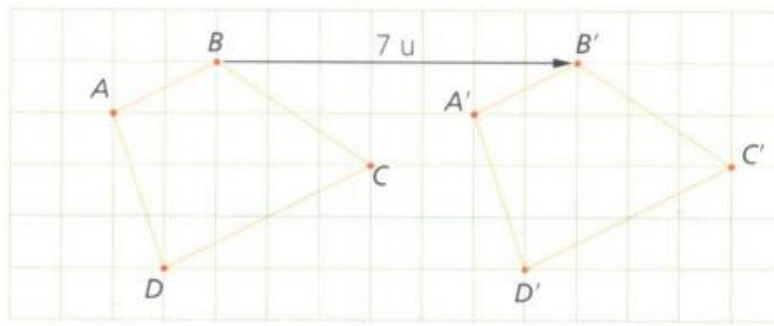
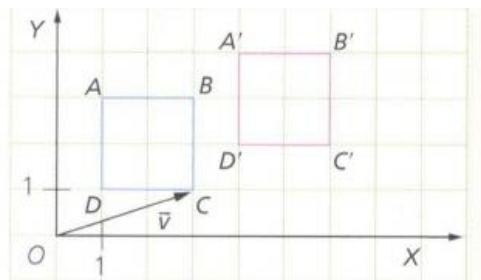


Figura 4.112

Para trasladar el cuadrado  $ABCD$  de la Figura 4.113, se debe tener en cuenta la longitud, la dirección y el sentido de la traslación indicados por el vector  $\vec{v}$ .

Figura 4.113



El vector  $\vec{v}$  indica que el movimiento de cada punto debe ser de tres unidades a la derecha y una unidad hacia arriba. De esa manera se obtienen los vértices del polígono trasladado  $A'B'C'D'$ .

Otra forma de realizar la traslación del polígono  $ABCD$  es trazando segmentos de la misma longitud paralelos al vector  $\vec{v}$  desde cada uno de los vértices del cuadrado, determinando así los puntos  $A'B'C'D'$  (Figura 4.114).

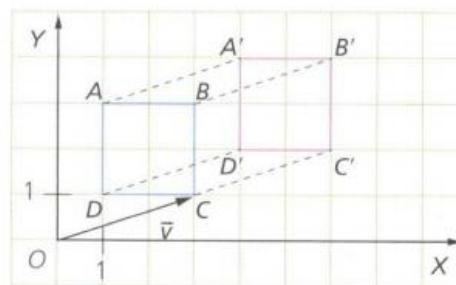


Figura 4.114

El cuadrado  $A'B'C'D'$  obtenido es la imagen del cuadrado  $ABCD$  mediante una traslación.

## ROTACION

La **rotación** es el movimiento de una figura sobre el plano alrededor de un punto fijo llamado **centro de rotación** y con un **ángulo de giro** en sentido positivo (movimiento contrario al de las manecillas del reloj) o negativo (en el mismo sentido al de las manecillas del reloj).

Para rotar el  $\triangle ABC$ ,  $90^\circ$  en el sentido de las manecillas del reloj y alrededor del punto  $(0, 0)$ , se realiza el siguiente procedimiento:

1. Se trazan segmentos que unan el centro de rotación  $(0, 0)$  con cada uno de los vértices del polígono; luego, con el compás se trazan arcos que tengan centro en  $(0, 0)$  y pasen por cada uno de los vértices del triángulo (Figura 4.115).
2. Se mide la amplitud del ángulo en el sentido indicado con respecto a los segmentos trazados en el paso 1 y se trazan nuevos segmentos que corten los arcos en  $A'$ ,  $B'$  y  $C'$ .

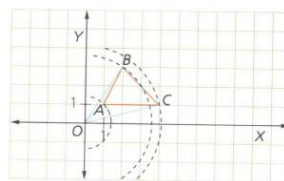
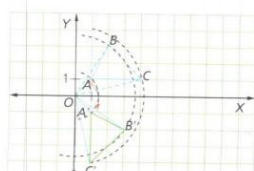
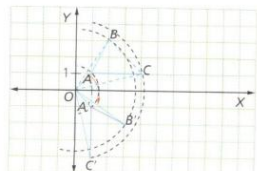


Figura 4.115



## REFLEXION

La **reflexión** de una figura respecto a un eje es una transformación geométrica que a cada punto  $P$  de la figura le hace corresponder un punto  $P'$  al otro lado del **eje de reflexión** y a la misma distancia de este.

Refleja el polígono  $CDEFG$  de la Figura 4.118 con respecto a la recta  $s$ .

