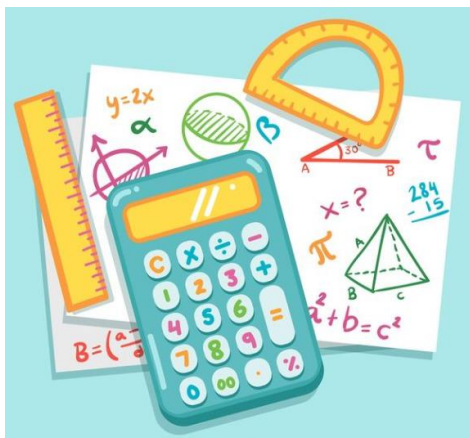




MATEMÁTICAS GUÍA DIDÁCTICA

GRADO 7° PERIODO CUATRO



DOCENTES: FABIAN ESCOBAR CARDENAS, HILDA HOYOS LONDOÑO

Terence Tao: matemáticas y tecnología

Terence Tao es uno de los matemáticos más destacados de la actualidad. Desde niño mostró un gran talento para resolver problemas y descubrir patrones. Sus investigaciones están relacionadas con áreas que hoy son importantes para la tecnología, los algoritmos y la inteligencia artificial.

Tao nos recuerda que las matemáticas no son solo números y fórmulas: son una forma de pensar, crear y resolver los problemas del futuro.

COMPONENTE	SABER CONCEPTUAL	INDICADORES DE DESEMPEÑO
EJE VARIACIONAL Y PENSAMIENTOS ALGEBRAÍCOS ANALÍTICOS	- Ecuaciones con estructura aditiva en los números enteros. - Ecuaciones con estructura multiplicativa en los números enteros. - Ecuaciones con números racionales.	Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones.
EJE GEOMÉTRICO-MÉTRICO	- Poliedros. - Cuerpos redondos. - Área de prismas y pirámides. - Volumen de poliedros. - Unidades de capacidad.	- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas. - Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas. - Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos.
EJE NUMÉRICO	- Adición y sustracción de números racionales. - Multiplicación y división de números decimales. - Potenciación y radicación de números racionales.	- Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones. - Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas en diferentes contextos y dominios numéricos. - Formulo y resuelvo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación. - Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa) en diferentes contextos.
EJE ALEATORIO	- Experimentos y sucesos aleatorios. - Probabilidad.	- Conjeturo acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas de probabilidad. - Predigo y justifico razonamientos y conclusiones usando información estadística.

RUTA DE APRENDIZAJE

MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Tema 1. Adición de números racionales

Tema 2. Sustracción de números racionales

Tema 3. Multiplicación y división de números decimales

Tema 4. Potenciación de números racionales y radicación de números racionales

Tema 5. Ecuaciones con estructura aditiva en los números enteros

Tema 6. Ecuaciones con estructura multiplicativa en los números enteros

Tema 7. Ecuaciones con números racionales

Tema 8. Experimentos y sucesos aleatorios

Tema 9. Probabilidad

GEOMETRÍA

Tema 1. Poliedros y sus elementos

Tema 2. Prismas y pirámides

Tema 3. Área de prismas y pirámides

Tema 4. Cuerpos redondos

Tema 5. Volumen de cuerpos geométricos

Tema 6. Unidades de capacidad y volumen

IMPORTANTE

Todos los ejercicios de esta guía deben desarrollarse en el cuaderno de Matemáticas.

No se tendrá en cuenta únicamente la respuesta final. El procedimiento utilizado para llegar a la respuesta hace parte del trabajo matemático.

TEMA 1. ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

CLASE 1. ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES CON IGUAL DENOMINADOR

TEORÍA

Para sumar números racionales representados como fracciones que tienen el mismo denominador, se suman los numeradores y se conserva el denominador.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

Cuando los numeradores tienen signos diferentes, se aplican las reglas de adición de números enteros y se conserva el denominador común.

El resultado debe simplificarse cuando sea posible.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3 + 2}{7} = \frac{5}{7}$$

Ejemplo 2

$$-\frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{-4 + 2}{9} = -\frac{2}{9}$$

Ejemplo 3

$$-\frac{3}{8} + \left(-\frac{5}{8}\right) = \frac{-3 + (-5)}{8} = -\frac{8}{8} = -1$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla todos los ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

1. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

2. $\frac{4}{9} + \frac{3}{9}$

3. $\frac{5}{8} + \frac{1}{8}$

4. $-\frac{2}{7} + \frac{5}{7}$

5. $-\frac{3}{10} + \frac{1}{10}$

6. $-\frac{4}{11} + \left(-\frac{3}{11}\right)$

7. $\frac{7}{12} + \left(-\frac{5}{12}\right)$

8. $-\frac{9}{15} + \frac{4}{15}$

9. $-\frac{6}{13} + \left(-\frac{4}{13}\right)$

10. $\frac{11}{14} + \left(-\frac{5}{14}\right)$

EJERCICIO DE APLICACIÓN

1) Un submarino se encuentra a una profundidad representada por $-\frac{3}{5}$ de una unidad de referencia y posteriormente desciende $\frac{1}{5}$ de esa unidad.

Representa la situación mediante una suma de números racionales y determina la posición final.

CLASE 2. ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES CON DIFERENTE DENOMINADOR

TEORÍA

Para sumar números racionales con diferente denominador se siguen los siguientes pasos:

- Buscar un denominador común.
- Convertir las fracciones en fracciones equivalentes.
- Sumar los numeradores.
- Conservar el denominador común.
- Simplificar el resultado cuando sea posible.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

Por tanto:

$$\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

Buscamos un denominador común: 4.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

Ejemplo 3

Entonces:

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$-\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$$

Ejemplo 2

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$$

Entonces:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

$$-\frac{2}{3} = -\frac{4}{6}$$

$$-\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla todos los ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

$$1. \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad 2. \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \quad 3. \frac{2}{3} + \frac{1}{6} \quad 4. \frac{3}{4} + \frac{1}{8} \quad 5. \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$$

$$6. -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad 7. -\frac{2}{3} + \frac{1}{4} \quad 8. \frac{3}{5} + \left(-\frac{1}{2}\right) \quad 9. -\frac{3}{4} + \frac{2}{3} \quad 10. -\frac{5}{6} + \frac{3}{8}$$

EJERCICIO DE APLICACIÓN

Un estudiante recorrió $\frac{3}{4}$ km en la mañana y $\frac{2}{3}$ km en la tarde.

¿Cuántos kilómetros recorrió en total?

Plantea la operación y desarrolla el procedimiento en el cuaderno.

CLASE 3. APLICACIÓN DE LA ADICIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

TEORÍA

Los números racionales permiten representar cantidades positivas y negativas. En diferentes situaciones podemos utilizar la adición para representar ganancias y pérdidas, desplazamientos, cambios de temperatura, variaciones de cantidades y posiciones respecto a un punto de referencia.

Para resolver una situación problema se debe:

Identificar la información.

Plantear la operación.

Realizar el procedimiento.

Interpretar el resultado de acuerdo con la situación.

EJEMPLO

Durante la mañana, la temperatura de una ciudad era de $-2\frac{1}{2}^{\circ}\text{C}$. Durante el día aumentó $3\frac{1}{4}^{\circ}\text{C}$.

Operación:

$$-2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4}$$

Convertimos a fracciones impropias:

$$-\frac{5}{2} + \frac{13}{4}$$

Buscamos un denominador común:

$$-\frac{10}{4} + \frac{13}{4} = \frac{3}{4}$$

Por lo tanto, la temperatura final fue de $\frac{3}{4}^{\circ}\text{C}$.

EJERCICIOS EN CLASE

Resuelve las siguientes situaciones en el cuaderno. Debes plantear la operación y mostrar todo el procedimiento.

1. Un ascensor se encuentra en el piso -2 y sube $5\frac{1}{2}$ pisos. ¿En qué posición queda?
2. Un buzo se encuentra a $-4\frac{1}{2}$ metros respecto al nivel del mar y asciende $2\frac{3}{4}$ metros. ¿Cuál es su nueva posición?
3. Una persona tiene una deuda representada por $-\frac{3}{4}$ de cierta cantidad y posteriormente recibe $\frac{5}{6}$ de esa misma cantidad. ¿Cuál es el resultado de la operación?
4. Durante una competencia, un atleta avanza $\frac{7}{8}$ km y posteriormente retrocede $\frac{1}{4}$ km. ¿Cuál es su desplazamiento neto?

5. Resuelve la siguiente operación:

$$-\frac{5}{6} + \frac{3}{4}$$

Explica mediante el procedimiento cómo obtuviste la respuesta.

RETO

Crea una situación que pueda representarse mediante la siguiente operación:

$$-\frac{2}{3} + \frac{5}{4}$$

Escribe la situación, plantea la operación y resuélvela.

TEMA 2. SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

CLASE 1. SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES CON IGUAL DENOMINADOR

TEORÍA

Para restar números racionales representados como fracciones con igual denominador, se restan los numeradores y se conserva el denominador.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

También podemos expresar la sustracción como una adición del opuesto:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{b}\right)$$

Al realizar las operaciones se deben tener en cuenta las reglas de los signos. El resultado debe simplificarse cuando sea posible.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{5 - 2}{7} = \frac{3}{7}$$

Ejemplo 2

$$\frac{2}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2 - 5}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$$

Ejemplo 3

$$-\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{-3 - 2}{8} = -\frac{5}{8}$$

Ejemplo 4

$$-\frac{4}{9} - \left(-\frac{2}{9}\right) = -\frac{4}{9} + \frac{2}{9} = \frac{-4 + 2}{9} = -\frac{2}{9}$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla los siguientes ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

1. $\frac{7}{9} - \frac{2}{9}$

2. $\frac{8}{11} - \frac{5}{11}$

3. $\frac{9}{10} - \frac{3}{10}$

4. $\frac{4}{7} - \frac{6}{7}$

5. $\frac{2}{5} - \frac{8}{5}$

6. $-\frac{3}{8} - \frac{2}{8}$

7. $-\frac{5}{9} - \frac{1}{9}$

8. $-\frac{7}{10} - \left(-\frac{3}{10}\right)$

9. $\frac{5}{12} - \left(-\frac{4}{12}\right)$

10. $-\frac{8}{15} - \left(-\frac{5}{15}\right)$

11. $\frac{13}{16} - \frac{5}{16}$

12. $-\frac{11}{14} - \left(-\frac{3}{14}\right)$

EJERCICIO DE APLICACIÓN

La temperatura de una ciudad era de $5/8$ °C y posteriormente disminuyó $7/8$ °C.

Representa la situación mediante una operación con números racionales y determina la temperatura final.

CLASE 2. SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES CON DIFERENTE DENOMINADOR Y APLICACIÓN TEORÍA

Para restar números racionales con diferente denominador se debe buscar un denominador común y convertir las fracciones en fracciones equivalentes.

Se siguen los siguientes pasos:

Encontrar un denominador común.

Convertir las fracciones en equivalentes.

Realizar la sustracción de los numeradores.

Conservar el denominador común.

Simplificar el resultado cuando sea posible.

También puede utilizarse la expresión:

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right)$$

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$$

Convertimos $\frac{1}{2}$ en una fracción equivalente con denominador 4:

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

Entonces:

$$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

Ejemplo 2

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$

El denominador común es 12.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

Entonces:

$$\frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

Ejemplo 3

$$\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right)$$

Restar un número negativo equivale a sumar su opuesto:

$$\frac{2}{3} - \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla los siguientes ejercicios en el cuaderno mostrando todos los procedimientos.

1) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

2) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

3) $\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

4) $\frac{5}{6} - \frac{1}{3}$

5) $\frac{3}{5} - \frac{1}{10}$

6) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4}$

7) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

8) $-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

9) $\frac{3}{4} - \left(-\frac{1}{8}\right)$

10) $-\frac{2}{5} - \left(-\frac{1}{10}\right)$

11) $-\frac{3}{4} - \left(-\frac{2}{3}\right)$

12) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve las siguientes situaciones en el cuaderno. En cada caso debes plantear la operación, desarrollar el procedimiento y escribir la respuesta.

1) Un estudiante tenía $5\frac{1}{2}$ metros de cuerda y utilizó $2\frac{3}{4}$ metros. ¿Cuántos metros de cuerda le quedan?

2) Un buzo se encuentra a $-3\frac{1}{2}$ metros respecto al nivel del mar y otro buzo se encuentra a $-1\frac{1}{4}$ metros. ¿Cuál es la diferencia entre las posiciones de los dos buzos?

RETO: Encuentra el número racional x que cumple:

$$x - \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

Determina el valor de x y comprueba la respuesta realizando la operación original.

TEMA 3. MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

CLASE 1. MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

TEORÍA

Para multiplicar números decimales se realiza la multiplicación como si fueran números naturales. Al finalizar, se cuentan las cifras decimales que tienen los factores y se coloca la coma decimal en el resultado teniendo en cuenta el total de cifras decimales.

En una multiplicación de números decimales:

Se multiplican los números sin tener en cuenta inicialmente la coma decimal.

Se cuentan las cifras decimales de los factores.

Se suman las cifras decimales de los factores.

Se coloca la coma decimal en el resultado de acuerdo con la cantidad obtenida.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$2,5 \times 3$$

$$25 \times 3 = 75$$

Como 2,5 tiene una cifra decimal:

$$2,5 \times 3 = 7,5$$

Ejemplo 2

$$3,4 \times 2,5$$

$$34 \times 25 = 850$$

3,4 tiene una cifra decimal y 2,5 tiene una cifra decimal.

En total hay dos cifras decimales:

$$3,4 \times 2,5 = 8,50 = 8,5$$

Ejemplo 3

$$0,25 \times 0,4$$

$$25 \times 4 = 100$$

0,25 tiene dos cifras decimales y 0,4 tiene una cifra decimal.

En total hay tres cifras decimales:

$$0,25 \times 0,4 = 0,100 = 0,1$$

Ejemplo 4

$$-2,5 \times 1,2$$

$$25 \times 12 = 300$$

Como los signos son diferentes, el resultado es negativo:

$$-2,5 \times 1,2 = -3,0 = -3$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla los siguientes ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

1) $2,4 \times 3$

2) $5,6 \times 2$

3) $3,5 \times 4$

4) $1,25 \times 2$

5) $2,4 \times 1,5$

6) $3,2 \times 2,5$

7) $0,6 \times 0,4$

8) $1,25 \times 0,8$

9) $4,25 \times 1,2$

10) $0,75 \times 2,4$

11) $-2,5 \times 1,4$

12) $-3,2 \times (-1,5)$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve las siguientes situaciones en el cuaderno. Plantea la operación, desarrolla el procedimiento y escribe la respuesta.

1) Una botella contiene 1,5 litros de agua. ¿Cuántos litros contienen 6 botellas iguales?

2) Un estudiante compra 2,5 kg de fruta a \$4.800 por kilogramo. ¿Cuánto debe pagar?

3) Una máquina produce 12,5 metros de material por hora. ¿Cuántos metros producirá en 3,5 horas?

4) Un atleta recorre 2,75 km en cada vuelta de una pista. ¿Qué distancia recorrerá después de completar 4 vueltas?

5) Una caja tiene una masa de 2,4 kg. ¿Cuál será la masa de 8 cajas iguales?

CLASE 2. DIVISIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

TEORÍA

Para dividir números decimales se debe tener en cuenta la posición de la coma decimal en el dividendo y en el divisor.

Cuando el divisor es un número natural, se realiza la división normalmente y se coloca la coma decimal en el cociente cuando corresponde.