Al seguir los pasos para reflejar una figura en el plano, se obtiene el polígono  $C'D'E'F'G'$ , tal como en la Figura 4.119.

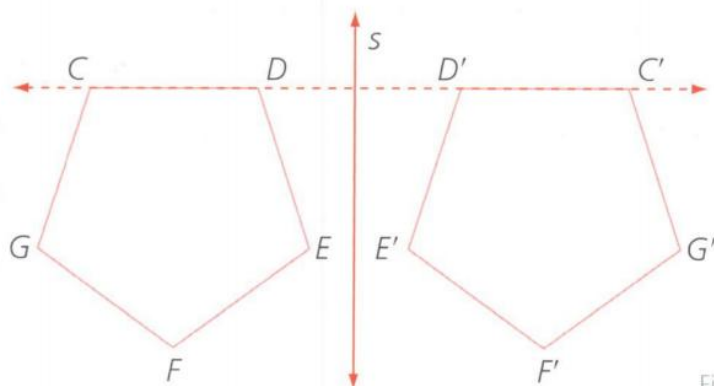
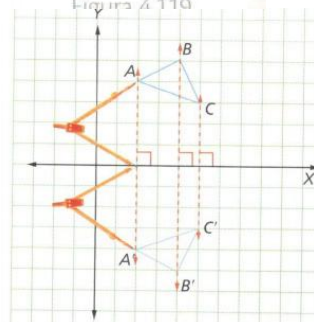


Figura 4.119



El triángulo  $ABC$  de la Figura 5.117 se refleja con respecto al eje  $X$  así:

1. Se traza una recta perpendicular al eje de reflexión que pase por el vértice  $A$ .
2. Con el compás, se mide la distancia del vértice  $A$  al eje de reflexión y, sobre la perpendicular, se ubica  $A'$  al otro lado del eje.
3. Se repite el proceso con cada vértice del polígono para obtener  $B'$  y  $C'$ .

Se trazan  $\overline{A'B'}$ ,  $\overline{B'C'}$  y  $\overline{A'C'}$ ; de esta forma se obtiene el triángulo  $A'B'C'$ , que es la imagen del triángulo  $ABC$  mediante la reflexión.

## HOMOTECIA

Una **homotecia** es una transformación que se realiza sobre una figura en el plano con el fin de obtener figuras semejantes a la dada. Para efectuar una homotecia, se debe elegir un centro denominado **foco** y un **factor de proporcionalidad** o **razón de la homotecia**.

Observa cómo se aplica al triángulo de vértices  $A(2, 3)$ ,  $B(2, 1)$  y  $C(5, 1)$ , una homotecia con centro en el punto  $(0, 0)$  y factor de proporcionalidad 2.

Como la razón de homotecia es 2 y el foco está en  $(0, 0)$ , basta con multiplicar las coordenadas de cada vértice del  $\triangle ABC$  por 2 para obtener las coordenadas de los vértices del triángulo semejante.

$$A' = (2 \cdot 2, 2 \cdot 3) = (4, 6)$$

$$B' = (2 \cdot 2, 2 \cdot 1) = (4, 2)$$

$$C' = (2 \cdot 5, 2 \cdot 1) = (10, 2)$$

En la Figura 4.130 se observa el triángulo  $ABC$  y su imagen  $\triangle A'B'C'$  mediante la homotecia.

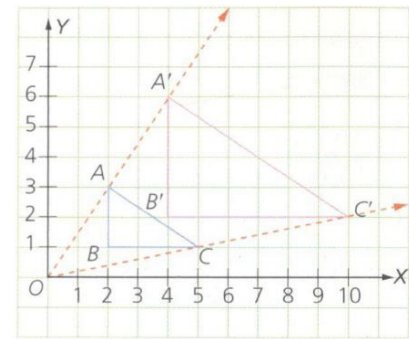
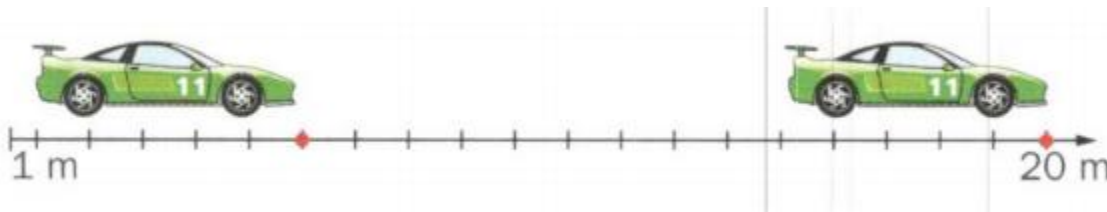