Cuando el divisor es un número decimal, se puede multiplicar el dividendo y el divisor por 10, 100, 1000, etc., hasta convertir el divisor en un número natural. La misma cantidad debe aplicarse al dividendo.

Ejemplo general: $4,8 \div 1,2$

Multiplicamos ambos números por 10: $48 \div 12 = 4$

Por tanto: $4,8 \div 1,2 = 4$

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$8,4 \div 2 = 4,2$$

Ejemplo 2

$$15,75 \div 3 = 5,25$$

Ejemplo 3

$$4,8 \div 1,2$$

Multiplicamos por 10:

$$48 \div 12 = 4$$

Por tanto:

$$4,8 \div 1,2 = 4$$

Ejemplo 4

$$7,5 \div 0,5$$

Multiplicamos ambos números por 10:

$$75 \div 5 = 15$$

$$\text{Por tanto: } 7,5 \div 0,5 = 15$$

Ejemplo 5

$$12,6 \div 0,3$$

Multiplicamos ambos números por 10:

$$126 \div 3 = 42$$

$$\text{Por tanto: } 12,6 \div 0,3 = 42$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla los siguientes ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

1) $8,4 \div 2$

2) $15,6 \div 3$

3) $24,8 \div 4$

4) $12,5 \div 5$

5) $18,75 \div 3$

6) $7,2 \div 0,6$

7) $4,8 \div 1,2$

8) $9,6 \div 0,8$

9) $15,75 \div 2,5$

10) $6,3 \div 0,9$

11) $24,5 \div 3,5$

12) $8,64 \div 1,2$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve las siguientes situaciones en el cuaderno. Plantea la operación, desarrolla el procedimiento y escribe la respuesta.

- 1) Se tienen 12,5 litros de agua y se quieren repartir en 5 recipientes iguales. ¿Cuántos litros de agua habrá en cada recipiente?
- 2) Un automóvil recorre 157,5 kilómetros utilizando 12,5 litros de combustible. ¿Cuántos kilómetros recorre por cada litro de combustible?
- 3) Una persona tiene 24,8 metros de cuerda y quiere cortarla en partes de 0,8 metros. ¿Cuántas partes puede obtener?
- 4) Un agricultor tiene 18,75 kg de semillas y las distribuye en bolsas de 2,5 kg. ¿Cuántas bolsas puede llenar?

TEMA 4. POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

CLASE 1. POTENCIACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

TEORÍA

La potenciación es una operación que permite expresar de manera abreviada una multiplicación de factores iguales.

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$$

El número a se denomina base y el número n se denomina exponente.

En los números racionales, cuando la base es una fracción:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Cuando la base es negativa, se debe tener en cuenta el signo y la presencia de paréntesis.

Si el exponente es par, el resultado de una base negativa es positivo.

Si el exponente es impar, el resultado de una base negativa es negativo.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

Ejemplo 2

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

Ejemplo 3

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$$

Ejemplo 4

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27}$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla los siguientes ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

5) $\left(\frac{3}{5}\right)^3$

9) $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$

2) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

6) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

10) $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$

3) $\left(\frac{3}{4}\right)^2$

7) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2$

11) $\left(\frac{4}{3}\right)^2$

4) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

8) $\left(-\frac{3}{4}\right)^2$

12) $\left(\frac{5}{2}\right)^3$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve en el cuaderno.

- 1) Una superficie cuadrada tiene lados de $\frac{3}{4}$ m. Determina su área utilizando una potencia.
- 2) Un cubo tiene aristas de $\frac{2}{3}$ m. Determina su volumen utilizando una potencia.
- 3) Una cantidad se multiplica por $\frac{1}{2}$ tres veces consecutivas. Representa la situación mediante una potencia y determina el resultado.
- 4) Expresa como potencia y calcula:

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$$

CLASE 2. RADICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

TEORÍA

La radicación es la operación inversa de la potenciación.

$$\text{Si: } a^n = b$$

$$\text{entonces: } \sqrt[n]{b} = a$$

En las fracciones, la raíz cuadrada puede calcularse buscando la raíz del numerador y la raíz del denominador:

$$\sqrt[2]{\left(\frac{a^2}{b^2}\right)} = \frac{a}{b}$$

Cuando el índice es par, el radicando debe ser positivo para obtener un resultado racional.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$$

Ejemplo 2

$$\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$$

Ejemplo 3

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

Ejemplo 4

$$\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$$

Ejemplo 5

$$\sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = -\frac{2}{3}$$

EJERCICIOS EN CLASE

Desarrolla los siguientes ejercicios en el cuaderno mostrando el procedimiento.

1) $\sqrt{\frac{1}{4}}$

2) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

3) $\sqrt{\frac{9}{25}}$

4) $\sqrt{\frac{16}{25}}$

5) $\sqrt{\frac{25}{49}}$

6) $\sqrt{\frac{36}{64}}$

7) $\sqrt{\frac{49}{81}}$

8) $\sqrt{\frac{64}{100}}$

9) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}}$

10) $\sqrt[3]{\frac{27}{64}}$

11) $\sqrt[3]{-\frac{8}{125}}$

12) $\sqrt[3]{-\frac{27}{64}}$

RELACIÓN ENTRE POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN

Completa y comprueba en el cuaderno.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}, \text{ por tanto } \sqrt{\frac{9}{16}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{8}{125}, \text{ por tanto } \sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}, \text{ por tanto } \sqrt{\frac{25}{36}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = -\frac{8}{27}, \text{ por tanto } \sqrt[3]{-\frac{8}{27}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve en el cuaderno.

- 1) El área de un terreno cuadrado es $\frac{25}{36} \text{ m}^2$. ¿Cuánto mide cada lado del terreno?
- 2) El volumen de un cubo es $\frac{27}{64} \text{ m}^3$. ¿Cuánto mide cada una de sus aristas?
- 3) Un cuadrado tiene un área de $\frac{49}{100} \text{ m}^2$. Determina la longitud de uno de sus lados.
- 4) Un cubo tiene un volumen de $\frac{125}{216} \text{ m}^3$. Determina la longitud de una de sus aristas.

TEMA 5. ECUACIONES CON ESTRUCTURA ADITIVA EN LOS NÚMEROS ENTEROS

CLASE 1. ECUACIONES DE LA FORMA $x + a = b$

TEORÍA

Una ecuación es una igualdad que contiene una cantidad desconocida, generalmente representada por una letra.

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita que hace verdadera la igualdad.

En las ecuaciones con estructura aditiva se utilizan operaciones de suma y resta.

Para resolver una ecuación se puede utilizar la operación inversa.

$$\text{Si: } x + a = b$$

$$\text{entonces: } x = b - a$$

$$\text{Si: } x - a = b$$

$$\text{entonces: } x = b + a$$

La solución debe comprobarse reemplazando el valor encontrado en la ecuación original.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$x + 5 = 12$$

$$x = 12 - 5$$

$$x = 7$$

$$\text{Comprobación: } 7 + 5 = 12$$

Ejemplo 2

$$x - 8 = 3 \qquad x = 3 + 8 \qquad x = 11$$

Comprobación: $11 - 8 = 3$

Ejemplo 3

$$x + (-4) = 9 \qquad x = 9 - (-4) \qquad x = 13$$

Comprobación: $13 + (-4) = 9$

Ejemplo 4

$$x - (-6) = 2 \qquad x = 2 + (-6) \qquad x = -4$$

Comprobación: $-4 - (-6) = 2$

EJERCICIOS EN CLASE

Resuelve las siguientes ecuaciones en el cuaderno y realiza la comprobación.

- | | | |
|-----------------|--------------------|-----------------------|
| 1) $x + 7 = 15$ | 5) $x + (-3) = 8$ | 9) $x + 15 = 4$ |
| 2) $x + 4 = 10$ | 6) $x + (-7) = -2$ | 10) $x - 14 = -6$ |
| 3) $x - 6 = 9$ | 7) $x - (-5) = 12$ | 11) $x + (-12) = -20$ |
| 4) $x - 12 = 5$ | 8) $x - (-8) = -3$ | 12) $x - (-9) = 7$ |

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve las siguientes situaciones planteando primero una ecuación.