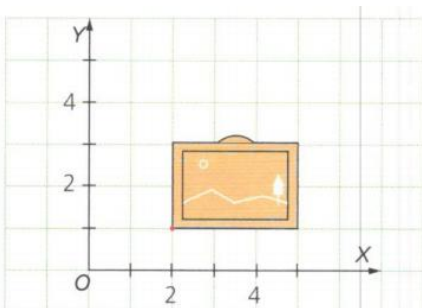
Figura 4.130

## TALLER N°2 MOVIMIENTOS EN EL PLANO

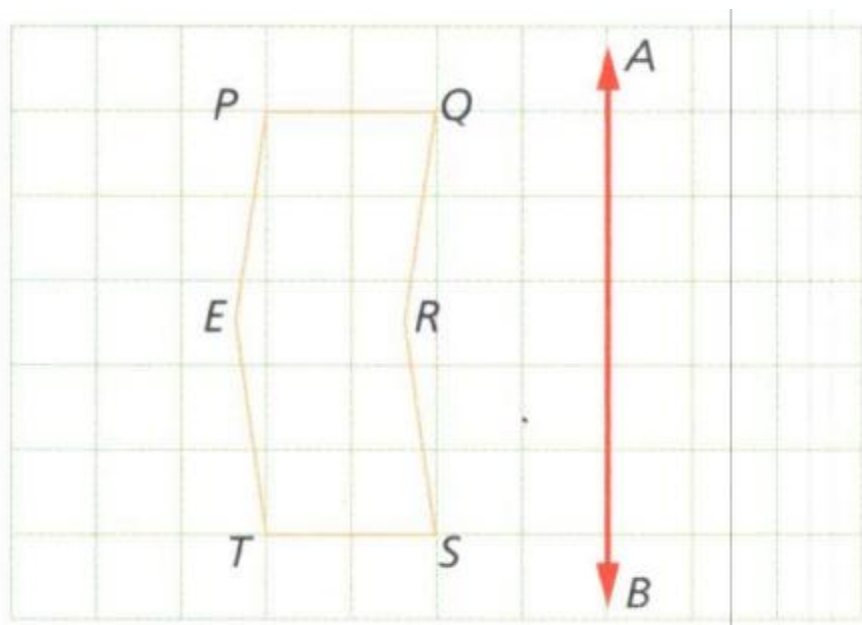
1. Observa la figura y determina cuantos metros se trasladó el automóvil y en que dirección



2. traslada el cuadro de la figura cuatro unidades hacia abajo y cuatro unidades hacia la derecha

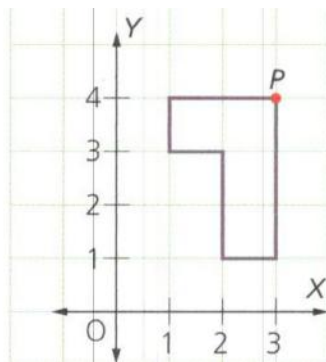


3. dibuja la reflexión del polígono de la figura con respecto al segmento AB



4. realiza sucesivamente los movimientos que se indican en cada caso

- a. Traslada dos unidades hacia la derecha y señala el punto  $P'$ . Rota  $90^\circ$  en sentido positivo con centro en  $P'$  y refleja con respecto al eje X.