- 1) Un número aumentado en 8 es igual a 21. ¿Cuál es el número?
- 2) Un número disminuido en 7 es igual a 13. ¿Cuál es el número?
- 3) La temperatura de una ciudad aumentó 6°C y llegó a 14°C . ¿Cuál era la temperatura inicial?
- 4) Un ascensor descendió 5 pisos y terminó en el piso -2. ¿En qué piso se encontraba inicialmente?

CLASE 2. ECUACIONES ADITIVAS CON NÚMEROS ENTEROS

TEORÍA

Las ecuaciones aditivas también pueden contener números positivos y negativos.

Para resolverlas se utiliza la operación inversa, teniendo especial cuidado con los signos.

La solución debe comprobarse reemplazando la incógnita en la ecuación original.

EJEMPLOS

Ejemplo 1

$$x + 8 = -3 \qquad x = -3 - 8 \qquad x = -11$$

Comprobación: $-11 + 8 = -3$

Ejemplo 2

$$x - 5 = -12$$

$$x = -12 + 5$$

$$x = -7$$

Comprobación: $-7 - 5 = -12$

Ejemplo 3

$$x + (-9) = -15$$

$$x = -15 - (-9)$$

$$x = -15 + 9$$

$$x = -6$$

Comprobación: $-6 + (-9) = -15$

Ejemplo 4

$$x - (-7) = -2$$

$$x = -2 + (-7)$$

$$x = -9$$

Comprobación: $-9 - (-7) = -2$

EJERCICIOS EN CLASE

Resuelve en el cuaderno y realiza la comprobación.

$$1) x + 6 = -4$$

$$5) x + (-5) = -13$$

$$9) x + 14 = -7$$

$$2) x + 9 = -15$$

$$6) x + (-8) = 4$$

$$10) x - 16 = -3$$

$$3) x - 7 = -2$$

$$7) x - (-6) = 10$$

$$11) x + (-18) = -25$$

$$4) x - 11 = -20$$

$$8) x - (-9) = -5$$

$$12) x - (-12) = -4$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

Resuelve cada situación planteando una ecuación y determinando el valor de la incógnita.

1) Un número aumentado en 12 es igual a -5. ¿Cuál es el número?

2) Un número disminuido en 9 es igual a -16. ¿Cuál es el número?

3) En la madrugada la temperatura era desconocida. Durante la mañana aumentó 7 °C y alcanzó una temperatura de -2 °C. ¿Cuál era la temperatura inicial?

4) Un submarino se encontraba a cierta profundidad. Ascendió 8 metros y quedó a -12 metros respecto al nivel del mar. ¿A qué profundidad se encontraba inicialmente?

TEMA 6. ECUACIONES CON ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN LOS NÚMEROS ENTEROS

CLASE 1. ECUACIONES DE LA FORMA $ax = b$

TEORÍA

En una ecuación con estructura multiplicativa, la incógnita está multiplicada o dividida por un número.

Para resolver: $a \cdot x = b$

se utiliza la operación inversa: $x = b \div a$

También: $x \div a = b$

se resuelve mediante: $x = b \cdot a$

Siempre se debe comprobar la solución reemplazando el valor de x en la ecuación original.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

$$3x = 15 \qquad x = 15 \div 3 \qquad x = 5$$

$$\text{Comprobación: } 3 \cdot 5 = 15$$

Ejemplo 2:

$$-4x = 20 \qquad x = 20 \div (-4) \qquad x = -5$$

$$\text{Comprobación: } -4 \cdot (-5) = 20$$

Ejemplo 3:

$$x \div 5 = -3 \qquad x = -3 \cdot 5 \qquad x = -15$$

$$\text{Comprobación: } -15 \div 5 = -3$$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver y comprobar:

$$1) 2x = 14$$

$$2) 5x = 35$$

$$3) 7x = 49$$

$$4) -3x = 18$$

$$5) -6x = 30$$

$$6) 4x = -20$$

$$7) -5x = -25$$

$$8) 8x = -64$$

$$9) x \div 3 = 6$$

$$10) x \div 4 = -5$$

$$11) x \div (-2) = 7$$

$$12) x \div (-6) = -4$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1) Un número multiplicado por 6 da como resultado 42. ¿Cuál es el número?

2) Un número multiplicado por -5 da como resultado 30. ¿Cuál es el número?

3) La temperatura de una sustancia disminuye 4 °C cada hora. Después de cierto número de horas, la disminución total fue de 28 °C. ¿Cuántas horas transcurrieron?

4) Un ascensor baja 3 pisos en cada movimiento. Si realizó movimientos hasta completar un desplazamiento de -18 pisos, ¿cuántos movimientos realizó?

CLASE 2. ECUACIONES MULTIPLICATIVAS CON NÚMEROS ENTEROS

TEORÍA

Para resolver ecuaciones multiplicativas con números enteros se aplica la operación inversa.

En una multiplicación: $a \cdot x = b \qquad x = b \div a$

En una división: $x \div a = b \qquad x = b \cdot a$

Al dividir o multiplicar números enteros se deben aplicar correctamente las reglas de los signos:

$$(+)\cdot(+)=+$$

$$(-)\cdot(-)=+$$

$$(+)\cdot(-)=-$$

$$(-)\cdot(+)= -$$

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

$$-7x = -42 \qquad x = (-42) \div (-7) \qquad x = 6$$

Comprobación: $-7 \cdot 6 = -42$

Ejemplo 2:

$$9x = -63 \qquad x = (-63) \div 9 \qquad x = -7$$

Comprobación: $9 \cdot (-7) = -63$

Ejemplo 3:

$$x \div (-4) = -6 \qquad x = (-6) \cdot (-4) \qquad x = 24$$

Comprobación: $24 \div (-4) = -6$

Ejemplo 4:

$$x \div 8 = -9 \qquad x = (-9) \cdot 8 \qquad x = -72$$

Comprobación: $-72 \div 8 = -9$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver y comprobar:

1) $6x = -48$

2) $-8x = 56$

3) $-9x = -81$

4) $12x = -60$

5) $-7x = -35$

6) $15x = 45$

7) $x \div 5 = -8$

8) $x \div (-3) = 9$

9) $x \div (-7) = -6$

10) $x \div 10 = -12$

11) $-4x = -36$

12) $11x = -99$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1) Un número multiplicado por -8 produce 64. ¿Cuál es el número?

2) Un número dividido entre -6 produce 7. ¿Cuál es el número?

- 3) Un buzo desciende 5 metros por minuto. Si el desplazamiento total fue de -40 metros, ¿cuántos minutos descendió?
- 4) Una deuda aumenta en \$12.000 cada semana. Si la deuda acumulada es de \$84.000, ¿durante cuántas semanas aumentó?

TEMA 7. ECUACIONES CON NÚMEROS RACIONALES

CLASE 1. ECUACIONES CON SUMA Y RESTA DE NÚMEROS RACIONALES

TEORÍA

Una ecuación con números racionales puede contener fracciones y números decimales.

Para resolverla se utiliza la operación inversa.

Si: $x + a = b$

entonces: $x = b - a$

Si: $x - a = b$

entonces: $x = b + a$

Cuando aparecen fracciones, se realizan las operaciones utilizando el procedimiento correspondiente para sumar o restar números racionales.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

$$x + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{4} - \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{2}{4}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 2:

$$x - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$$

$$x = \frac{1}{6} + \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{1}{6} + \frac{4}{6}$$

$$x = \frac{5}{6}$$

Ejemplo 3:

$$x + 0,5 = 1,2$$

$$x = 1,2 - 0,5$$

$$x = 0,7$$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver y comprobar:

$$1) x + \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$$

$$2) x + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

$$3) x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$4) x - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

$$5) x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$6) x - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

$$7) x + 0,4 = 1,2$$

$$8) x - 0,7 = 1,5$$

$$9) x + 1,25 = 2,5$$

$$10) x - 0,75 = 1,5$$

$$11) x + \frac{5}{8} = 1$$

$$12) x - \frac{3}{4} = \frac{2}{5}$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- 1) Un número aumentado en $\frac{3}{4}$ es igual a 2. ¿Cuál es el número?
- 2) Un número disminuido en $\frac{2}{5}$ es igual a $\frac{1}{10}$. ¿Cuál es el número?
- 3) Una persona tenía cierta cantidad de dinero y gastó \$12.500. Al final le quedaron \$37.500. ¿Cuánto dinero tenía inicialmente?
- 4) Una temperatura aumentó $2,5^{\circ}\text{C}$ y llegó a 7°C . ¿Cuál era la temperatura inicial?

CLASE 2. ECUACIONES CON MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE NÚMEROS RACIONALES

TEORÍA

Cuando la incógnita está multiplicada por un número racional, se utiliza la división para despejarla.

$$\text{Si: } a \cdot x = b$$

$$\text{entonces: } x = b \div a$$

Cuando la incógnita está dividida por un número racional, se utiliza la multiplicación.

$$\text{Si: } x \div a = b$$

$$\text{entonces: } x = b \cdot a$$

En las operaciones con fracciones se deben aplicar correctamente las reglas de multiplicación y división de números racionales.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

$$\frac{3}{4}x = 6$$

$$x = 6 \div \frac{3}{4}$$

$$x = 6 \cdot \frac{4}{3}$$

$$x = 8$$

Ejemplo 2:

$$\frac{2}{5}x = 4$$

$$x = 4 \div \frac{2}{5}$$

$$x = 4 \cdot \frac{5}{2}$$

$$x = 10$$

Ejemplo 3:

$$x \div \frac{3}{4} = 2$$

$$x = 2 \cdot \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{3}{2}$$

Ejemplo 4:

$$0,5x = 3$$

$$x = 3 \div 0,5$$

$$x = 6$$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver y comprobar:

$$1) \frac{2}{3}x = 4$$

$$2) \frac{3}{5}x = 6$$

$$3) \frac{4}{7}x = 8$$

$$4) \frac{5}{6}x = 10$$

$$5) 0,4x = 2$$

$$6) 0,25x = 5$$

$$7) x \div \frac{1}{2} = 6$$

$$8) x \div \frac{2}{3} = 9$$

$$9) x \div \frac{3}{4} = 8$$

$$10) x \div 0,5 = 7$$

$$11) \frac{7}{8}x = 14$$

$$12) \frac{2}{9}x = 6$$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1) Las $\frac{3}{4}$ partes de un número son 12. ¿Cuál es el número?

2) Los $\frac{2}{5}$ de una cantidad son 8. ¿Cuál es la cantidad?

3) Una máquina produce 0,5 toneladas de material por hora. Si produjo 4 toneladas, ¿cuántas horas trabajó?

4) Una persona recorrió $\frac{3}{4}$ de una distancia total y avanzó 15 km. ¿Cuál es la distancia total?

TEMA 8. EXPERIMENTOS Y SUCESOS ALEATORIOS

CLASE 1. EXPERIMENTOS ALEATORIOS Y SUCESOS

TEORÍA

Un experimento aleatorio es una situación en la que no podemos saber con certeza cuál será el resultado antes de realizarla.

Ejemplos:

Lanzar una moneda.

Lanzar un dado.

Sacar una ficha de una bolsa sin mirar.

Elegir al azar una carta.

El conjunto de todos los resultados posibles de un experimento se llama espacio muestral.

Un suceso o evento es uno o varios resultados que nos interesan dentro del espacio muestral.

Los sucesos pueden ser:

Suceso seguro: siempre ocurre.

Suceso imposible: no puede ocurrir.

Suceso posible: puede ocurrir, pero no sabemos con certeza si ocurrirá.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Se lanza un dado.

Espacio muestral: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Suceso A: obtener un número par. $A = \{2, 4, 6\}$

Suceso B: obtener un número mayor que 4: $B = \{5, 6\}$

Ejemplo 2:

Se lanza una moneda.

Espacio muestral: $S = \{\text{cara, sello}\}$

Suceso A: obtener cara: $A = \{\text{cara}\}$

Ejemplo 3:

En una bolsa hay fichas rojas, azules y verdes.

Suceso A: sacar una ficha roja.

Es un suceso posible porque puede ocurrir, pero no se puede asegurar el resultado antes de sacar la ficha.

EJERCICIOS EN CLASE

- 1) Escribe el espacio muestral al lanzar un dado.
- 2) Escribe el espacio muestral al lanzar una moneda.
- 3) Al lanzar un dado, escribe el suceso de obtener un número impar.
- 4) Al lanzar un dado, escribe el suceso de obtener un número menor que 4.
- 5) Al lanzar un dado, ¿obtener un número mayor que 6 es un suceso posible, seguro o imposible?
- 6) Al lanzar un dado, ¿obtener un número menor que 7 es un suceso posible, seguro o imposible?
- 7) Al lanzar una moneda, ¿obtener cara es un suceso posible, seguro o imposible?
- 8) Al lanzar una moneda, ¿obtener cara y sello al mismo tiempo en un solo lanzamiento es posible o imposible?
- 9) En una bolsa hay 5 fichas rojas. ¿Sacar una ficha roja es un suceso seguro, posible o imposible?
- 10) En una bolsa hay únicamente fichas azules. ¿Sacar una ficha roja es un suceso seguro, posible o imposible?
- 11) Se lanza un dado. Escribe un suceso que tenga tres resultados posibles.
- 12) Se lanza un dado. Escribe un suceso que tenga dos resultados posibles.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- 1) Una persona lanza un dado y afirma que sabe exactamente qué número saldrá. ¿Es posible saberlo con certeza? Explica.
- 2) En una bolsa hay 4 fichas verdes y 3 amarillas. Se extrae una ficha sin mirar. ¿Qué colores pueden salir?
- 3) En una caja hay únicamente lápices negros. Se extrae uno al azar. ¿Sacar un lápiz negro es un suceso seguro?
- 4) En una bolsa hay fichas rojas y azules. ¿Sacar una ficha verde es posible o imposible?

TEMA 9. PROBABILIDAD

CLASE 1. CONCEPTO DE PROBABILIDAD

TEORÍA

La probabilidad permite medir qué tan posible es que ocurra un suceso en un experimento aleatorio.

Cuando todos los resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir, podemos calcular la probabilidad mediante:

$$P(A) = \frac{(\text{casos favorables})}{\text{casos posibles}}$$

La probabilidad siempre está entre 0 y 1.

También puede expresarse como fracción, número decimal o porcentaje.

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Una probabilidad de 0 significa que el suceso es imposible.

Una probabilidad de 1 significa que el suceso es seguro.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un 4?

Casos favorables: 1

Casos posibles: 6

$$P(4) = \frac{1}{6}$$

Ejemplo 2:

Se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Números pares: {2, 4, 6}

Casos favorables: 3

Casos posibles: 6

$$P(\text{par}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Ejemplo 3:

Se lanza una moneda. ¿Cuál es la probabilidad de obtener cara?

Casos favorables: 1

Casos posibles:

$$P(\text{cara}) = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

EJERCICIOS EN CLASE

Calcula la probabilidad de cada suceso:

- 1) Lanzar un dado y obtener 2.
- 2) Lanzar un dado y obtener 6.
- 3) Lanzar un dado y obtener un número impar.
- 4) Lanzar un dado y obtener un número mayor que 4.
- 5) Lanzar un dado y obtener un número menor que 3.
- 6) Lanzar una moneda y obtener cara.