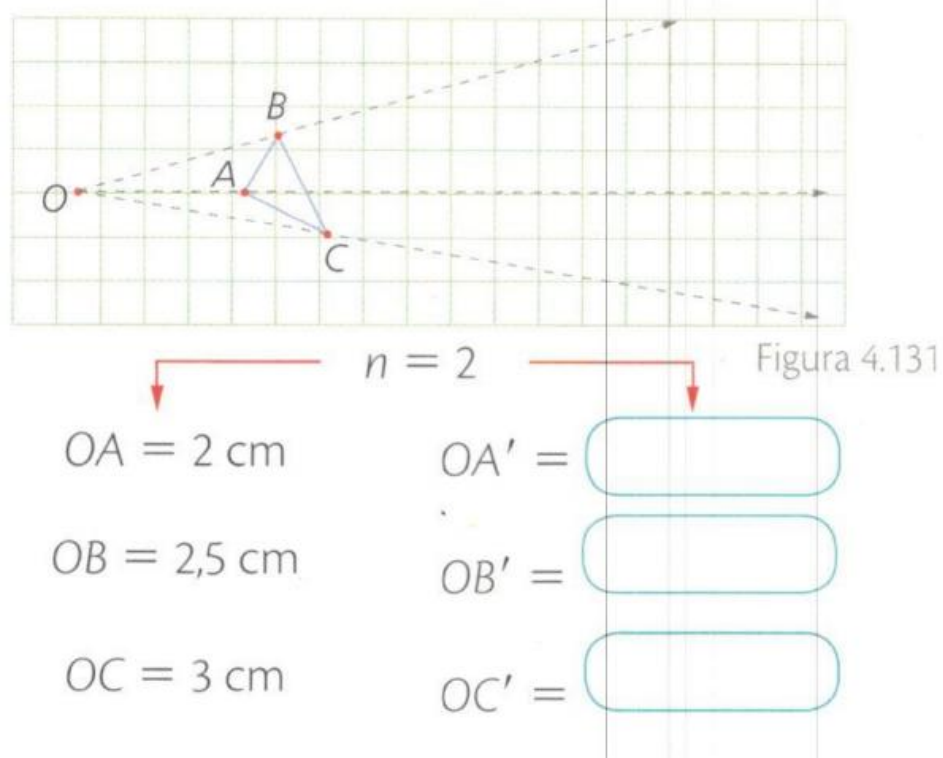


5. Escribe verdadero (v) o falso (F) según corresponda

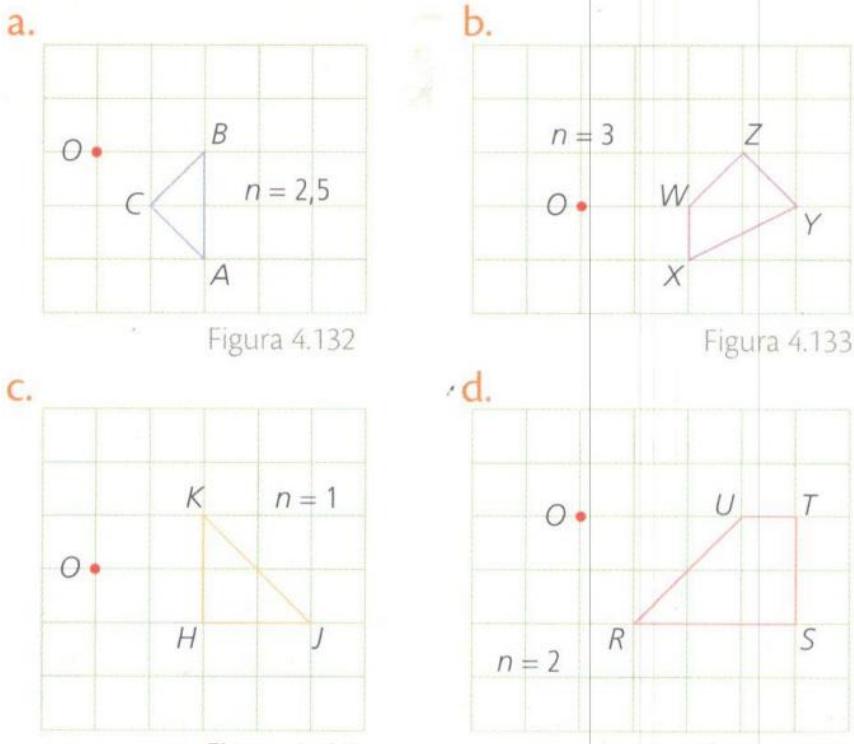
- La figura que se obtiene al aplicar una rotación no es congruente con la inicial. ( )
- Una traslación es un movimiento que se puede realizar en cualquier dirección. ( )
- Al girar cualquier figura, esta mantiene su forma y su tamaño. ( )
- En una reflexión, cada punto y su imagen están a la misma distancia del eje de reflexión. ( )
- La rotación es el movimiento de una figura sobre el plano alrededor de una recta fija llamada eje de rotación. ( )



6.Aplica la homotecia con foco en O y factor de proporcionalidad 2 al triangulo ABC de la figura



7.Aplica a cada polígono las homotecias indicadas con foco en el punto dado



## LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

La longitud de la circunferencia se puede calcular con la expresión

$$L = \pi \cdot d,$$

donde  $d$  representa la longitud del diámetro de la circunferencia. Como la longitud del diámetro ( $d$ ) es el doble de la del radio ( $r$ ), se tiene que:

$$L = 2 \cdot \pi \cdot r.$$

La constante  $\pi$  se aproxima a 3,14.

## EJEMPLOS

### Ejemplo 1

Se quiere fabricar una banda de plástico de forma circular para proteger los dientes de una sierra como la de la Figura 5.20.