- 7) Lanzar una moneda y obtener sello.
- 8) Lanzar un dado y obtener un número menor que 7.
- 9) Lanzar un dado y obtener un número mayor que 6.
- 10) Lanzar un dado y obtener un múltiplo de 3.
- 11) Lanzar un dado y obtener un número primo.
- 12) Lanzar un dado y obtener un número menor que 5.

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- 1) Una bolsa contiene 3 fichas rojas y 2 azules. Se extrae una ficha al azar. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja?
- 2) Una caja contiene 4 bolas verdes y 6 amarillas. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una bola amarilla?
- 3) Se lanza un dado. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?
- 4) Se lanza una moneda dos veces. ¿Cuáles son los resultados posibles?

GEOMETRÍA

TEMA 1. POLIEDROS Y SUS ELEMENTOS

CLASE 1. CONCEPTO Y ELEMENTOS DE LOS POLIEDROS

TEORÍA

Un poliedro es un cuerpo geométrico formado únicamente por superficies planas llamadas caras.

Los principales elementos de un poliedro son:

- Caras: superficies planas que forman el poliedro.
- Aristas: segmentos donde se encuentran dos caras.
- Vértices: puntos donde se encuentran varias aristas.

Los poliedros tienen tres dimensiones: largo, ancho y alto.

Ejemplos de poliedros:

- Cubo
- Prisma
- Pirámide
- Tetraedro

Los cuerpos que tienen superficies curvas, como el cilindro, el cono y la esfera, no son poliedros.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Cubo

Caras: 6

Aristas: 12

Vértices: 8

Ejemplo 2:

Prisma triangular

Caras: 5

Aristas: 9

Vértices: 6

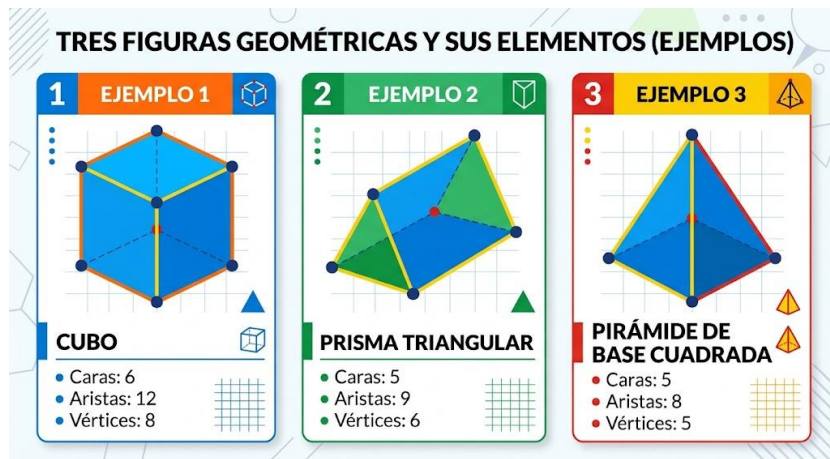
Ejemplo 3:

Pirámide de base cuadrada

Caras: 5

Aristas: 8

Vértices: 5



EJERCICIOS EN CLASE

Completa la información:

- 1) Un cubo tiene ___ caras, ___ aristas y ___ vértices.
- 2) Un prisma triangular tiene ___ caras, ___ aristas y ___ vértices.
- 3) Una pirámide de base cuadrada tiene ___ caras, ___ aristas y ___ vértices.
- 4) Una pirámide de base triangular tiene ___ caras, ___ aristas y ___ vértices.
- 5) ¿Cuántas caras tiene un prisma rectangular?
- 6) ¿Cuántas aristas tiene un cubo?
- 7) ¿Cuántos vértices tiene un cubo?
- 8) ¿Un cilindro es un poliedro? Explica.
- 9) ¿Una esfera es un poliedro? Explica.
- 10) ¿Un cono es un poliedro? Explica.
- 11) Escribe cuatro ejemplos de poliedros.
- 12) Escribe tres cuerpos geométricos que no sean poliedros.

CLASE 2. CLASIFICACIÓN Y RELACIÓN ENTRE LOS ELEMENTOS DE LOS POLIEDROS

TEORÍA

Los poliedros pueden clasificarse según la forma de sus caras y según su estructura.

Entre los más comunes encontramos:

Prismas: tienen dos bases iguales y paralelas.

Pirámides: tienen una sola base y sus caras laterales son triángulos que se unen en un vértice.

Los elementos de un poliedro están relacionados entre sí.

En muchos poliedros se cumple la relación de Euler:

$$V - A + C = 2$$

Donde:

V = número de vértices

A = número de aristas

C = número de caras

EJEMPLOS

Ejemplo 1

Cubo

$$V = 8$$

$$A = 12$$

$$C = 6$$

Comprobamos:

$$8 - 12 + 6 = 2$$

Ejemplo 2:

Prisma triangular

$$V = 6$$

$$A = 9$$

$$C = 5$$

Comprobamos:

$$6 - 9 + 5 = 2$$

Ejemplo 3:

Pirámide de base cuadrada

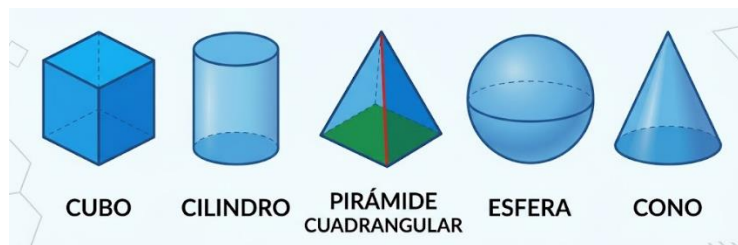
$$V = 5$$

$$A = 8$$

$$C = 5$$

Comprobamos:

$$5 - 8 + 5 = 2$$



EJERCICIOS EN CLASE

- 1) Comprueba la relación de Euler para un cubo.
- 2) Comprueba la relación de Euler para un prisma triangular.
- 3) Comprueba la relación de Euler para una pirámide de base cuadrada.
- 4) Un poliedro tiene 6 caras, 12 vértices y 16 aristas. ¿Cumple la relación de Euler?
- 5) Un poliedro tiene 7 caras y 10 vértices. Si cumple la relación de Euler, ¿cuántas aristas tiene?
- 6) Un poliedro tiene 8 caras y 12 aristas. Si cumple la relación de Euler, ¿cuántos vértices tiene?
- 7) Un poliedro tiene 10 vértices y 15 aristas. ¿Cuántas caras tiene?
- 8) Identifica si cada cuerpo es un prisma, una pirámide o un cuerpo que no es poliedro:
 - a. Cubo
 - b. Cilindro
 - c. Pirámide cuadrangular
 - d. Esfera
 - e. Prisma triangular
 - f. Cono
- 9) Escribe dos diferencias entre un prisma y una pirámide.
- 10) ¿Cuántas bases tiene un prisma?
- 11) ¿Cuántas bases tiene una pirámide?
- 12) Explica por qué una esfera no puede cumplir la relación de Euler de los poliedros.

TEMA 2. PRISMAS Y PIRÁMIDES

CLASE 1. PRISMAS

TEORÍA

Un prisma es un poliedro que tiene dos bases iguales y paralelas. Sus caras laterales son paralelogramos, generalmente rectángulos.

Los prismas se clasifican según la forma de sus bases.

Ejemplos:

Prisma triangular: bases triangulares.

Prisma cuadrangular: bases cuadrangulares.

Prisma pentagonal: bases pentagonales.

Prisma hexagonal: bases hexagonales.

En un prisma, el número de caras laterales corresponde al número de lados de la base.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Prisma triangular

Base: triángulo

Número de bases: 2

Caras laterales: 3

Caras totales: 5

Ejemplo 2:

Prisma cuadrangular

Base: cuadrilátero

Número de bases: 2

Caras laterales: 4

Caras totales: 6

Ejemplo 3:

Prisma pentagonal

Base: pentágono

Número de bases: 2

Caras laterales: 5

Caras totales:

EJERCICIOS EN CLASE

- 1) ¿Cuántas bases tiene cualquier prisma?
- 2) ¿Qué forma tienen las bases de un prisma triangular?
- 3) ¿Cuántas caras laterales tiene un prisma triangular?
- 4) ¿Cuántas caras totales tiene un prisma triangular?
- 5) ¿Cuántas caras laterales tiene un prisma cuadrangular?
- 6) ¿Cuántas caras totales tiene un prisma cuadrangular?
- 7) ¿Cuántas caras laterales tiene un prisma pentagonal?
- 8) ¿Cuántas caras totales tiene un prisma pentagonal?
- 9) ¿Cuántas caras laterales tiene un prisma hexagonal?
- 10) ¿Cuántas caras totales tiene un prisma hexagonal?
- 11) Clasifica según su base:
 - a. Prisma con base triangular.
 - b. Prisma con base de cinco lados.
 - c. Prisma con base de seis lados.
 - d. Prisma con base de cuatro lados.
- 12) Dibuja un prisma triangular y señala sus dos bases y sus caras laterales.

TEMA 3. ÁREA DE PRISMAS Y PIRÁMIDES

CLASE 1. ÁREA DE PRISMAS

TEORÍA

El área de un cuerpo geométrico corresponde a la medida de toda su superficie.

En un prisma se debe tener en cuenta el área de sus dos bases y el área de sus caras laterales.

Área total de un prisma:

$$A_T = 2 \times A_b + A_l$$

Donde:

$$A_T = \text{área total}$$

$$A_b = \text{área de una base}$$

$$A_l = \text{área lateral}$$

El área lateral de un prisma se puede calcular mediante:

$$A_l = \text{perímetro de la base} \times \text{altura del prisma}$$

Por lo tanto:

$$A_T = 2 \times A_b + P \times h$$

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Un prisma rectangular tiene:

Área de la base = 12 cm^2

Perímetro de la base = 14 cm

Altura = 5 cm

Área lateral:

$$A_l = 14 \times 5$$

$$A_l = 70 \text{ cm}^2$$

Área total:

$$A_T = 2 \times 12 + 70$$

$$A_T = 94 \text{ cm}^2$$

Ejemplo 2:

Un prisma tiene una base cuadrada de lado 4 cm y una altura de 10 cm .

Área de la base:

$$A_b = 4 \times 4$$

$$A_b = 16 \text{ cm}^2$$

Perímetro de la base:

$$P = 4 \times 4$$

$$P = 16 \text{ cm}$$

Área lateral:

$$A_l = 16 \times 10$$

$$A_l = 160 \text{ cm}^2$$

Área total:

$$A_T = 2 \times 16 + 160$$

$$A_T = 192 \text{ cm}^2$$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver mostrando el procedimiento:

- 1) Un prisma tiene $A_b = 10 \text{ cm}^2$, $P = 12 \text{ cm}$ y $h = 5 \text{ cm}$. Calcula el área lateral y el área total.
- 2) Un prisma tiene $A_b = 15 \text{ cm}^2$, $P = 16 \text{ cm}$ y $h = 6 \text{ cm}$. Calcula el área total.
- 3) Un prisma tiene $A_b = 20 \text{ cm}^2$, $P = 18 \text{ cm}$ y $h = 7 \text{ cm}$. Calcula el área lateral y total.
- 4) Un prisma tiene $A_b = 25 \text{ cm}^2$, $P = 20 \text{ cm}$ y $h = 8 \text{ cm}$. Calcula el área total.
- 5) Un prisma rectangular tiene una base de $3 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}$ y altura de 10 cm . Calcula el área total.

- 6) Un prisma tiene base cuadrada de lado 6 cm y altura de 8 cm. Calcula el área total.
- 7) Un prisma tiene base cuadrada de lado 5 cm y altura de 12 cm. Calcula el área total.
- 8) Un prisma rectangular tiene base de 4 cm $\times$ 7 cm y altura de 6 cm. Calcula el área total.
- 9) Un prisma tiene área de base de 18 cm², perímetro de base de 20 cm y altura de 9 cm. Calcula el área total.
- 10) Un prisma tiene área de base de 30 cm², perímetro de base de 24 cm y altura de 5 cm. Calcula el área total.
- 11) Explica qué información se necesita para calcular el área total de un prisma.
- 12) Explica la diferencia entre área lateral y área total.

CLASE 2. ÁREA DE PIRÁMIDES

TEORÍA

Una pirámide tiene una base y varias caras laterales triangulares.

Para calcular el área total de una pirámide se suma el área de la base y el área lateral.

Área total:

$$A_T = A_b + A_l$$

Cuando la pirámide es regular:

$$A_l = (P \times ap) \div 2$$

Donde:

$$P = \text{perímetro de la base}$$

$$ap = \text{apotema de la pirámide}$$

Por lo tanto:

$$A_T = A_b + (P \times ap) \div 2$$

Es importante diferenciar la altura de la pirámide de la apotema de la pirámide.

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Una pirámide tiene:

$$\text{Área de la base} = 25 \text{ cm}^2$$

$$\text{Perímetro de la base} = 20 \text{ cm}$$

$$\text{Apotema} = 6 \text{ cm}$$

Área lateral:

$$A_l = (20 \times 6) \div 2$$

$$A_l = 60 \text{ cm}^2$$

Área total:

$$A_T = 25 + 60$$

$$A_T = 85 \text{ cm}^2$$

Ejemplo 2:

Una pirámide tiene base cuadrada de lado 4 cm y apotema de 5 cm.

Área de la base:

$$A_b = 4 \times 4$$

$$A_b = 16 \text{ cm}^2$$

Perímetro:

$$P = 4 \times 4$$

$$P = 16 \text{ cm}$$

Área lateral:

$$A_l = (16 \times 5) \div 2$$

$$A_l = 40 \text{ cm}^2$$

Área total:

$$A_T = 16 + 40$$

$$A_T = 56 \text{ cm}^2$$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver mostrando el procedimiento:

- 1) Una pirámide tiene $A_b = 12 \text{ cm}^2$, $P = 16 \text{ cm}$ y $ap = 5 \text{ cm}$. Calcula el área total.
- 2) Una pirámide tiene $A_b = 20 \text{ cm}^2$, $P = 18 \text{ cm}$ y $ap = 6 \text{ cm}$. Calcula el área total.
- 3) Una pirámide tiene $A_b = 30 \text{ cm}^2$, $P = 24 \text{ cm}$ y $ap = 7 \text{ cm}$. Calcula el área total.
- 4) Una pirámide tiene $A_b = 40 \text{ cm}^2$, $P = 28 \text{ cm}$ y $ap = 8 \text{ cm}$. Calcula el área total.

- 5) Una pirámide de base cuadrada tiene lado de 5 cm y apotema de 6 cm. Calcula el área total.
- 6) Una pirámide de base cuadrada tiene lado de 8 cm y apotema de 5 cm. Calcula el área total.
- 7) Una pirámide de base cuadrada tiene lado de 6 cm y apotema de 7 cm. Calcula el área total.
- 8) Una pirámide tiene área de base de 36 cm^2 , perímetro de base de 24 cm y apotema de 9 cm. Calcula el área total.
- 9) Una pirámide tiene área de base de 50 cm^2 , perímetro de base de 30 cm y apotema de 8 cm. Calcula el área total.
- 10) Explica qué diferencia existe entre el área de la base y el área lateral.
- 11) ¿Por qué en una pirámide se divide entre 2 al calcular el área lateral?
- 12) Explica la diferencia entre la altura de la pirámide y su apotema.

TEMA 4. CUERPOS REDONDOS

CLASE 1. CILINDRO, CONO Y ESFERA

TEORÍA

Los cuerpos redondos son cuerpos geométricos que tienen al menos una superficie curva.

Los principales cuerpos redondos son:

- Cilindro: tiene dos bases circulares iguales y una superficie lateral curva.
- Cono: tiene una base circular y una superficie lateral curva que termina en un vértice.
- Esfera: tiene una superficie completamente curva y no posee bases, caras planas ni vértices.