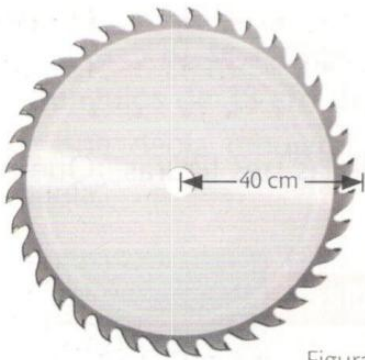


Figura 5.20

La medida de la banda de plástico que se requiere se halla calculando la longitud de una circunferencia de 40 cm de radio.

Para conocer la medida de la banda de plástico se reemplaza en la expresión el valor del radio y la aproximación de  $\pi$ .

$$\begin{aligned} L &= 2 \cdot \pi \cdot r \\ &= 2 (3,14) (40 \text{ cm}) \\ &= 251,2 \text{ cm} \end{aligned}$$

Por lo anterior, la banda de plástico debe medir 251,2 cm.

- ¿Qué medida debe tener esta protección?



### Ejemplo 2

Para calcular la medida del radio de una circunferencia cuya longitud es de 9,2 cm, se despeja  $r$  en la fórmula de la longitud de la circunferencia, se reemplazan los datos conocidos y se realizan las operaciones necesarias.

Así, como  $L = 2 \cdot \pi \cdot r$ , entonces:

$$r = \frac{L}{2 \cdot \pi} = \frac{9,2 \text{ cm}}{2 \cdot 3,14} = 1,46 \text{ cm.}$$

Por lo tanto, la medida del radio de la circunferencia aproximadamente es 1,46 cm.

### Ejemplo 3

El radio de la rueda de un camión mide 45 cm. Para saber qué distancia ha recorrido el camión cuando la rueda ha dado 100 vueltas, se halla primero lo que logra avanzar en una sola vuelta y luego se multiplica el valor obtenido por 100.



La rueda avanza en una vuelta:

$$L = 2 \cdot 3,14 \cdot 45 \text{ cm} = 282,6 \text{ cm.}$$

Entonces, cuando la rueda ha dado 100 vueltas, el camión habrá recorrido:

$$282,6 \text{ cm} \cdot 100 = 28\,260 \text{ cm} = 0,2826 \text{ km.}$$

Luego de 100 vueltas, el camión habrá recorrido 0,2826 km.

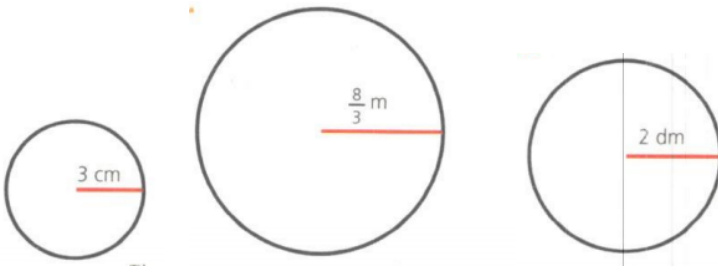
## TALLER N°3 LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

1. Completa este cuadro:

|                 |     |      |      |      |      |      |
|-----------------|-----|------|------|------|------|------|
| <b>Radio</b>    | 3cm | 14cm | 29cm |      |      |      |
| <b>Diámetro</b> |     |      |      | 48cm | 56cm | 90cm |

2. Halla la longitud de la circunferencia cuyo diámetro mide:  
2cm 10cm 100cm 12cm

3. Calcula la longitud de cada circunferencia



4.

Halla la longitud de la circunferencia cuyo diámetro es  $4\text{ cm}$ .

Halla la longitud de la circunferencia cuyo radio es  $\frac{16}{3}\text{ m}$ .

3. Escribe verdadero (v) o falso (F) según corresponda

- a. El perímetro del círculo es igual a la longitud de la circunferencia. ( )
- b. La longitud de la circunferencia es aproximadamente el doble del diámetro. ( )
- c. La longitud de la circunferencia es la mitad del diámetro. ( )
- d. La longitud de la circunferencia es aproximadamente el triple del diámetro. ( )

4.

En una fábrica de muebles se compró una cinta decorativa para colocar alrededor de un vidrio circular de 30 cm de radio. ¿Cuántos vidrios con las mismas dimensiones es posible decorar con una cinta de 90 m?

5.

Mariana construye un aro de 15 dm de diámetro para su clase de gimnasia. ¿Cuál es la longitud de la manguera que utiliza para el aro?