Elementos principales:

Cilindro:

- Radio
- Diámetro
- Altura
- Dos bases circulares

Cono:

- Radio
- Altura
- Generatriz
- Una base circular
- Vértice

Esfera:

- Radio
- Diámetro

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Un recipiente tiene dos bases circulares iguales y una superficie lateral curva.

¿Qué cuerpo representa?

Respuesta: cilindro.

Ejemplo 2:

Un objeto tiene una base circular y termina en un punto.

¿Qué cuerpo representa?

Respuesta: cono.

Ejemplo 3:

Una pelota tiene forma aproximadamente esférica.

Su superficie es curva y no tiene bases ni vértices.

Respuesta: esfera.

EJERCICIOS EN CLASE

Define con tus palabras qué es un cuerpo redondo.

- 1) Escribe los tres principales cuerpos redondos.

2) ¿Cuántas bases tiene un cilindro?

3) ¿Cuántas bases tiene un cono?

4) ¿Cuántas bases tiene una esfera?

5) ¿Qué cuerpo redondo tiene un vértice?

6) ¿Qué cuerpo redondo tiene dos bases circulares?

7) ¿Qué cuerpo redondo no tiene bases?

8) Identifica el cuerpo geométrico:

a. Lata de gaseosa.

b. Pelota.

c. Cono de helado.

d. Rollo de papel.

e. Cono de tránsito.

f. Canica.

9) Escribe dos diferencias entre un cilindro y un cono.

10) Escribe dos diferencias entre un cono y una esfera.

11) Dibuja un cilindro, un cono y una esfera y señala sus principales elementos.

TEMA 5. VOLUMEN DE CUERPOS GEOMÉTRICOS

CLASE 1. CONCEPTO Y CÁLCULO DEL VOLUMEN

TEORÍA

El volumen es la medida del espacio que ocupa un cuerpo geométrico.

El volumen se expresa en unidades cúbicas, como:

cm^3 , m^3 , dm^3

Para calcular el volumen se utiliza una fórmula que depende del cuerpo geométrico.

Prisma:

$$V = A_b \times h$$

Cilindro:

$$V = \pi \times r^2 \times h$$

Pirámide:

$$V = (A_b \times h) \div 3$$

Cono:

$$V = (\pi \times r^2 \times h) \div 3$$

Esfera:

$$V = (4 \times \pi \times r^3) \div 3$$

Para los ejercicios se puede utilizar:

$$\pi \approx 3,14$$

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Un prisma rectangular tiene:

largo = 5 cm

ancho = 3 cm

altura = 4 cm

Área de la base:

$$A_b = 5 \times 3$$

$$A_b = 15 \text{ cm}^2$$

Volumen:

$$V = 15 \times 4$$

$$V = 60 \text{ cm}^3$$

Ejemplo 2:

Un cilindro tiene radio de 2 cm y altura de 5 cm.

$$V = 3,14 \times 2^2 \times 5$$

$$V = 3,14 \times 4 \times 5$$

$$V = 62,8 \text{ cm}^3$$

Ejemplo 3:

Una pirámide tiene área de base de 30 cm^2 y altura de 6 cm.

$$V = (30 \times 6) \div 3$$

$$V = 60 \text{ cm}^3$$

EJERCICIOS EN CLASE

Resolver mostrando el procedimiento:

- 1) Un prisma tiene $A_b = 12 \text{ cm}^2$ y altura de 5 cm. Calcula su volumen.
- 2) Un prisma tiene $A_b = 20 \text{ cm}^2$ y altura de 8 cm. Calcula su volumen.
- 3) Un prisma rectangular mide 4 cm de largo, 3 cm de ancho y 6 cm de alto. Calcula su volumen.
- 4) Un cubo tiene lados de 5 cm. Calcula su volumen.
- 5) Un cilindro tiene radio de 3 cm y altura de 4 cm. Calcula su volumen usando $\pi = 3,14$.
- 6) Un cilindro tiene radio de 2 cm y altura de 10 cm. Calcula su volumen.
- 7) Una pirámide tiene $A_b = 24 \text{ cm}^2$ y altura de 9 cm. Calcula su volumen.
- 8) Una pirámide tiene $A_b = 40 \text{ cm}^2$ y altura de 6 cm. Calcula su volumen.
- 9) Un cono tiene radio de 3 cm y altura de 5 cm. Calcula su volumen usando $\pi = 3,14$.
- 10) Un cono tiene radio de 2 cm y altura de 9 cm. Calcula su volumen.
- 11) Explica qué significa que un cuerpo tenga un volumen de 100 cm^3 .
- 12) ¿Por qué el volumen se expresa en unidades cúbicas?

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

- 13) Una caja tiene forma de prisma rectangular y mide 40 cm de largo, 20 cm de ancho y 15 cm de alto. ¿Cuál es su volumen?
- 14) Un tanque cilíndrico tiene radio de 2 m y altura de 5 m. ¿Cuál es su volumen?
- 15) Una estructura tiene forma de pirámide y su base tiene un área de 60 m^2 . Su altura es de 9 m. ¿Cuál es su volumen?
- 16) Una empresa fabrica recipientes cilíndricos. Uno de ellos tiene radio de 5 cm y altura de 10 cm. ¿Cuál es su volumen?

TEMA 6. UNIDADES DE CAPACIDAD Y VOLUMEN

CLASE 1. RELACIÓN ENTRE CAPACIDAD Y VOLUMEN

TEORÍA

El volumen mide el espacio que ocupa un cuerpo.

La capacidad indica cuánto puede contener un recipiente.

Las unidades más utilizadas para medir volumen son:

- Metro cúbico (m^3)
- Decímetro cúbico (dm^3)
- Centímetro cúbico (cm^3)

Las unidades más utilizadas para medir capacidad son:

Litro (L)

Mililitro (mL)

Existe una relación importante:

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

Por lo tanto:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

EJEMPLOS

Ejemplo 1:

Un recipiente tiene un volumen de:

$$5 \text{ dm}^3$$

Como:

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

Entonces:

$$5 \text{ dm}^3 = 5 \text{ L}$$

Ejemplo 2:

Una botella tiene una capacidad de 2 L.

Como:

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$$

Entonces:

$$2 \text{ L} = 2 \text{ dm}^3$$

Ejemplo 3:

Un recipiente tiene un volumen de 750 cm^3 .

Como:

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$$

Entonces:

$$750 \text{ cm}^3 = 750 \text{ mL}$$

Ejemplo 4:

Un tanque tiene un volumen de 3 m^3 .

Como:

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$$

Entonces:

$$3 \text{ m}^3 = 3000 \text{ L}$$

EJERCICIOS EN CLASE

Realiza las conversiones:

1) $4 \text{ L} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ dm}^3$

2) $8 \text{ L} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ dm}^3$

3) $10 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ L}$

4) $25 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ L}$

5) $500 \text{ mL} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^3$

6) $750 \text{ cm}^3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ mL}$

7) $1000 \text{ mL} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ L}$

8) $3 \text{ L} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ mL}$

9) $2 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ L}$

10) $5 \text{ m}^3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ L}$

11) $3000 \text{ L} = \underline{\hspace{1cm}} \text{ m}^3$

12) $7 \text{ dm}^3 = \underline{\hspace{1cm}} \text{ mL}$

EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1) Una botella tiene una capacidad de 2 L. ¿Cuántos mililitros puede contener?

2) Un recipiente tiene un volumen de 5 dm^3 . ¿Cuántos litros puede contener?

3) Un tanque tiene un volumen de 4 m^3 . ¿Cuántos litros de agua puede almacenar?

4) Una caja tiene un volumen de 2500 cm^3 . ¿Cuál es su capacidad en mililitros?

ANÁLISIS

Un estudiante afirma:

" 1 m^3 es igual a 100 L."

¿Es correcto?

Explica el error y escribe la equivalencia correcta.